D.V. Sivuchin

CORSO DI FISICA GENERALE

5

FISICA NUCLEARE

PARTE SECONDA

EDEST
EDIZIONI
MIR

D.V. Sivuchin

CORSO DI FISICA GENERALE

5

PARTE SECONDA

FISICA NUCLEARE

Dmitrij Sivuchin

Corso di fisica generale

in 5 volumi

Edizioni Estere   Edizioni Mir

Dmitrij Sivuchin

Fisica nucleare

volume V
parte seconda

Edizioni Estere Edizioni Mir

INDICE

ANNOTAZIONE

La parte conclusiva del *Corso di fisica generale* di D. V. Sivuchin contiene nozioni generali sui nuclei atomici e sulla radioattività, brevi notizie sui modelli nucleari, elementi della teoria che tratta del passaggio di particelle cariche e di quanti γ attraverso la materia, notizie generali inerenti le reazioni nucleari, le sorgenti, gli acceleratori e i rivelatori di particelle. Verrà trattata in dettaglio la storia della scoperta del neutrone, il processo di scissione dei nuclei sotto l'azione dei neutroni e la scissione spontanea. Verranno esposti i principi di funzionamento dei reattori nucleari, verranno presentati dati moderni relativi agli elementi transuranici e una visione generale del problema termonucleare. L'ottica neutronica sarà trattata sulla base di una analogia fra l'ottica ondulatoria e l'ottica geometrica. Poiché non esiste una teoria fisica fondamentale del nucleo le questioni della fisica nucleare verranno considerate prevalentemente dal punto di vista sperimentale. In breve verranno studiate le applicazioni della fisica nucleare alle questioni delle sorgenti di energia delle stelle, della loro origine ed evoluzione, ed infine verranno forniti elementi di fisica dei raggi cosmici.

Il testo è stato pensato per gli studenti dei politecnici e delle facoltà di fisica e di ingegneria.

PREFAZIONE

La fisica nucleare è trattata in questo libro come un settore del Corso di Fisica generale. L'autore non si propone di dare un'esposizione particolareggiata di tutte le questioni della fisica. Quasi tutti i capitoli e paragrafi del presente libro, qualora fossero trattati in dettaglio, potrebbero costituire materia di monografie specialistiche; a queste monografie devono fare riferimento tutti coloro che si specializzano nei diversi settori della fisica nucleare. Qui, invece, tratteremo quegli argomenti, spesso in termini molto generali, che ogni studente del Corso di Laurea in Fisica, indipendentemente dalla specializzazione che sceglierà in seguito, deve conoscere.

Nella fisica nucleare, a differenza di altri settori della fisica generale, si deve ricorrere, in misura notevolmente maggiore, ai fatti sperimentali anziché alla teoria, e questo per una duplice ragione. Infatti non esiste ancora una teoria definitiva delle forze nucleari e, di conseguenza, non esiste una teoria fondamentale e coerentemente elaborata del nucleo. Perciò ci si deve accontentare di modelli nucleari basati sull'esperienza; ciascuno di questi modelli ha una regione di applicabilità limitata. In secondo luogo, per considerazioni metodologiche, è inopportuno condurre lo studente da problemi di fisica generale a teorie complicate che gli possono risultare del tutto inaccessibili.

Gli esperimenti nel campo della fisica nucleare (in particolare, della fisica delle particelle elementari) sono contraddistinti da un alto grado di automazione e da un largo uso di calcolatori elettronici. Perciò l'insegnamento di nozioni sperimentali in questi settori della fisica deve essere praticato non in aule di conferenze, ma in laboratori specializzati di fisica nucleare e di fisica delle particelle elementari. Nel Corso di fisica generale è possibile trattare soltanto gli aspetti fondamentali di queste questioni e, fra l'altro, in modo del tutto generale.

Nel capitolo XV verranno trattate in breve alcune questioni di astrofisica. Le sorgenti di energia e l'evoluzione delle stelle sono questioni che ogni fisico deve conoscere. Per di più, deve conoscerle almeno qualitativamente

ogni persona istruita, indipendentemente dalla sua professione, in quanto la loro importanza per la concezione scientifica del mondo è indubbia.

Nell'ultimo XVI capitolo del Corso si danno dati fondamentali delle particelle elementari. Così come negli altri capitoli, non si pretende anche qui a dare un quadro esauriente. Si danno esclusivamente dati necessari nella fisica nucleare in senso stretto della parola, cioè nella fisica del nucleo atomico stesso. Alla fisica delle particelle elementari nel suo stato moderno deve essere dedicato un libro particolare o anche una serie di libri.

Il presente libro è stato recensito dal prof. S. S. Gherštein, membro corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'ex URSS, nonchè alla cattedra di fisica sperimentale dell'Università di Kiev diretta dal prof. I. S. Gorban, membro corrispondente dell'Accademia delle scienze della Repubblica Ucraina. Il libro è stato letto attentamente dal prof. V. K. Tartakovskij, titolare della cattedra di teoria del nucleo e delle particelle elementari dell'Universita di Kiev. L'autore ha tenuto conto di tutte le osservazioni critiche e di proposte nella stesura definitiva del libro. A tutte le persone menzionate l'autore esprime un profondo ringraziamento.

D. V. Sivuchin

VIII. PROPRIETÀ STATISTICHE DEL NUCLEO ATOMICO

§ 63. *Introduzione*

1. Il primo fenomero nel campo della fisica nucleare è stato scoperto nel 1896 da H. Becquerel (1852-1908). Si tratta della ***radioattività naturale*** dei sali di uranio, che si manifesta con una autoemissione spontanea di raggi invisibili capaci ad ionizzare l'aria e far annerire le fotoemulsioni. Due anni più tardi Pierre Curie (1859-1906) e Marie Sklodowska-Curie (1867-1934) scoprirono la radioattività del torio ed isolarono dalla blenda peciosa il polonio e il radio, la cui radioattività è milioni di volte più intensa della radioattività dell'uranio e del torio.

Uno studio sperimentale dettagliato della radioattività è stato condotto da Rutherford. Egli mostrò che l'emissione radioattiva è composta di tre tipi di raggi, che egli chiamò raggi α, raggi β e raggi γ, rispettivamente. I raggi β sono composti da elettroni negativi, che si muovono di gran lunga più rapidamente degli elettroni nei raggi catodici; i raggi α sono composti di particelle cariche positivamente (particelle α) la cui massa è uguale alla massa del nucleo d'elio, mentre i raggi γ sono del tutto analoghi ai raggi X ma sono più duri. Ciò premesso, i raggi α e β vengono deviati in direzioni opposte dal campo magnetico mentre sui raggi γ il campo magnetico non produce alcun effetto.

I raggi α possiedono una capacità di penetrazione minima ed una notevole capacità di ionizzazione. Essi vengono assorbiti da uno strato d'alluminio dello spessore di qualche micron. Per l'assorbimento dei raggi β è in media sufficiente uno strato d'alluminio dello spessore di 1 mm. Il potere di ionizzazione dei raggi β è molto minore di quello dei raggi α. I raggi γ possiedono capacità penetrativa maggiore e potere di ionizzazione minore. Per una protezione da questo tipo di radiazione si applicano fogli di piombo dello spessore che dipende dall'intensità della radiazione.

La natura nucleare della radioattività fu chiarita da Rutherford quando, nel 1911, propose un modello nucleare dell'atomo (cfr. § 9) e stabilì che le radiazioni radioattive compaiono in seguito a processi che si verificano all'interno del nucleo atomico. Questa scoperta segna l'origine della fisica nucleare.

2. Per lungo tempo si era creduto che il nucleo atomico fosse composto da protoni ed elettroni. Tuttavia questa ipotesi era in contraddizione con i fatti sperimentali riferiti agli spin e ai momenti magnetici dei nuclei (cfr. § 68). Inoltre, l'esistenza degli elettroni all'interno del nucleo era incompatibile con il principio di indeterminazione di Heisenberg (cfr. § 65, n. 10). Nel 1932, dopo la scoperta del neutrone fatta da Chadwick (1891-1974), è stato stabilito che *il nucleo consta di protoni e neutroni* (queste particelle hanno un nome generico di *nucleoni*). Infatti in quello stesso anno quel modello di nucleo venne proposto, indipendentemente l'uno dall'altro, da D. D. Ivanenko (n. 1904) e da Heisenberg. Il protone libero è una particella stabile. La massa del neutrone è 0,14% più grande della massa del protone e questa differenza vale 2,5 masse elettroniche. Ciò premesso, nello stato libero il neutrone si disintegra in protone, elettrone e antineutrino elettronico:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \qquad (63.1)$$

Il tempo di vita media del neutrone si avvicina a 15,3 min. Sembrerebbe che non abbia senso parlare del neutrone come di una particella «elementare» e si debba considerarlo come particella «composta». Tuttavia, all'interno del nucleo il protone non è libero e si comporta anch'esso come particella composta disintegrandosi in neutrone, positrone e neutrino elettronico:

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e. \qquad (63.2)$$

Perciò con la stessa fondatezza si può considerare il protone come particella «composta» che si trasforma in quella più «semplice», ossia in neutrone. Ciò significa che la questione di quale delle particelle, protone o neutrone, sia più elementare non ha significato fisico. Sotto questo aspetto le due particelle sono equivalenti. Ma quale di esse si disintegra, dipende da relazioni energetiche. Nello stato libero il neutrone si disintegra mentre il protone è stabile, cioè si verifica la reazione (63.1). All'interno del nucleo, invece, sono possibili ambedue le reazioni: la (63.1) e la (63.2). Il tipo di disintegrazione è determinato dalle masse del nucleo considerato e degli eventuali prodotti della disintegrazione. Questa circostanza consente di considerare ambedue le particelle, il protone e il neutrone, come particelle *elementari* che si trasformano mutuamente l'una nell'altra.

Il numero di protoni nel nucleo (*numero di carica*) si suole indicare con Z, il numero di neutroni con N. La loro somma $A = Z + N$ si chiama ***numero di massa del nucleo*** e ***Z numero d'ordine dell'elemento***. Gli elementi con Z uguali ma N diversi si dicono *isotopi*, con Z diversi ed A uguali *isobari*, con Z diversi e N uguali *isotoni*. Per indicare il nucleo di un atomo si usa anche il termine «*nuclide*».

3. La differenza fondamentale fra protone e neutrone è che il primo è una particella avente carica $e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ CGSE $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C. È una *carica elementare* numericamente uguale alla carica elettronica. Il neu-

trone, invece, come risulta dal suo nome, è *elettricamente neutro*. Gli spin del protone e del neutrone sono identici ed uguali allo spin elettronico, cioè a 1/2 (in unità $\hbar$), vale a dire che ambedue le particelle sono *fermioni* che soddisfano alla statistica di Fermi-Dirac. Le masse del protone e del neutrone sono quasi uguali: la massa del protone è $m_p = 1836{,}15\, m_e$, la massa del neutrone $m_n = 1838{,}68\, m_e$, dove m_e è la massa dell'elettrone uguale a $9{,}1095 \cdot 10^{-28}$ g.

La massa della particella è legata alla sua energia totale mediante la relazione di Einstein $\mathscr{E}_{tot} = mc^2$. Perciò nella fisica nucleare e in quella delle particelle elementari si suole misurare la massa in unità di energia; come unità di energia si usa il *megaelettronvolt* (MeV). In queste unità $m_e = 0{,}511$ MeV, $m_p = 938{,}3$ MeV, $m_n = 939{,}6$ MeV. Fra l'altro, nei suddetti settori della fisica con m si intende sempre la *massa a riposo* della particella (la notazione m_0 non si usa). Si misura la massa delle particelle anche in *unità di massa atomiche* (u.m.a.). Come unità di massa atomica si usa la dodicesima parte della massa dell'atomo neutro di carbonio ^{12}C. È facile calcolare che 1 u.m.a. = 931,502 MeV.

4. La piccola differenza di massa e la coincidenza degli spin del protone e del neutrone sono la manifestazione di una proprietà generale di queste particelle. Se si astrae dalla distinzione dovuta all'esistenza nel protone di una carica elettrica e dalla differenza dei valori dei momenti magnetici, sotto tutti gli altri aspetti il protone e il neutrone sono molto simili. Questa somiglianza, di importanza fondamentale nella fisica nucleare, si manifesta con maggiore evidenza nelle proprietà dei nuclei detti «speculari». Si dicono speculari due nuclei con numeri di massa A uguali ciascuno dei quali si ottiene dall'altro mediante la sostituzione di tutti i protoni con neutroni e di tutti i neutroni con protoni. Esempi di nuclei speculari sono $^{3}_{1}H$ e $^{3}_{2}He$, $^{7}_{4}Be$ e $^{7}_{3}Li$, $^{11}_{5}B$ e $^{11}_{6}C$, $^{13}_{6}C$ e $^{13}_{7}N$, $^{15}_{7}N$ e $^{15}_{8}O$, $^{17}_{8}O$ e $^{17}_{9}F$, $^{29}_{14}Si$ e $^{29}_{15}P$, ecc. (in ciascuna di queste coppie il nucleo più pesante è radioattivo). Come mostra l'esperienza, due nuclei speculari hanno energie di legame quasi uguali, simile struttura dello spettro dei livelli energetici eccitati, spin identici, ecc. Da ciò risulta una somiglianza delle forze agenti fra due protoni e due neutroni.

A piccole distanze (all'interno del nucleo, per esempio) fra queste particelle agiscono *forze nucleari* possenti, rispetto alle quali le forze elettromagnetiche sono centinaia di volte più deboli. A prescindere dalle forze elettromagnetiche il protone e il neutrone godono di proprietà uguali: a parità di altre condizioni le forze nucleari agenti fra due protoni sono uguali alle forze nucleari agenti fra due neutroni e anche fra neutrone e protone. Questa proprietà si chiama *simmetria di carica delle forze nucleari*. Essa è la manifestazione di un'altra legge più profonda, detta *invarianza isotopica*.

5. Attualmente non esiste ancora una teoria del nucleo atomico conseguentemente elaborata. La causa di questo è dovuta, soprattutto, al fatto che finora è incognita la dipendenza analitica delle forze nucleari dai parametri che le determinano. Perciò per quanto riguarda le forze nucleari si de-

vono introdurre ipotesi a priori limitate e tali da ottenere un accordo con l'esperienza in un determinato campo di fenomeni fisici.

Nella fisica atomica, anche senza conoscere la legge di Coulomb, si potrebbe stabilirla in misura notevolmente accurata studiando lo spettro energetico dell'atomo d'idrogeno poiché quest'ultimo contiene numerosi livelli. Nella fisica del nucleo, invece, dove le forze nucleari sono a corto raggio, questa possibilità manca poiché esiste un solo stato legato di due nucleoni, ossia il deutone, composto da un protone e da un neutrone. Il deutone possiede *un solo* livello energetico (cfr. il problema del § 26), e ciò è insufficiente per farsi un'idea delle forze agenti fra protone e neutrone. La situazione è resa più complicata dal fatto che le forze d'interazione tra nucleoni dipendono non solo dalla distanza fra di essi, ma anche dalle loro *velocità* e dall'*orientazione degli spin.*

6. Se anche le forze d'interazione fra i nucleoni fossero tutte note, nella teoria del nucleo si dovrebbe risolvere ancora il problema quantistico-meccanico *a più corpi*. Esso è piu complicato del problema classico analogo, che non si riesce a risolvere con la matematica moderna (anche nel caso di tre corpi interagenti). Se il nucleo è composto di A nucleoni, ad esempio, allora trascurandone gli spin si può determinare il suo stato mediante una funzione d'onda $\psi(r_1, r_2, \ldots, r_A)$ dipendente da $3A$ coordinate spaziali. Questa funzione deve essere determinata dall'equazione di Schrödinger con $3A$ variabili indipendenti. Se si tiene conto degli spin dei nucleoni, anche questo problema diventa estremamente complicato. Lo stato del nucleo, se si tiene conto degli spin, è determinato da una funzione d'onda $\psi(s_1, s_2, \ldots, s_A, r_1, r_2, \ldots, r_A)$ che non dipende dalle sole coordinate spaziali, ma anche dalle variabili di spin, cioè dalle proiezioni dello spin su una direzione scelta, e ciascuna proiezione può assumere due valori: $-1/2$ e $+1/2$. Il calcolo per trovare tale funzione d'onda è equivalente alla determinazione di 2^A funzioni delle sole $3A$ coordinate spaziali. Per $A = 100$, per esempio, il numero di queste funzioni è $2^{100} \approx 1{,}27 \cdot 10^{30}$. È chiaro che questo problema è assolutamente irrisolvibile anche mediante i calcolatori più potenti.

Nella teoria dell'atomo, per superare difficoltà analoghe, sono stati elaborati metodi approssimati eccezionali: il metodo di Hartree (1897-1958) e ancora più preciso il metodo di Fock (1898-1974). Essi sfruttano la circostanza che l'atomo è praticamente vuoto: le distanze fra gli elettroni del guscio atomico e fra gli elettroni e il nucleo atomico sono molto grandi rispetto alle dimensioni di queste particelle. Nel caso dei nuclei questa possibilità non esiste poiché le distanze fra i nucleoni del nucleo sono dello stesso ordine delle dimensioni dei nucleoni stessi. Perciò nel caso del nucleo i metodi suindicati sono inapplicabili.

Il numero di nucleoni nel nucleo (con la sola eccezione di protone e deutone) è sempre superiore a due. Perciò il nucleo si deve considerare come un sistema a più particelle. Se il numero di particelle nel sistema fosse molto grande, una descrizione sicura possibile e anche unica del suo stato potrebbe

essere ottenuta con il *metodo statistico*. Ma questa condizione non vale per nuclei leggeri e per essi il metodo statistico è inapplicabile. Ad esso si può ricorrere nel caso di nuclei medi e, soprattutto, pesanti. Ma anche qui l'applicabilità del metodo statistico è limitata poiché il numero di nucleoni anche nei nuclei pesanti non è sufficientemente grande.

7. Da quanto detto risulta con chiarezza perché non disponiamo di una teoria del nucleo conseguentemente elaborata che spiegherebbe tutte le sue proprietà. Al posto di tale teoria nella fisica nucleare si usano diversi *modelli di nucleo*, ciascuno dei quali abbraccia una cerchia di fenomeni limitati. Alcuni di questi modelli verranno considerati nel cap. X. Quindi, i modelli nucleari non danno una teoria vera e propria dei fenomeni considerati, ma consentono di sistematizzare fenomeni diversi della fisica nucleare e, soprattutto, predire fenomeni nuovi. E in ciò sta la loro principale utilità. Suscita certamente meraviglia osservare quanto questa linea di sviluppo ha consentito di ottenere nella comprensione dei fenomeni nucleari e nella predizione di nuovi.

8. Si suole suddividere i nuclei atomici in *stabili* e *radioattivi*. Questa suddivisione è convenzionale e ciò significa che tutti i nuclei sono soggetti in effetti al decadimento radioattivo ma con velocità diversa. Si dicono stabili i nuclei che decadono in modo sufficientemente lento. E il concetto di lentezza dipende dal problema concreto impostato. Di solito i nuclei sono supposti stabili se dall'epoca di formazione della parte visibile dell'Universo ($\sim 10^{10}$ anni), cioè dall'epoca di formazione degli elementi chimici, ne è decaduta una parte trascurabilmente piccola. I nuclei che decadono più rapidamente si dicono radioattivi.

Le grandezze fisiche che caratterizzano le proprietà dei nuclei atomici si possono suddividere in *statiche* e *dinamiche*. Le caratteristiche statiche si riferiscono, di solito, a uno stato non eccitato del nucleo; quelle dinamiche si manifestano per eccitazioni e decadimenti del nucleo e per reazioni nucleari. Le caratteristiche statiche sono solitamente chiamate proprietà dei nuclei stabili. La terminologia che qui usiamo è stata proposta da Ju. M. Širokov e N. P. Judin nel loro famoso manuale *Fisica nucleare* (Mosca, Nauka, edizione in russo, 1980). Essa è giustificata dal fatto che fra i nuclei stabili e radioattivi, come è stato detto precedentemente, non esiste una frontiera netta. Quanto alle proprietà statiche, esse sono proprie non solo dei nuclei stabili, ma anche di quelli radioattivi e persino dei nuclei in stati eccitati.

Le caratteristiche statiche più importanti del nucleo sono: il numero di carica (numero atomico) Z, la massa del nucleo M, l'energia di legame $\mathcal{E}_{\text{leg}}$, lo spin I, il momento magnetico μ, il momento di quadrupolo elettrico Q, il raggio R e la non sfericità del nucleo $\delta R/R$, la parità P della funzione d'onda ψ, lo spin isotopico T, lo spettro degli stati eccitati.

Inoltre, i nuclei radioattivi sono caratterizzati dal tipo di trasformazione radioattiva (decadimento α o β, scissione spontanea, ecc.), dalla vita media τ (o dal periodo di dimezzamento $T_{1/2}$), dall'energia delle particelle emesse, ecc.

9. Attualmente sono noti quattro tipi di interazioni fondamentali in natura: 1) *forte*, 2) *elettromagnetica*, 3) *debole* e 4) *gravitazionale*. L'interazione forte trattiene i nucleoni nei nuclei atomici. Essa è propria anche alla maggioranza delle particelle elementari, dette *adroni* (protone, neutrone, iperoni, mesoni, ecc.). Le interazioni elettromagnetiche determinano tutte le forze naturali da noi percepite direttamente, tranne la gravità: elastiche, viscose, molecolari, chimiche, ecc. Le interazioni deboli sono responsabili del decadimento β dei nuclei radioattivi (cfr. § 74) e con le forze elettromagnetiche governano il comportamento dei *leptoni*, cioè di quelle particelle elementari che non partecipano alle interazioni forti ed hanno spin 1/2 (elettrone, muone, neutrino, ecc.). Fra i leptoni non partecipano alle interazioni elettromagnetiche nessun neutrino e nessun antineutrino. L'interazione gravitazionale è propria di tutte le particelle.

La velocità dei processi causati dalle interazioni suindicate consente di determinarne l'intensità. Si suole confrontare le velocità dei processi per energie cinetiche delle particelle collidenti di circa 1 GeV; queste energie sono caratteristiche per la fisica delle particelle elementari. I processi con queste energie durano $\sim 10^{-23}$ s se sono causati da interazioni forti, $\sim 10^{-20}$ s se causati da interazioni elettromagnetiche e $\sim 10^{-9}$ s se causati da interazioni deboli. Un'altra grandezza, che serve a caratterizzare l'intensità dell'interazione, è la lunghezza del cammino libero della particella nella materia. Le particelle che interagiscono fortemente per energia di circa 1 GeV si possono arrestare con una lastra di ferro dello spessore di qualche decina di cm. Per trattenere un neutrino con energia di 10 MeV (tale è l'energia dell'antineutrino che si ottiene nei reattori nucleari), cui è propria la sola interazione debole, occorrerebbe uno strato di ferro dello spessore di non meno di 10^9 km.

Le interazioni forti e deboli si manifestano esclusivamente *a corta distanza*. Il raggio d'azione delle interazioni forti vale all'incirca 10^{-13} cm (1 fermi), e delle interazioni deboli $2 \cdot 10^{-16}$ cm (0,002 fermi). Le forze elettriche, invece, sono forze *a lungo raggio d'azione*; esse decrescono in modo inversamente proporzionale al quadrato della distanza fra le particelle interagenti. Secondo questa stessa legge decrescono con la distanza anche le forze gravitazionali. Perciò il rapporto fra le forze elettriche e gravitazionali non dipende dalla distanza fra le particelle interagenti. Per una medesima distanza esso vale $F_{el}/F_{gr} = e_1 e_2 / G m_1 m_2$, dove G è la costante gravitazionale, m_1 e m_2 sono le masse delle particelle, e_1 e e_2 le loro cariche. Per l'interazione di due protoni questa formula dà

$$F_{el}/F_{gr} \approx 1{,}23 \cdot 10^{36}.$$

Quindi, nella regione delle forze deboli l'interazione gravitazionale è inferiore di molti ordini di grandezza anche rispetto all'interazione debole. Perciò nella fisica del microcosmo, allo stato attuale, l'interazione gravitazionale viene trascurata. Ma nel macrocosmo, nello studio del moto di grandi masse: galassie, stelle, pianeti, ecc., e anche del moto di piccoli corpi

macroscopici nel campo di queste masse, l'interazione gravitazionale diviene determinante. Essa gioca un ruolo particolarmente importante nei processi di formazione e di evoluzione delle stelle (cfr. cap. XV). Ciò è determinato da due circostanze: primo, dal carattere d'azione a lunga distanza delle forze gravitazionali; secondo, dalla positività della massa di tutti i corpi. In virtù della seconda circostanza le forze gravitazionali sono sempre forze di attrazione. All'aumentare delle masse dei corpi interagenti, la loro interazione gravitazionale *aumenta* sempre e, inoltre, proporzionalmente alle masse di ambedue i corpi interagenti. Ciò non si verifica nel caso dell'interazione elettrica fra corpi macroscopici, poiché le cariche positive e negative delle particelle componenti, in grande misura, *si neutralizzano* a vicenda. Ecco perché le forze elettriche non influiscono seriamente sul moto di grandi masse, anche se, nel caso di corpi interagenti composti di sole particelle negative o di sole particelle positive, esse superano notevolmente le forze gravitazionali e sono anch'esse a lungo raggio d'azione.

10. La fisica classica ha accettato che l'interazione fra i corpi si trasmetta con velocità finita mediante campi di forza. Così, la carica elettrica crea attorno a sé un campo elettrico che, incontrando un'altra carica elettrica, agisce su di essa con una forza (cfr. vol. III, § 1). Allo stesso modo, ma mediante altri campi di forza, in natura si realizzano tutte le interazioni, ad esempio l'interazione gravitazionale. La fisica quantistica, senza cambiare questa rappresentazione, ha tenuto conto delle *proprietà quantistiche del campo stesso*. In virtù del dualismo corpuscolare ondulatorio, a qualsiasi campo deve corrispondere una particella (*quanto del campo*) la quale è agente dell'interazione. Una delle particelle interagenti emette un quanto e l'altra l'assorbe. In ciò consiste il meccanismo di interazione delle particelle. Nel caso dell'elettromagnetismo *i fotoni* rappresentano i quanti del campo, ossia gli agenti dell'interazione. Le interazioni forti sono trasportate dai *gluoni*, le interazioni deboli da *bosoni vettoriali intermedi* W^+, W^- e Z^0, predetti nella teoria dell'interazione *elettrodebole* e scoperti sperimentalmente nel 1983, e l'interazione gravitazionale da ipotetici *gravitoni*. Attualmente le interazioni elettromagnetica e debole sono considerate come diverse manifestazioni della medesima interazione *elettrodebole*, così come i campi elettrico e magnetico sono riuniti in un unico *campo elettromagnetico*. Le forze deboli a piccole distanze (dell'ordine del loro raggio di azione) sono dello stesso ordine delle forze elettromagnetiche. Ma esse decrescono esponenzialmente con la distanza cosicché a grandi distanze le forze deboli sono trascurabilmente esigue rispetto a quelle elettromagnetiche.

Contro l'idea di interazione mediante lo scambio di quanti del campo si può avanzare la seguente obiezione. Finché la particella è libera essa non può emettere o assorbire un quanto del campo. Questa affermazione, per il caso dell'emissione e dell'assorbimento di un fotone è stata dimostrata già nel § 1. Ripetiamola ancora una volta ma in forma modificata, senza supporre che la massa a riposo del quanto di campo sia nulla.

Consideriamo dapprima il processo di emissione di un quanto e dimostriamo per assurdo. Supponiamo che la massa a riposo della particella prima dell'emissione di un quanto sia uguale a m. Dopo l'emissione del quanto la massa a riposo della particella può cambiare; indichiamola con m'. Per emissione la particella può acquisire un impulso di rinculo $\boldsymbol{p}$. Nel sistema in cui la particella era a riposo, prima dell'emissione di un quanto del campo, l'equazione che esprime la conservazione dell'energia si scrive nella forma

$$mc^2 = \sqrt{(m'c^2)^2 + (pc)^2} + \mathscr{E}_{\text{quan}}, \tag{63.3}$$

dove $\mathscr{E}_{\text{quan}}$ è l'energia del quanto emesso. Se l'impulso del quanto è $\boldsymbol{\Pi}$, evidentemente $\boldsymbol{p} + \boldsymbol{\Pi} = 0$. Si vede, dall'equazione scritta, che $m'c^2 \leqslant mc^2$. Se la particella è stabile, e ciò si deve supporre, la sua energia è minima e non può più diminuire. Perciò deve essere $m = m'$, $p = \Pi = 0$, $\mathscr{E}_{\text{quan}} = 0$. Dunque, il quanto di campo emesso non gode né di energia né di impulso. E ciò vuol dire che tale quanto, in generale, non esiste. La dimostrazione suppone, in particolare, che nell'emissione del quanto di campo lo stato interno quantistico della particella *non cambi*. Se lo stesso avviene per l'assorbimento, non è difficile estendere la dimostrazione al caso dell'assorbimento. Lasciamo al lettore fare questa dimostrazione.

La teoria quantistica elimina l'obiezione avanzata ricorrendo al principio di indeterminazione di Heisenberg. Se il quanto di campo esiste per un breve intervallo di tempo Δt, necessario per il trasporto dell'interazione, la sua energia $\mathscr{E}$ non può essere determinata con precisione. La sua indeterminazione $\Delta \mathscr{E}$ soddisfa la relazione di Heisenberg $\Delta \mathscr{E} \cdot \Delta t \approx \hbar$. Formalmente ciò significa che per questi intervalli di tempo *la legge di conservazione dell'energia viene violata*. In altre parole, *nel trasportare l'interazione le particelle perdono il legame ordinario fra energia e impulso*, ragione per cui esse si chiamano *particelle virtuali* o *quanti di campo virtuali*. Di questi quanti virtuali è composto il campo di forza che le circonda. In particolare, il campo elettromagnetico attorno ad una carica elettrica è composto di fotoni da essa emessi e assorbiti. I processi di emissione e di assorbimento di particelle virtuali portano anch'essi il nome di *processi virtuali*.

11. La situazione diventa difficile quando si tenta di rappresentare in modo visivo il meccanismo di interazione fra le particelle del microcosmo. Immaginiamo due persone A e B che giocano a pallavolo. Lanciando a B la palla, A sente una spinta in direzione opposta. Il giocatore A sente un'altra spinta nella stessa direzione respingendo la palla lanciata da B. Questo sta ad indicare che fra A e B compare una forza di repulsione. Si può immaginare un esempio classico quando, per scambio di qualche oggetto fra A e B, compare una forza d'attrazione? Si può. A tale scopo bisogna sostituire la palla con un boomerang e sistemare i giocatori A e B di schiena l'uno all'altro. A lancia il boomerang nella direzione contraria a B e, in questo caso, sente una spinta verso B. Il boomerang cambiando la direzione di volo oltrepassa B, poi ritorna a B. B riceve il boomerang e lo lancia nella direzione op-

posta ad A. Come risultato compare una forza diretta verso A. Quindi, fra A e B compare una forza di attrazione. Evidentemente, in questo esempio un ruolo fondamentale viene svolto dal mezzo (aria) in cui vola il boomerang. Senza questo mezzo il boomerang continuerebbe a volare in linea retta. Questo esempio non è altro che un'illustrazione visiva, senza pretendere di dare una spiegazione vera e propria del meccanismo di interazione. L'interazione mediante lo scambio di particelle virtuali non ha una spiegazione visualizzabile mediante modelli classici.

12. Le particelle virtuali non sono direttamente percettibili. Ogni particella è sorgente di qualche campo (l'elettrone è sorgente del campo elettromagnetico, per esempio). Secondo il dualismo corpuscolare ondulatorio, a ciascun campo corrispondono particelle che sono i quanti di questo campo. La massa m di queste particelle può essere nulla (come quella dei fotoni), ma può essere anche diversa da zero. La particella libera, in virtù delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso, non può emettere alcun quanto di campo reale, poiché a tale scopo è necessaria un'energia non minore di mc^2. Dal punto di vista della fisica classica questo processo è impossibile senza che venga fornita energia dall'esterno. Ma la fisica quantistica con il principio di indeterminazione $\Delta \mathcal{E} \cdot \Delta t \approx \hbar$ ammette violazione della legge di conservazione dell'energia durante piccoli intervalli di tempo Δt, necessari per la trasmissione dell'interazione. Per ottenere l'energia necessaria $\Delta \mathcal{E} = mc^2$ occorre il tempo $\Delta t \approx \hbar / mc^2$. Durante questo intervallo di tempo la particella virtuale può allontanarsi a una distanza non superiore a

$$R = c\Delta t = \hbar / mc, \tag{63.4}$$

cioè uguale alla lunghezza d'onda Compton per la particella di massa m. Questa lunghezza può essere considerata come il raggio dell'azione trasportata dalla particella virtuale. Quanto più piccola è la massa m tanto più grande è il raggio dell'azione trasportata dalla particella virtuale.

L'interazione elettromagnetica si realizza attraverso lo scambio di fotoni. La massa del fotone $m = 0$, perciò il raggio d'azione delle forze elettromagnetiche $R = \infty$, cioè queste forze sono a lungo raggio d'azione. Anche le forze gravitazionali sono a lungo raggio ed il loro trasporto è realizzato da ipotetici gravitoni. A causa dell'eccezionale debolezza dell'interazione gravitazionale i gravitoni non sono stati mai osservati sperimentalmente e, forse, per lungo tempo non saranno osservati, ma i teorici non hanno dubbi sulla loro esistenza. Sulla base del carattere di azione a lunga distanza delle forze gravitazionali si deve concludere che la massa del gravitone deve essere nulla.

13. Nel 1934 I. Tamm (1895-1971) e D. Ivanenko svilupparono una teoria delle forze nucleari secondo la quale i trasportatori di queste forze sono particelle leggere: elettrone e positrone, neutrino e antineutrino (a quell'epoca erano ancora sconosciute le particelle di massa intermedia, cioè muoni e pioni). Il protone, ad esempio, emettendo positrone e neutrino, si

trasforma in un neutrone. Il neutrone, invece, assorbendo le stesse particelle si trasforma in un protone. In seguito a questi processi compaiono forze d'attrazione fra il protone e il neutrone. La teoria di Tamm e Ivanenko sotto l'aspetto quantitativo risultò inconsistente in quanto conduceva a un'interazione nucleare che era più debole all'incirca di 10^{11}-10^{13} volte rispetto a quella richiesta. Ma le idee fondamentali di quella teoria conservarono la loro importanza in quanto vennero applicate per la prima volta nel 1935 dal fisico giapponese H. Yukawa (1907-1981).

Nel 1935 H. Yukawa propose l'ipotesi dell'esistenza di un campo singolare delle forze nucleari. I quanti di questo campo sono particelle che, secondo l'ipotesi di Yukawa, realizzano l'interazione fra i nucleoni. Secondo dati sperimentali il raggio d'azione delle forze nucleari vale pressappoco $1{,}2 \cdot 10^{-13}$ cm. Partendo da questo fatto si può stimare, mediante la formula (63.4), la massa della particella ipotetica di H. Yukawa. Essa risulta uguale pressappoco a $270\, m_e (\approx 140$ MeV). Nel 1937 S. H. Neddermeyer (n. 1907) e C. D. Anderson (n. 1905) scoprirono nei raggi cosmici particelle positive e negative ($\mu^{\pm}$), dette *muoni* (originariamente chiamate *mesoni*) di massa $\approx 207\, m_e$ (106 MeV). Era naturale supporre che i muoni fossero le particelle ipotetiche di Yukawa. Tuttavia, questa ipotesi è stata respinta immediatamente poiché i muoni interagiscono molto debolmente con la materia e perciò non possono essere trasportatori dell'interazione nucleare. (Il tempo di vita media del muone nel sistema di riferimento, in cui esso è a riposo, è pressappoco di $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s, cosicché i muoni relativistici, che si formano negli strati alti dell'atmosfera, possono giungere ed effettivamente giungono sulla superficie della Terra.)

Soltanto dieci anni più tardi, nel 1947, Powell (1903-1969), Occhialini (n. 1907) e Lattes (n. 1924) scoprirono in fotoemulsioni, esposte all'azione dei raggi cosmici, le tracce di particelle cariche, alle quali si diede il nome di *pioni* ($\pi^{\pm}$), che si disintegrano in muoni e neutrini. Nel 1950 fu scoperto anche il pione neutro π^0. I pioni interagiscono fortemente con la materia (il tempo di vita media di $\pi^{\pm}$ è $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ s e di π^0 $0{,}83 \cdot 10^{-16}$ s). Perciò i pioni soddisfano le condizioni richieste alle particelle responsabili dell'interazione nucleare. Poco tempo fa si riteneva che fossero i pioni a realizzare l'interazione forte. Ora questo ruolo viene attribuito ai gluoni.

Come è stato detto prima, le interazioni deboli sono trasportate dai bosoni intermedi $W^{\pm}$ e Z^0. Secondo dati sperimentali le masse dei bosoni $W^{\pm}$ e Z^0valgono approssimativamente 80 e 90 GeV, rispettivamente. Questi dati, mediante la formula (63.4), consentono di stimare il raggio d'azione R delle forze deboli. Per la stima consideriamo i bosoni $W^{\pm}$ cui corrisponde massa minore e, di conseguenza, raggio d'azione maggiore. Ponendo $mc^2 = 80$ GeV e $\hbar c = 1{,}973$ GeV $\cdot$ cm, otteniamo

$$R = \hbar c / mc^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-16} \text{ cm}.$$

14. Da quando è comparso il *modello a quark*, si suole pensare che l'interazione fondamentale fra i nucleoni non sia realizzata tramite i muoni, ma debba essere ricondotta all'interazione tra quark. I quark sono particelle ipotetiche che compongono gli adroni, compresi i protoni e i neutroni. Si fa l'ipotesi che i quark portino cariche frazionarie $\pm (2/3)e$ e $\pm (1/3)e$ e abbiano spin 1/2. Attualmente sono noti 6 quark (con rispettivi antiquark) che sono raggruppati in tre doppietti. L'interazione fra quark si realizza mediante scambio di particelle senza massa e di spin 1, dette *gluoni*. Singoli quark allo stato libero non sono stati mai osservati in natura e non si è riusciti ad ottenerli negli acceleratori. Così è nata l'*ipotesi del confinamento dei quark* secondo la quale essi esistono soltanto all'interno degli adroni e non possono essere allo stato libero. Ciò sarebbe spiegato supponendo che le forze d'interazione fra i quark decrescano al diminuire della loro distanza e crescano all'aumentare della distanza. Perciò a piccole distanze i quark all'interno degli adroni si comportano come particelle libere, dette *partoni*. Attualmente l'ipotesi dei quark è universalmente accettata poiché ha spiegato numerosi fatti nel comportamento delle particelle elementari e predetto l'esistenza di particelle nuove (cfr. cap. XVI).

§ 64. *Energia di legame del nucleo*

1. *L'energia di legame del nucleo (rispetto a tutti i nucleoni)* $\mathscr{E}_{\text{leg}}$ *è la misura della sua resistenza, misurata dal lavoro minimo che si deve compiere per la fissione totale del nucleo nei protoni e neutroni che lo compongono.* Bisogna distinguere fra l'energia di legame del nucleo e la sua *energia interna*, cioè l'energia di formazione del nucleo $\mathscr{E}_{\text{form}}$. Se si assume uguale a zero l'energia del nucleo totalmente fesso si ha evidentemente $\mathscr{E}_{\text{form}} = -\mathscr{E}_{\text{leg}}$. *Mediante questa grandezza si può determinare anche l'energia di legame del nucleo rispetto alla sua fissione in due parti qualsiasi, composte di protoni e neutroni, cioè il lavoro minimo richiesto per la fissione del nucleo in due parti.* L'energia di legame del protone nel nucleo, ad esempio, che si chiama anche *energia di separazione del protone* dal nucleo, è il lavoro minimo che si deve compiere perché il protone venga strappato dal nucleo. Questa energia è determinata dalla formula

$$\mathscr{E}_{\text{p}} = \mathscr{E}_{\text{leg}}(Z, A) - \mathscr{E}_{\text{leg}}(Z-1, A-1), \tag{64.1}$$

cioè è uguale alla differenza fra le energie di legame del nucleo iniziale e finale. Analogamente, l'energia di legame del neutrone nel nucleo (o *energia di separazione del neutrone* dal nucleo) è

$$\mathscr{E}_{\text{n}} = \mathscr{E}_{\text{leg}}(Z, A) - \mathscr{E}_{\text{leg}}(Z, A-1) \tag{64.2}$$

e l'energia di legame della particella α nel nucleo (o energia di separazione di una particella α)

$$\mathscr{E}_\alpha = \mathscr{E}_{leg}(Z, A) - \mathscr{E}_{leg}(Z-2, A-4) - \mathscr{E}_{leg}(\alpha), \qquad (64.3)$$

dove $\mathscr{E}_{leg}(\alpha)$ è l'energia di legame della particella α.

È chiaro che il nucleo iniziale in queste formule non può essere protone, neutrone o particella α, rispettivamente. In caso contrario, $\mathscr{E}_p$, ad esempio, significherebbe l'energia di separazione del protone dal nucleo, ma il nucleo stesso è composto dal solo protone. Quindi, questa impostazione della questione non ha senso.

In virtù della relazione fra massa ed energia, l'energia di legame del nucleo può essere calcolata mediante la formula

$$\mathscr{E}_{leg}(Z, A) = ZM_p + NM_n - M(Z, A) \qquad (64.4)$$

purchè si usino unità energetiche nel misurare la massa. Si suppone che le masse di tutte le particelle nella formula (64.4) siano le *masse a riposo* (l'indice zero è omesso come si suole fare nella fisica nucleare e nella fisica delle particelle elementari). Si può misurare la massa di una particella carica con il metodo di massa spettrografico basato sulla misura delle deviazioni di particelle cariche in campi elettrici e magnetici statici. Se la particella non è carica (neutrone, per esempio), la misura della sua massa può essere ricondotta alla misura della massa di particelle cariche.

2. È importante notare che nelle tavole non sono date le masse dei nuclei, bensì quantità espresse in funzione delle masse degli *atomi neutri*. Perciò per rendere più comodi i calcoli è opportuno riscrivere la formula (64.4) in modo che in essa figurino le masse degli atomi e non dei nuclei. A tale scopo al secondo membro della formula (64.4) agiungiamo e sottraiamo la massa di Z elettroni. In seguito, trascuriamo la differenza di energie di legame di questi elettroni in Z atomi d'idrogeno, da un lato, e nell'atomo (Z, A), d'altro (ultimamente è risultato possibile misurare questa differenza). Così la formula (64.4) diventa

$$\mathscr{E}_{leg}(Z, A) = ZM_{at}({}^1_1\mathrm{H}) + NM_n - M_{at}(Z, A), \qquad (64.4a)$$

dove $M_{at}({}^1_1\mathrm{H})$ è la massa dell'atomo d'idrogeno e $M_{at}(Z, A)$ la massa dell'atomo con numero d'ordine Z e numero di massa A.

Nella fisica nucleare è molto utile il concetto di *difetto di massa del nucleo*, in relazione alla sua energia di legame. Si chiama difetto di massa del nucleo la differenza fra la massa del nucleo considerato, espressa in unità di massa atomiche (cfr. § 63, n. 3), e il numero di massa corrispondente A:

$$\Delta(Z, A) = M_{nuc}(Z, A) - A. \qquad (64.5)$$

Usiamo la formula (64.4) per stabilire il legame fra il difetto di massa e l'energia di legame del nucleo supponendo che tutta la massa in questa formula sia espressa in unità di massa atomiche (u.m.a.). In seguito, teniamo

conto che dalla formula (64.5) segue che $M_{nuc} = \Delta + A$. In particolare, per il neutrone $M_n = \Delta_n + 1$ e per il protone $M_p = \Delta_p + 1$. Sostituendo questi valori nella formula (64.4) otteniamo

$$\mathscr{E}_{leg} = Z(\Delta_p + 1) + N(\Delta_n + 1) - (\Delta + A),$$

ossia

$$\mathscr{E}_{leg} = Z\Delta_p + N\Delta_n - \Delta(Z, A) \tag{64.4b}$$

poiché $Z + N = A$. Si vede di qui che per uno spostamento appropriato dell'origine da cui si calcola l'energia (dipendente esclusivamente da Z e N) il difetto di massa differisce per il solo segno dall'energia di legame. Usiamo (64.4b) per calcolare l'energia di legame del nucleo dell'atomo $^4_2$He.

La massa del protone vale $M_p = 938{,}2796$ MeV $= 1{,}0072764$ u.m.a., la massa del neutrone $M_n = 939{,}5731$ MeV $= 1{,}008665$ u.m.a., la massa della particella α (del nucleo ^{4}He) $M_\alpha = 4{,}001506$ u.m.a. Di conseguenza, otteniamo così i difetti di massa corrispondenti: $\Delta_p = 0{,}007276$, $\Delta_n = 0{,}008665$, $\Delta_\alpha = 0{,}001506$, e l'energia di legame della particella α è $\mathscr{E}_{leg} = 2(0{,}007276 + 0{,}008665) - 0{,}001506 = 0{,}030376$ u.m.a. $= 28{,}3$ MeV.

Il difetto di massa, definito dalla formula (64.5), è una quantità senza dimensione. Ma ad esso si può attribuire artificialmente la dimensione della massa (energia) se si accorda che la formula (64.5) definisce Δ solo in unità di massa atomiche. Fatto ciò il valore di Δ in MeV (o in altre unità di massa) si determina con un semplice calcolo. Come risultato si avrà, ad esempio, $\Delta_p = 6{,}77761$ MeV, $\Delta_n = 8{,}07146$ MeV, $\Delta_\alpha = 1{,}4028414$ MeV.

Si deve osservare che nelle tavole solitamente non sono date le masse dei nuclei ma quelle degli atomi neutri, le quali sono più grandi delle masse dei nuclei e la differanza è data dalla massa dei gusci elettronici. Ciò premesso, al posto dei difetti di massa dei nuclei si trovano tabulati i difetti di massa degli *atomi neutri*, cioè le quantità

$$\delta(Z, A) = M_{at}(Z, A) - A. \tag{64.5a}$$

Si avrà, ad esempio, il difetto di massa dell'atomo di $^4_2$He se aggiungiamo al difetto di massa della particella α la massa di due elettroni $2 \times 0{,}511003 = 1{,}022006$ MeV. Quindi per il difetto di massa dell'atomo di $^4_2$He si ha $1{,}4028414 + 1{,}022006 = 2{,}42485$ MeV. Evidentemente, la formula (64.4b) resta valida purché i difetti di massa dei nuclei vengano sostituiti con i difetti di massa degli atomi neutri, cioè

$$\mathscr{E}_{leg} = Z\delta_p + N\delta_n - \delta(Z, A). \tag{64.4c}$$

È utile confrontare l'energia di legame della particella α con il cambiamento relativo della massa di una sostanza nelle reazioni chimiche. Nella reazione $H_2 + O \rightarrow H_2O$, per esempio, si ottiene una temperatura dell'ordine di $1000°C = 1273$ K, che corrisponde all'energia media $3 \cdot (3/2)\, kT =$

$= (9/2) \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-16} \cdot 1273\,T \approx 7{,}9 \cdot 10^{-13}$ erg $\approx 0{,}5$ eV per molecola d'acqua (la molecola d'acqua consta di tre atomi: due atomi d'idrogeno e un atomo d'ossigeno). Siccome la molecola dell'acqua contiene 18 nucleoni e la massa del nucleone vale all'incirca 931 MeV, l'energia propria di questa molecola è $18 \cdot 931$ MeV $= 16{,}8 \cdot 10^3$ MeV $= 16{,}8 \cdot 10^9$ eV. Il cambiamento relativo della massa della sostanza in questa reazione chimica vale all'incirca $3 \cdot 10^{-11} = 3 \cdot 10^{-9}\%$, che è impossibile misurare anche con il metodo di massa spettrografico. Da questo esempio risulta con chiarezza perché è fallita la verifica sperimentale della formula di Einstein $\Delta m = \Delta \mathscr{E}/c^2$ nelle reazioni chimiche mentre questa verifica è stata possibile soltanto nelle reazioni nucleari.

Il rapporto $\mathscr{E}_{\text{leg}}/A$, cioè l'energia di legame media riferita a un nucleone, si chiama *energia di legame specifica*, e il difetto di massa riferito a un nucleone $f = \Delta/A$ *coefficiente di imballaggio.*

3. Diamo alcune proprietà dei nuclei atomici stabilite sperimentalmente e vediamo quali vantaggi si devono trarre da esse circa la struttura del nucleo. Si trova che per nuclei stabili non troppo leggeri ($A \gtrsim 20$) l'energia di legame specifica è costante in una approssimazione grossolana e vale all'incirca 8 MeV per nucleone. Da questo fatto risulta con chiarezza che le forze nucleari sono *forze a corto raggio* e che il loro raggio d'azione è dell'ordine delle dimensioni dei nucleoni stessi ed anche minore. Questa proprietà delle forze nucleari si manifesta nella loro *saturazione*. La saturazione significa che ogni nucleone nel nucleo interagisce soltanto con alcuni nucleoni vicini. Sotto questo aspetto le forze nucleari sono analoghe alle forze chimiche che determinano la valenza degli elementi chimici.

La saturazione delle forze nucleari aiuta a capire perché l'energia di legame dei nuclei stabili non troppo leggeri sia proporzionale al numero di massa A in una approssimazione grossolana. Se non vi fosse saturazione e ciascun nucleone interagisse in modo efficace con gli altri $(A - 1)$ nucleoni, l'energia di legame sarebbe proporzionale ad $A(A - 1)/2$, cioè per grandi A aumenterebbe circa proporzionalmente alla seconda e non alla prima potenza di A. Alla saturazione delle forze nucleari è dovuto anche il fatto che la densità della sostanza nucleare, per nuclei non troppo leggeri, è all'incirca costante, cioè indipendente da A. Grazie a questo fatto il raggio R del nucleo è proporzionale a $\sqrt[3]{A}$. Ciò consente di considerare il nucleo atomico come una *goccia di un liquido incomprimibile* e carica di elettricità positiva, che è quanto viene supposto nel *modello a goccia del nucleo*. Questo modello classico è più fondato quanto più grandi sono i numeri di massa A.

4. Dal punto di vista del modello a goccia ci si deve aspettare una diminuzione dell'energia di legame specifica del nucleo rispetto a quella che sarebbe se i nucleoni nel nucleo fossero soggetti all'azione delle sole forze nucleari d'attrazione *sature*. Questa diminuzione si osserva effettivamente. Essa è legata, prima di tutto, alla presenza di nucleoni superficiali. Se un nucleone si trova in prossimità della superficie del nucleo, allora il numero di

nucleoni, che lo trattengono nel nucleo, diminuisce, vale a dire che, in questo caso, non tutti i legami funzioneranno totalmente. Questo effetto è particolarmente sensibile nei nuclei leggeri in quanto il suo influsso è tanto più forte quanto più grande è il rapporto della superficie del nucleo al suo volume (proporzionale a $R^{-1} \sim A^{-1/3}$). Le energie di legame specifiche per i nuclei leggeri, calcolate mediante la formula (64.4a), sono date nella tavola 7. Ovviamente, nel caso dei nuclei leggeri, non ci si deve aspettare un accordo dei dati sperimentali con quelli calcolati in base al modello a goccia del nucleo.

Tavola 7

Nucleo	${}^{2}_{1}H$	${}^{3}_{2}He$	${}^{4}_{2}He$	${}^{6}_{3}Li$	${}^{7}_{3}Li$	${}^{14}_{7}N$	${}^{16}_{8}O$	${}^{19}_{9}F$
$\mathcal{E}_{leg}/A$, MeV	1,112	2,573	7,074	5,332	5,606	7,476	7,976	7,632

In secondo luogo, l'energia di legame diminuisce a causa della repulsione coulombiana fra i protoni. Per i nuclei leggeri questo effetto è inessenziale poiché, in questo caso, le forze nucleari superano le forze coulombiane di circa due ordini di grandezza. Tuttavia le forze coulombiane sono a lungo raggio d'azione e le loro energie sono proporzionali a $Z(Z - 1)$ o, per grandi Z, a $\sim Z^2$, mentre l'energia dell'interazione nucleare è proporzionale a Z. Quindi, per grandi Z, comincia a prevalere l'energia coulombiana. Con ciò si spiega la diminuzione dell'energia di legame specifica dei nuclei pesanti all'aumentare di Z.

5. Oltre alle energie di volume, superficiale e coulombiana, l'energia di legame del nucleo contiene altri due termini. Il primo tiene conto della stabilità elevata del nucleo con un numero uguale di protoni e di neutroni ($Z = N$) rispetto ad altri nuclei con lo stesso numero di massa $A = Z + N$. Questa stabilità è stata trovata sperimentalmente per i nuclei leggeri. La sua violazione per i nuclei pesanti è dovuta alla repulsione coulombiana dei protoni, della quale si è tenuto già conto precedentemente. Perciò accettiamo quale generalizzazione dei dati sperimentali che detta tendenza alla stabilità si conserva anche per i nuclei pesanti se è «esclusa» l'interazione elettrica. Se i numeri Z e N non sono uguali, nell'energia di legame del nucleo, oltre all'energia coulombiana, compare un'aggiunta negativa che si chiama *energia di simmetria*. La natura fisica dell'energia di simmetria non è del tutto chiara. Tuttavia la sua esistenza esprime il fatto indubbio che il protone differisce dal neutrone non per la sola carica elettrica. Essi sono caratterizzati da altre distinzioni anche se meno importanti. A prescindere dalla natura fisica dell'energia di simmetria, risolviamo un problema più modesto: troviamo un'espressione approssimata dell'energia di simmetria sulla base di fatti empirici.

Supponiamo che nel nucleo sia «esclusa» l'interazione elettromagnetica e resti la sola interazione nucleare. Allora, se nel nucleo tutti i protoni ven-

gono sostituiti con neutroni e tutti i neutroni con protoni, l'energia di legame non cambia. Questa affermazione è la generalizzazione dei fatti sperimentali e trova conferma, in particolare, dall'esistenza dei nuclei speculari. Matematicamente essa è espressa dall'equazione

$$\mathscr{E}_{\text{leg}}(Z, N) = \mathscr{E}_{\text{leg}}(N, Z).$$

Introduciamo in questa equazione la nuova variabile $\varepsilon = N - Z$. Mediante la relazione $A = Z + N$ troviamo

$$N = \frac{A + \varepsilon}{2}, \quad Z = \frac{A - \varepsilon}{2},$$

cosicché

$$\mathscr{E}_{\text{leg}}\left(\frac{A - \varepsilon}{2}, \frac{A + \varepsilon}{2}\right) = \mathscr{E}_{\text{leg}}\left(\frac{A + \varepsilon}{2}, \frac{A - \varepsilon}{2}\right).$$

Di qui si vede che per A costante l'energia di legame del nucleo è funzione pari del parametro ε. Supponendo la grandezza ε piccola rispetto ad A, sviluppiamo la funzione $\mathscr{E}_{\text{leg}}$ in serie di potenze di ε ed interrompiamo questo sviluppo al termine quadratico:

$$\mathscr{E}_{\text{leg}} = F(A) + f(A)\varepsilon^2 = F(A) + f(A)(N - Z)^2.$$

I fatti sperimentali ci inducono a riconoscere che la funzione $F(A) \backsim A$, e come è stato detto prima, che $f(A) \backsim A^{-1}$ e, inoltre, la funzione $f(A)$ deve essere negativa, come è stato sottolineato precedentemente.

6. Il secondo fra i termini citati all'inizio del n. 5 non può essere interpretato classicamente, esso tiene conto del sistematico cambiamento dell'energia di legame del nucleo, fatto stabilito sperimentalmente, a seconda che i valori di Z e A siano pari o dispari. I nuclei con Z e N pari si dicono *pari-pari*, con Z pari e N dispari nuclei *pari-dispari*, con Z dispari e N pari nuclei *dispari-pari*, con Z dispari e N dispari nuclei *dispari-dispari*. L'energia di legame è massima per i nuclei pari-pari, minima per i nuclei dispari-dispari ed assume valori intermedi per gli altri nuclei. Da questo fatto risulta nettamente che *si accoppiano* nucleoni uguali nel nucleo, cioè in un certo senso si riuniscono in coppie sia i protoni che i neutroni. L'accoppiamento aumenta l'energia di legame nel nucleo. La correzione rispettiva all'energia di legame si chiama *energia d'accoppiamento*. Per Z e N pari tutti i protoni e tutti i neutroni del nucleo sono accoppiati. Per A dispari resta un protone o un neutrone non accoppiato. Infine, per Z e N dispari si ha un protone non accoppiato e un neutrone non accoppiato.

I fatti sperimentali si descrivono in modo soddisfacente se per A dispari l'energia di accoppiamento viene inclusa in un termine volumetrico, cioè presa uguale a zero. Allora per i nuclei pari-pari l'energia d'accoppiamento sarà positiva e per i nuclei dispari-dispari negativa, ma in valore assoluto le due energie sono praticamente uguali.

7. Quindi, in accordo con quanto detto per l'energia di legame del nucleo, possiamo scrivere

$$\mathscr{E}_{leg} = C_{vol}A - C_{superf}A^{2/3} - C_{coul}Z^2A^{-1/3} -$$
$$- C_{sim}(A - 2Z)^2A^{-1} + C_{accop}A^{-\varepsilon}\delta. \qquad (64.6)$$

Questa formula semiempirica porta il nome di *Weizsäcker* (n. 1912). L'ultimo termine è stato stabilito in base a dati empirici, ma per l'esponente ε autori diversi ottengono valori diversi, compresi tra $+1/3$ e 1. Nel presente libro è accettato $\varepsilon = 3/4$. La grandezza δ vale

$$\delta = \begin{cases} +1 \text{ per i nuclei pari-pari} \\ 0 \text{ per i nuclei con } A \text{ dispari,} \\ -1 \text{ per i nuclei dispari-dispari,} \end{cases}$$

I coefficienti nella formula (64.6) vengono scelti in modo da ottenere il miglior accordo con l'esperienza. Attualmente sono accettati i valori seguenti:

$$C_{vol} = 15{,}75 \text{ MeV}, C_{superf} = 17{,}8 \text{ MeV}, C_{coul} = 0{,}710 \text{ MeV},$$
$$C_{sim} = 23{,}7 \text{ MeV}, C_{accop} = 34 \text{ MeV}, \varepsilon = 3/4. \qquad (64.7)$$

La formula di Weizsäcker, che esprime l'energia di legame, viene verificata nella maggioranza dei casi a meno di qualche MeV ed è estremamente utile per la determinazione di tutte le proprietà generali essenziali dei nuclei (tranne per i nuclei leggeri esclusi dalle nostre considerazioni). Tuttavia alcuni dettagli non vengono espressi in modo dovuto mediante questa formula. Tali sono, ad esempio, la particolare stabilità dei nuclei «magici» e le fluttuazioni dell'energia d'accoppiamento.

Si dicono *magici* i nuclei in cui il numero di protoni o di neutroni è uguale a uno dei numeri seguenti: 2, 8, 20, (28), 50, 82, 126 (nell'ultimo caso soltanto per i neutroni). Questi numeri vengono detti anch'essi *magici*. Se in un nucleo sono magici contemporaneamente sia il numero di protoni che il numero di neutroni questo nucleo si dice *doppiamente magico*. Esistono in tutto cinque nuclei di questo tipo: ^4_2He, $^{16}_8O$, $^{40}_{20}Ca$, $^{48}_{20}Ca$, $^{208}_{82}Pb$. I nuclei magici e, soprattutto, quelli doppiamente magici sono contraddistinti da *stabilità più alta* (cioè godono di energie di legame specifiche più grandi) e hanno una diffusione più larga in natura rispetto agli altri nuclei. L'esistenza dei nuclei magici trova una spiegazione mediante il modello a shell (modello a guscio) del nucleo (cfr. § 78).

8. Applichiamo la formula di Weizsäcker alla determinazione dell'isobaro più stabile per un numero di massa A assegnato. Gli isobari si distinguono per il valore di Z. Perciò il problema si riduce alla determinazione del numero di carica Z per cui l'energia di legame del nucleo sia massima. Deriviamo l'espressione (64.6) rispetto a Z, per A costante, e uguagliamo a zero la derivata. Ovviamente in questo caso, è sufficiente tener conto dei soli ter-

mini terzo e quarto nella formula (64.6) poiché gli altri termini sono indipendenti da Z. Come risultato otteniamo

$$Z = \frac{A}{2 + (C_{coul}/2C_{sim})A^{2/3}} = \frac{A}{2 + 0{,}0150A^{2/3}}. \qquad (64.8)$$

La formula di Weizsäcker non tiene conto della differenza fra la massa del protone e quella del neutrone: $m_n - m_p = 1{,}29343$ MeV. In effetti, la massa del nucleo deve contenere il termine $Zm_p + (A - Z)m_n = Am_n - Z(m_n - m_p)$. Perciò nella formula che esprime l'energia di legame deve figurare il termine $Z(m_n - m_p)$. Tenendo conto di questo termine otteniamo

$$Z = \frac{[1 + (m_n - m_p)/4C_{sim}]A}{2 + (C_{coul}/2C_{sim})A^{2/3}} = \frac{A}{1{,}97 + 0{,}0150A^{2/3}}, \qquad (64.8a)$$

risultato che differisce circa dell'1% dal risultato (64.8). È difficile credere che questa differenza sia realmente sensibile per la precisione cui può pretendere la formula semiempirica di Weizsäcker.

I nuclei non soggetti al decadimento β si chiamano *nuclei β-stabili*. In essi il numero N di neutroni e il numero Z di protoni sono determinati dalla formula (64.8) o (64.8a). Queste formule non danno che valori medi o smussati di N e Z per i nuclei β-stabili. All'andamento piano di variazione, corrispondente alle formule (64.8) e (64.8a), si applica una serie di *deformazioni locali*. Per $A \lesssim 40$ il numero Z vale circa la metà di A, vale a dire che il numero di protoni e di neutroni nel nucleo è quasi uguale. Per grandi A, in virtù della repulsione coulombiana, nel nucleo sono presenti più neutroni che protoni.

In fig. 120, sugli assi coordinati sono riportati i numeri N e Z. Qui i nuclei β-stabili noti sono rappresentati da rettangoli in funzione di N e Z. I quadretti scuri si riferiscono a nuclei il cui tempo di dimezzamento per decadimento α è superiore a 10^9 anni, i quadretti chiari a nuclei con questo tempo più piccolo. I nuclei che possiedono un eccesso di neutroni o di protoni presentano una radioattività β. Il nucleo si libera dall'eccesso di protoni mediante emissione di *positroni*, e dall'eccesso di neutroni mediante emissione di *elettroni* (cfr. § 74). Quando l'eccesso di protoni diventa così grande che l'energia di legame del protone si annulla, il nucleo non può esistere e si disintegra. Una conclusione analoga si riferisce ai neutroni. Le frontiere teoriche corrispondenti dell'esistenza dei nuclei sono rappresentate dalle curve C_p e C_n nella fig. 120. Esse si possono ottenere approssimativamente uguagliando a zero le derivate parziali rispetto a Z (per N = costante) e rispetto a N (per Z = costante). La curva $Z^2/A = 41$ sarà trattata considerando la questione della fissione del nucleo (cfr. § 93).

9. La dipendenza dell'energia di legame del nucleo dal numero di neutroni N e dal numero di protoni Z si può rappresentare graficamente ponendo

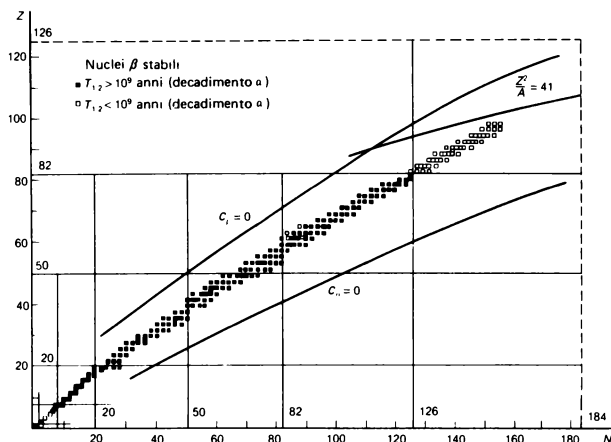



Fig. 120.

sugli assi orizzontali i valori di N e Z e sull'asse verticale l'energia di legame $\mathscr{E}_{leg}$. Poiché i numeri N e Z sono interi, si ottiene così un sistema finito di punti ciascuno dei quali corrisponde a un nucleo. Se riuniamo tutti questi punti mediante una superficie, quest'ultima non risulta liscia ma a gradini. La situazione qui è simile a quella che si otterrebbe se allo stesso modo fosse rappresentata la dipendenza dell'energia di ionizzazione dell'atomo dal numero d'ordine dell'elemento. L'energia di ionizzazione varierebbe di una quantità finita nel passare da un elemento ad un altro vicino. Questi sbalzi sarebbero particolarmente notevoli nel passagio da certi atomi agli atomi dei gas nobili, nei quali i gusci elettronici esterni sono completamente occupati per cui l'energia di ionizzazione è particolarmente grande. Un aumento analogo dell'energia di legame specifica si osserva anche nella fisica nucleare nel passaggio ai *nuclei magici*. Questo effetto è dovuto alla struttura a guscio del nucleo (§ 78).

Ma l'energia di legame specifica cambia in modo particolarmente forte al cambiare della *parità del nucleo*. Nel passaggio a nuclei vicini della stessa parità gli sbalzi dell'energia di legame specifica sono relativamente minori. Proprio in ciò si manifesta *l'energia d'accoppiamento*. Grazie all'esistenza dell'energia d'accoppiamento la superficie $\mathscr{E}_{leg} = \mathscr{E}_{leg}(N, Z)$ si separa nettamente in tre superfici. Quella superiore è la superficie per i nuclei pari-pari e quella inferiore per i nuclei dispari-dispari. Fra queste superfici ne esiste una intermedia con numeri A dispari corrispondente ai nuclei pari-dispari e dispari-pari. Tutte e tre le superfici si possono approssimare mediante superfici lisce usando, ad esempio, la formula di Weizsäcker. La distanza fra queste superfici, per $Z \approx$ 10-20 e $N \approx$ 10-20, vale pressappoco 3-2 MeV e

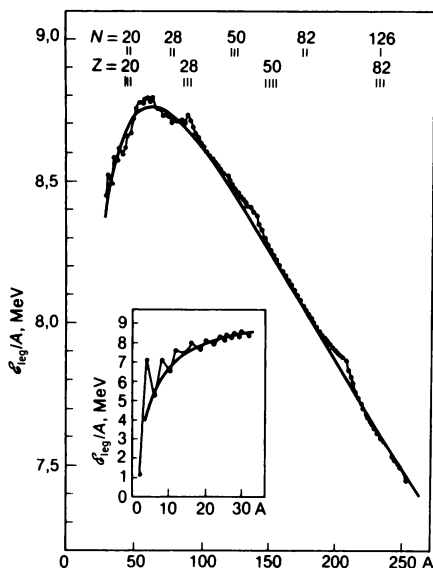



Fig. 121.

in seguito decresce monotonamente fino a ≈ 1 MeV nella regione dei nuclei pesanti (Z ≈ 100, N ≈ 150).

10. Nella fig. 121 è rappresentata la dipendenza sperimentale dell'energia di legame specifica del nucleo dal numero di massa A per gli isobari più stabili per tutti i valori pari di A. Sono noti in tutto cinque nuclei stabili dispari-dispari: questi sono i nuclei leggeri $^2_1$D, $^6_3$Li, $^{10}_5$Be, $^{14}_7$N e anche $^{50}_{23}$V. Essi non sono rappresentati in fig. 121, così come i nuclei con valori dispari di A. Con ciò sono escluse le correzioni dispari-pari sistematiche legate con l'effetto di accoppiamento dei nucleoni. La curva piana corrisponde alla formula semiempirica di Weizsäcker (64.6). Se dalla considerazione vengono esclusi i nuclei più leggeri, nell'approssimazione grossolana, come è stato osservato nel n. 3, l'energia di legame specifica è costante e vale pressappoco 8 MeV. L'energia di legame specifica diventa massima per A ≈ 56 (ferro). Questo massimo vale pressappoco 8,8 MeV. Un lento aumento dell'energia di legame specifica con sua successiva diminuzione è legato, come è stato detto prima (n. 3), all'influenza dell'energia superficiale e, in seguito, alla repulsione coulombiana. Dall'analisi della curva si vede che per nuclei leggeri è energeticamente possibile il processo di una loro *fusione* accompagnato da emissione di energia termonucleare. Viceversa, per i nuclei pesanti è consentito energeticamente il processo di *fissione* accompagnato anch'esso da emissione di energia. Su questi processi è basata tutta l'energetica nucleare.

Problemi

1. Il difetto di massa dell'atomo ^9_4Be vale 11,3484 MeV. Determinare l'energia di legame del nucleo ^9_4Be rispetto alla sua fissione in due particelle α ^4_2He e un neutrone.

Soluzione. Usando i valori dei difetti di massa del neutrone e dell'atomo ^4_2He dati nel testo, otteniamo l'energia di legame cercata

$$\mathscr{E}_{leg} = 2\Delta(2,4) + \Delta_n - \Delta(4,9) = 2\cdot 2,42485 + 8,07162 - 11,3484 = 1,5729\,\text{MeV}.$$

L'energia di legame così piccola del nucleo ^9_4Be, rispetto alla sua fissione in due particelle α e un neutrone, consente di estrarre da questo nucleo il neutrone sottoponendolo alla radiazione di particelle α. Grazie a questo procedimento è stato scoperto il neutrone (cfr. § 92.).

2. Usando i difetti di massa

$$\Delta(1,2) = 13,13627\,\text{MeV},\ \Delta(1,3) = 14,95038\,\text{MeV},$$
$$\Delta(2,3) = 14,93173\,\text{Mev}$$

e anche i difetti di massa dati nel testo, calcolare l'energia Q emanata nelle reazioni termonucleari seguenti:

1) $^2_1D + ^2_1D \to ^1_1p + ^3_1T$, 3) $^2_1D + ^3_1T \to ^1_0n + ^4_2He$,
2) $^2_1D + ^2_1D \to ^1_0n + ^3_2He$, 4) $^3_2He + ^2_1D \to ^4_2He + ^1_1p$.

Trascurando l'energia cinetica delle particelle prima della reazione, trovare quale energia porta seco ogni particella dopo la reazione.

Risposta. 1) $Q = 2\Delta(1,2) - \Delta(1,1) - \Delta(1,3) = 4,033$ MeV. Il protone porta 3,025 MeV, il nucleo del tritio 1,008 MeV.

2) $Q = 3,27$ MeV. Il neutrone porta via 2,453 MeV, il nucleo d'elio ^3_2He 0,817 MeV.

3) $Q = 17,59$ MeV. Il neutrone porta seco 14,07 MeV, il nucleo d'elio ^4_2He 3,52 MeV.

4) $Q = 18,35$ MeV. Il protone porta seco 14,68 MeV, il nucleo d'elio ^4_2He 3,67 MeV.

3. Il nucleo d'uranio $^{238}_{92}U$ si disintegra in due pezzi di massa pressappoco uguale che si trovano in mezzo al sistema periodico degli elementi. Mediante la curva di fig. 121 determinare approssimativamente quale energia cinetica si libera in questo caso.

Soluzione. In seguito alla fissione il numero totale di nucleoni 238 resta invariato. Come si vede dalla fig. 121, prima della fissione l'energia media $\mathscr{E}_{vol}/A = -\mathscr{E}_{leg}/A$ per nucleone vale $-7,6$ MeV e dopo la fissione $-8,5$ MeV. In seguito alla fissione si libera una energia cinetica $-238\cdot 7,6 - (-238\cdot 8,5) \approx 200$ MeV.

4. Il nucleo d'uranio $^{238}_{92}U$ si disintegra in due pezzi uguali. Calcolare mediante la formula di Weizsäcker (64.6) l'energia cinetica totale che acquisterebbero i due pezzi se fra essi agissero le sole forze di repulsione coulombiane.

Risposta. $$\mathscr{E}_{cin} = C_{coul}\left[Z^2A^{-1/3} - 2\left(\frac{Z}{2}\right)^2\left(\frac{A}{2}\right)^{-1/3}\right] =$$
$$= C_{coul}Z^2A^{-1/3}(1 - 2^{-2/3}) = 0,370\,C_{coul}Z^2A^{-1/3} \approx 360\,\text{MeV}.$$

L'energia cinetica ottenuta è più grande di quella ricavata nel problema 3. Ciò è dovuto al fatto che tutte le forze (escluse quelle coulombiane) per fissione del nucleo in pezzi li trattengono cioè compiono un lavoro negativo. Il valore ottenuto va considerato come un dato molto approssimativo poiché la formula di Weizsäcker non è fondata teoricamente e i suoi coefficienti si basano su dati sperimentali.

5. Mostrare che gli isotopi ^5Li e ^8Be sono instabili. Ciò si spiega con il fatto che fra gli isotopi stabili in natura non esistono quelli con i numeri di massa 5 e 8. I difetti di massa degli atomi ^5Li e ^8Be valgono 11,680 MeV e 4,9418 MeV, rispettivamente.

Suggerimento. Per il nucleo ^5Li considerare il processo $^5_3Li \to ^4_2He + p$, e per il nucleo ^8Be il processo $^8_4Be \to 2\,^4_2He$.

§ 65. *Dimensioni del nucleo*

1. Non si può parlare di dimensioni del nucleo con la stessa determinazione ed univocità possibile nel caso dei corpi macroscopici. Le dimensioni dei nuclei pesanti sono caratterizzate da una maggiore determinazione.

Esistono diversi metodi per determinare le dimensioni del nucleo, questi metodi si possono suddividere in due gruppi. Con i metodi del primo gruppo si registra l'esistenza della sostanza nucleare, sfruttando fenomeni determinati dalle forze nucleari (o dalle cosiddette interazioni forti). Nei metodi del secondo gruppo, mediante le interazioni elettromagnetiche, si studia la distribuzione della carica elettrica nel nucleo. I due gruppi di metodi conducono a risultati un po' diversi. Nelle misure di precisione bisogna indicare in che senso si usa il concetto di dimensione del nucleo e con quali metodi questa dimensione viene determinata. Tuttavia la differenza fra i risultati di misura delle dimensioni del nucleo con metodi diversi non è così grande. Quando non occorre una precisione particolare si possono tralasciare i dettagli e parlare di «dimensione del nucleo» in generale, senza precisare la sua natura.

Se il nucleo è supposto sferico tutti i metodi di determinazione del suo raggio portano alla formula

$$R = r_0 A^{1/3}. \tag{65.1}$$

Per i nuclei pesanti i valori della costante r_0, ottenuti con diversi metodi, sono un po' differenti, ma tutti questi stanno entro i limiti di

$$r_0 = (1{,}2 \div 1{,}5)\cdot 10^{-13}\ \text{cm}. \tag{65.2}$$

Osserviamo che nella fisica nucleare e nella fisica delle particelle elementari è comodo usare, come unità di distanza, il *fermi* (in breve, f) uguale a 10^{-13} cm, e come unità di sezione d'urto il *barn* (10^{-24} cm^2).

La velocità caratteristica delle particelle α emesse dai nuclei radioattivi è dell'ordine di 10^9 cm/s. Il tempo che la particella α impiega per percorrere il diametro del nucleo è dell'ordine di $T_{nuc} \approx 10^{-13} : 10^9 \approx 10^{-22}$ s. Il tempo dell'ordine di 10^{-23}-10^{-24} s si suole chiamare *tempo nucleare*.

Più avanti vedremo alcuni metodi per determinare R e r_0.

2. Il limite superiore del raggio nucleare si può determinare approssimativamente già dall'esperienza di Rutherford studiando la diffusione delle particelle α su nuclei atomici (cfr. § 9). Siano p l'impulso della particella α, m la sua massa e $\mathscr{E}_{cin} = p^2/2m$ la sua energia cinetica. Poiché l'impulso nell'urto si conserva e il nucleo prima dell'urto si può supporre fisso, l'energia cinetica dopo un urto, posseduta dal centro di massa del sistema, sarà $p^2/2(M + m)$, dove M è la massa del nucleo. Per i nuclei pesanti si può trascurare questa grandezza, supponendo cioè che per urto elastico con il nucleo l'energia cinetica della particella α non cambi. In questo caso il massimo avvicinamento della particella α al nucleo sarà determinato mediante

la formula $\mathscr{E}_{cin} = 2Ze^2/R$, dove R è la distanza fra i centri del nucleo e della particella nell'istante dell'avvicinamento massimo. Nei calcoli numerici è comodo rappresentare la grandezza $\mathscr{E}_{cin}$ nella forma $\mathscr{E}_{cin} = (2e)V$, dove $2e$ è la carica della particella α e V il «potenziale di accelerazione» corrispondente all'energia $\mathscr{E}_{cin}$. Allora $R = Ze/V$. Per l'oro $Z = 79$. Il «potenziale di accelerazione» della particella α è $V = 5$ MV $= (5/3)\cdot 10^4$ CGSE. In questo caso

$$R = \frac{79\cdot 4{,}8\cdot 10^{-10}}{(5/3)\cdot 10^4} = 2{,}3\cdot 10^{-12}\ \text{cm}.$$

Siccome per una energia $\mathscr{E}_{cin}$ di 5 MeV (e anche più) i risultati dell'esperienza sono in buon accordo con la formula teorica di Rutherford, risulta: primo, la somma dei raggi del nucleo e della particella α è in ogni caso minore di $2\cdot 10^{-12}$ cm; secondo, a distanze di $2\cdot 10^{-12}$ cm l'interazione fra la particella α e il nucleo è puramente elettrica e *determinata dalla legge di Coulomb*.

3. Il raggio del nucleo si può stimare mediante la formula semiempirica di Weizsäcker (64.6). Il terzo termine di questa formula $-C_{coul}Z^2A^{-1/3}$ è legato alla repulsione coulombiana dei protoni del nucleo. Se supponiamo che la carica elettrica del nucleo sia distribuita uniformemente nel suo volume, l'energia elettrica del nucleo sarà $(3/5)Z^2e^2/R$. Questa grandezza deve essere uguale a $C_{coul}Z^2A^{-1/3}$. La costante C_{coul} è rappresentabile nella forma $C_{coul} = eV_{coul}$, dove in accordo con la formula (64.7) $V_{coul} = 0{,}71$ MV $= 2370$ CGSE. Ciò dà

$$R = (3/5)eA^{1/3}/V_{coul} = r_0A^{1/3},$$

cosicché

$$r_0 = \frac{3}{5}\frac{e}{V_{coul}} = \frac{3}{5}\frac{4{,}8\cdot 10^{-10}}{2370} = 1{,}22\cdot 10^{-13}\ \text{cm}.$$

Evidentemente, con questo metodo si misura il «raggio elettrico» del nucleo, cioè il raggio condizionato dall'interazione delle cariche elettriche. Si deve notare che la continuità e l'uniformità della distribuzione della carica elettrica nel nucleo, supposte nella stima suindicata, vanno considerate non come ipotesi ma come *determinazione precisa* di quello che si deve intendere con «raggio elettrico» del nucleo.

Il metodo considerato è contrassegnato da una finezza particolare se applicato a due nuclei speculari di cui uno, dopo essere soggetto ad un decadimento β, si trasforma nell'altro. Supponiamo, ad esempio, che questo decadimento sia β^+ (decadimento positronico) e che Z e $A—Z$ siano i numeri di protoni e di neutroni nel nucleo iniziale. Allora dopo la trasformazione β^+ esso diventa il nucleo speculare con $Z—1$ protoni e $A—Z + 1 = Z$ neutroni. Dall'ultima relazione per il nucleo iniziale si ottiene $A - 2Z = -1$ e

per il nucleo speculare $A - 2(Z - 1) = +1$. Quindi, per entrambi i nuclei speculari il quarto termine nella formula di Weizsäcker (64.6) sarà lo stesso. L'ultimo termine in quella formula in ambedue i casi è nullo poiché per una trasformazione β il numero di massa non cambia, ma esso, come abbiamo visto, è dispari. In tal modo, le energie di legame dei due nuclei speculari differiscono per il solo terzo termine. Perciò la differenza fra le energie di legame del nucleo finale e di quello iniziale è

$$\Delta \mathscr{E}_{\text{leg}} = -C_{\text{coul}}(Z - 1)^2 A^{-1/3} + C_{\text{coul}} Z^2 A^{-1/3} = \\ = C_{\text{coul}} A^{-1/3}(2Z - 1) = C_{\text{coul}} A^{2/3}.$$

Misurando $\Delta \mathscr{E}_{\text{leg}}$ e conoscendo A, si può trovare C_{coul} e, in seguito, mediante il procedimento suindicato, anche il raggio del nucleo R. È ovvio che il ragionamento citato è applicabile anche al decadimento β^- (decadimento elettronico).

4. Le dimensioni dei nuclei atomici si possono determinare studiando la diffusione di neutroni, elettroni e di altre particelle elementari su nuclei. Per una diffusione sufficientemente sensibile è necessario che la lunghezza d'onda di De Broglie λ della particella diffusa sia dello stesso ordine o più piccola del diametro del nucleo. Esprimiamo questa condizione in funzione dell'energia della particella. La formula iniziale è $\lambda = h/p$. Si può supporre il neutrone non relativistico e ricorrere alla formula $\mathscr{E}_{\text{cin}} = p^2/2m$ la cui combinazione con la formula precedente dà

$$\mathscr{E}_{\text{cin}} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{(hc)^2}{2(mc^2)\lambda^2}.$$

Sostituendovi per il neutrone $mc^2 = 939{,}6$ MeV e anche $hc = 1{,}2399 \cdot 10^{-10}$ MeV·cm otteniamo

$$\mathscr{E}_{\text{cin}} = \frac{8{,}18}{\lambda^2} \cdot 10^{-24}\ \text{MeV}.$$

Per una particella ultrarelativistica, quale si può supporre un elettrone veloce, $\mathscr{E} \approx \mathscr{E}_{\text{cin}} = h\nu$, cioè

$$\mathscr{E}_{\text{cin}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1{,}2399}{\lambda_{\text{cm}}} \cdot 10^{-10}\ \text{MeV}.$$

Se per λ poniamo $2 \cdot 10^{-12}$ cm, allora per il neutrone otteniamo $\mathscr{E}_{\text{cin}} \approx 2$ MeV e per un elettrone ultrarelativistico $\mathscr{E}_{\text{cin}} \approx 60$ MeV. Quindi, l'energia cinetica del neutrone deve superare pressappoco i 5 MeV, e per l'elettrone circa i 100 MeV.

5. La descrizione quantitativa si fa in modo visivo mediante la cosiddetta *sezione d'urto del nucleo*. Ricordiamo questa nozione. La sezione d'urto viene introdotta per caratterizzare l'indebolimento di un fascio parallelo di

particelle in seguito ad un qualche processo. Si parla, ad esempio, della sezione d'urto di diffusione elastica ed anelastica dell'elettrone sull'atomo, della sezione d'urto totale di diffusione dell'elettrone sull'atomo, ecc. Ora consideriamo l'indebolimento totale di un fascio parallelo di elettroni, neutroni e di altre particelle per diffusione su nuclei atomici. L'azione del nucleo si può descrivere come se esso fosse costituito da un'area impenetrabile di grandezza σ perpendicolare al fascio incidente, la quale estrae dal fascio le particelle incidenti. L'area σ si chiama *sezione d'urto* del nucleo. Consideriamo uno strato pianoparallelo di spessore dx ed area S, perpendicolare al fascio di particelle incidenti e riempito uniformemente di nuclei diffondenti. Questo strato contiene $Sndx$ nuclei e legate ad essi le aree σ, dove n è il numero di nuclei nell'unità di volume. L'area totale di queste sezioni vale $Sn\sigma dx$ e, fra l'altro, in virtù della piccolezza dello strato dx, le sezioni si possono supporre non sovrapposte. La quota relativa di particelle $-dN/N$ eliminata dal fascio nell'attraversamento dello strato considerato è $Sn\sigma dx/S =$ $= n\sigma dx$. In tal modo,

$$\frac{dN}{N} = -\, n\sigma dx \tag{65.3}$$

e, di conseguenza,

$$N = N_0 e^{-n\sigma x}. \tag{65.4}$$

Misurando l'indebolimento dell'intensità del flusso di particelle N per diffusione su nuclei si può trovare la sezione d'urto del nucleo σ.

6. Come è legata la sezione d'urto totale σ con le dimensioni del nucleo nel caso di incidenza su di esso, per esempio, di un fascio di neutroni? Ciò dipende, ovviamente, dall'energia dei neutroni e dalla struttura del nucleo. Il modello più semplice è il modello a nucleo non trasparente. La sua applicazione richiede che l'energia dei neutroni sia non troppo grande. In caso contrario (per un'energia $>$ 100 MeV, ad esempio), il nucleo diventa trasparente, almeno in parte, assorbendo non tutti i neutroni incidenti. Tuttavia è necessario, inoltre, sottoporre l'energia dei neutroni ad una condizione opposta. Essa deve essere sufficientemente grande affinché la lunghezza d'onda di De Broglie sia sensibilmente minore del diametro $2R$ del nucleo. Entrambe le condizioni sono soddisfatte da neutroni veloci di energia 20 MeV. Il nucleo assorbirà e diffonderà le onde di De Broglie come uno schermo nero. Per le onde corte in prossimità del nucleo è applicabile l'ottica geometrica, e perciò la sezione d'urto d'assorbimento sarà uguale alla sezione geometrica πR^2 del nucleo. Ma i neutroni escono dal fascio non solo per assorbimento, ma anche per *diffusione diffrattiva* in varie direzioni. Nel caso delle onde corte suindicate si verifica la diffrazione di Fraunhofer poiché la condizione di applicabilità $x \gg \frac{(2R)^2}{\lambda} \approx \frac{(2\cdot 10^{-12})^2}{0{,}5\cdot 10^{-12}} \approx 8\cdot 10^{-12}$ cm, do-

ve x è la distanza dal nucleo nel punto di osservazione, è certamente verificata da neutroni veloci. Ma nel caso della diffrazione di Fraunhofer lo schermo nero diffonde tanti neutroni quanti ne assorbe. Questa affermazione si dimostra nello stesso modo dell'analoga affermazione nell'ottica (cfr. problema del § 41, vol. IV). Dunque, per la sezione totale del nucleo nel modello considerato si può scrivere

$$\sigma = 2\pi R^2. \tag{65.5}$$

Misurando σ si può calcolare R mediante questa formula. L'esperienza con neutroni veloci ($\mathscr{E}_n \approx$ 15-25 MeV) ha condotto al risultato $r_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-13}$ cm, e con neutroni ancora più veloci ($\mathscr{E}_n \approx 100$ MeV e $\mathscr{E}_n \approx 1000$ MeV), $r_0 = 1{,}37 \cdot 10^{-13}$ e $r_0 = 1{,}28 \cdot 10^{-13}$ cm. Da ciò risulta una trasparenza parziale dei nuclei per i neutroni molto veloci.

7. Risultati più precisi si ottengono misurando le dimensioni dei nuclei per diffusione di elettroni veloci sui nuclei. Come è stato detto nel n. 4, per elettroni con energia di ~ 100 MeV la lunghezza d'onda di De Broglie diventa commensurabile con le dimensioni dei nuclei. Per le lunghezze d'onda di quest'ordine si manifesta nettamente la diffrazione di elettroni sui nuclei atomici. In base alla distribuzione angolare degli elettroni veloci diffusi elasticamente su nuclei, si possono stimare le dimensioni dei nuclei. Nei primi esperimenti furono usati gli elettroni accelerati da un sincrotrone fino a qualche decina di MeV e in quelli successivi più precisi di Hofstadter (n. 1915) elettroni con energie fino a centinaia di MeV. Sotto l'ipotesi che la carica elettrica fosse distribuita uniformemente nel nucleo l'elaborazione dei risultati di misura diede $r_0 = (1{,}2\text{-}1{,}3) \cdot 10^{-13}$ cm.

L'alta precisione dell'esperienza di diffusione di elettroni veloci su nuclei ($\mathscr{E} > 500$ MeV) ha consentito di stabilire che la carica elettrica è distribuita non uniformemente nel volume del nucleo. I risultati dell'esperienza sono in buon accordo con l'ipotesi che la densità di carica elettrica sia massima al centro del nucleo e che per nuclei pesanti essa decresca monotonamente verso le zone periferiche secondo la formula

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \exp\dfrac{r - R_0}{\delta}}, \tag{65.6}$$

dove R_0 è la distanza dal centro del nucleo alla quale la densità descresce di due volte rispetto a ρ_0 e la grandezza $\delta \approx 0{,}55 \cdot 10^{-13}$ cm, cioè uguale per tutti i nuclei. Tutte le indagini sui nuclei danno $R_0 = 1{,}08 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ cm. Quindi nel centro del nucleo, in effetti, ρ_0 coincide con ρ.

8. Come è gia stato detto nella Introduzione (§ 63), nel 1937 nella composizione dei raggi cosmici furono scoperti i *muoni*, ossia particelle instabili con una durata di vita di $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s. Queste particelle possono essere sia positive che negative. Le proprietà del muone negativo sono analoghe a quelle

dell'elettrone, dal quale il muone differisce per la sola massa: $m_\mu \approx 207\, m_e$. Rallentato nella materia fino a una determinata velocità, il muone può essere catturato dall'atomo sostituendo uno degli elettroni del guscio atomico. Il sistema così formato si chiama ***atomo mesico***. Poiché la massa del muone è di 207 volte superiore alla massa dell'elettrone, il suo raggio di Bohr è minore dello stesso fattore. Esso vale $r_{\mu B} = \hbar^2/Zm_\mu e^2$, dove m_μ è la massa del muone. Quindi, il muone può passare molto vicino al nucleo atomico. Per $Z \approx 30$ l'orbita di Bohr del muone μ^- giace all'interno del nucleo. Per il piombo ($Z = 82$) ad esempio, questa formula dà $r_{\mu B} = 3{,}11 \cdot 10^{-13}$ cm. Quando il muone passa da un livello energetico ad un altro vengono emessi raggi X duri. La loro energia si può misurare e calcolare teoricamente. I risultati dei calcoli dipendono fortemente dalle ipotesi circa le dimensioni dei nuclei e perciò possono servire alla determinazione di quest'ultime. Risultati particolarmente precisi si ottengono per i nuclei pesanti poiché, in questi casi, il muone può avvicinarsi molto al nucleo. Per il piombo, ad esempio, si ottiene $r_0 = 1{,}17 \cdot 10^{-13}$ cm, e $R(^{207}\mathrm{Pb}) = 1{,}17 \cdot 10^{-13} \cdot 207^{1/3} = 6{,}9 \cdot 10^{-13}$ cm.

9. I raggi dei nuclei α-radioattivi possono essere trovati in base alla loro durata di vita rispetto al decadimento α. Di questo metodo parleremo nel § 73 (n. 11).

10. Prima della scoperta del neutrone veniva universalmente accettato il *modello elettronico-protonico* del nucleo secondo il quale il nucleo consta di A protoni e di C elettroni, cosicché il numero di carica vale $Z = A - C$. Le piccole dimensioni dei nuclei costituiscono una forte obiezione a siffatto modello. Consideriamo infatti un nucleo di raggio, ad esempio, $R = 3 \cdot 10^{-13}$ cm, cioè di diametro $2R = 6 \cdot 10^{-13}$ cm. Se la particella (protone, neutrone o elettrone) fosse all'interno del nucleo il suo impulso p sarebbe determinato dalla formula approssimata

$$p = h/2R \approx 1{,}1 \cdot 10^{-14} \mathrm{g \cdot cm/s}$$

e l'energia dell'elettrone in accordo con la formula relativistica $\mathscr{E} = pc$ sarebbe di $3{,}3 \cdot 10^{-4}$ erg $\approx$ 200 MeV. Dello stesso ordine di grandezza sarebbe l'energia elettronica all'interno di altri nuclei. Fra i nuclei ottenuti artificialmente si incontrano quelli β-attivi di tutti i numeri atomici (tranne il protone). È poco probabile che l'energia dell'elettrone β, uscito dal nucleo, differisca notevolmente dalla sua energia all'interno del nucleo. Nel decadimento β non si osservano elettroni con energie grandi (dell'ordine di 100 meV). Ciò contraddice il modello protonico-elettronico del nucleo. Gli elettroni che si ottengono in seguito al decadimento β *non si trovano* nel nucleo iniziale ma *si formano* nel corso di questo processo.

Le cose stanno in modo diverso per protoni e neutroni. L'energia di ciascuna di queste particelle si può stimare in base alla formula non relativistica $\mathscr{E} = p^2/2m$, dove m è la massa del protone o del neutrone. La sostituzione dei valori numerici dà $\mathscr{E} \approx 10^{-5}$ erg $\approx$ 6 MeV. Questo è un risultato sensato poiché l'energia di legame nel nucleo, riferita a un nucleone, vale

circa 8 MeV. Quindi, protoni e neutroni possono essere contenuti nel nucleo ed effettivamente lo sono.

L'obiezione suindicata contro l'esistenza di elettroni all'interno del nucleo è inapplicabile a particelle le cui masse siano dell'ordine di un decimo della massa dei nucleoni, per esempio, ai mesoni π o ai quark.

Da esperimenti moderni sulla diffusione profondamente anelastica di muoni su nuclei (cioè la diffusione con grande cambiamento dell'impulso del muone e con generazione di particelle secondarie) risulta che il nucleo può contenere *associazioni di quark*, più pesanti dei nucleoni.

§ 66. *Lo spin del nucleo e la struttura iperfina delle righe spettrali*

1. L'esistenza dello spin, cioè di un momento meccanico proprio del nucleo e del momento magnetico ad esso legato, fu postulata da Pauli nel 1928 per spiegare la cosiddetta *struttura iperfina delle righe spettrali*. Lo studio spettroscopico di questo fenomeno ha dato la prima dimostrazione della correttezza dell'ipotesi di Pauli.

Come è stato notato nel § 40, la cosiddetta *struttura fina*, cioè la molteplicità delle righe spettrali, si spiega con l'interazione spin-orbita degli elettroni, e più precisamente, con l'interazione dei momenti orbitali magnetici del guscio elettronico con i suoi momenti magnetici di spin. Nei metalli alcalini, aventi un solo elettrone di valenza, la struttura a multipletto è più semplice in quanto le loro righe spettrali sono duplici, cioè *doppietti*. Per risolvere la struttura a doppietto nel caso del litio occorrono apparecchi con alto potere risolutivo (grandi reticoli diffrattivi e spettroscopi interferenziali). La struttura a doppietto degli altri metalli alcalini si risolve facilmente già con piccoli spettroscopi prismatici. Nel sodio la distanza fra le componenti del doppietto risonanziale (D_1, D_2) è di 0,6 nm e nel cesio arriva a 42 nm. Nell'ultimo caso lo spettro esteriormente non ricorda più la «struttura fina». Soltanto sulla base di alcuni criteri ausiliari si riesce a stabilire che le due righe suindicate nel cesio formano un doppietto della medesima serie spettrale e non due righe separate di serie spettrali diverse.

Si trova che le componenti stesse della struttura fina sono soggette ad una ulteriore suddivisione che non può essere interpretata come risultato dell'interazione spin-orbita di elettroni del guscio elettronico dell'atomo. Questa suddivisione ebbe il nome di struttura iperfina.

La struttura iperfina fu scoperta negli spettri ottici mediante un interferometro da Michelson nel 1891. C. Fabry e A. Pérot e, in seguito, O.R. Lummer (1860-1925) e E.J. Gehrcke (1878-1960) mediante interferometri proposti e costruiti da loro continuarono le osservazioni di questo fenomeno. Si è trovato che alcune righe spettrali constano di più (talvolta di 10) componenti strettamente disposte. Le distanze fra le componenti di solito

non superano 0,01-0,02 nm. Verso il 1910 era stato già raccolto un ricco materiale sperimentale. La sua interpretazione è stata possibile soltanto dopo la creazione della teoria quantistica di Bohr e l'introduzione dell'ipotesi di Pauli suindicata.

Grande importanza per la precisazione della natura del fenomeno ebbe la scoperta della struttura iperfina delle componenti del doppietto giallo D del sodio. Questa struttura fu scoperta nel 1928 indipendentemente da A.N. Terenin (1896-1967) e L.N. Dobretsov da una parte, e da H. Schüler, d'altra parte. Essi trovarono che ciascuna componente del doppietto del sodio (D_1, D_2) è costituita, a sua volta, da un doppietto con distanza fra le componenti di circa 0,002 nm, che è all'incirca 300 volte inferiore alla distanza fra le righe stesse D_1 e D_2 (0,6 nm). Una siffatta struttura può essere risolta mediante apparecchi spettrali con potere risolutivo non inferiore a 300 000. Lo studio ulteriore della struttura iperfina richiede un potere risolutivo dell'ordine di qualche milione, e ciò può essere ottenuto solo con apparecchi spettrali interferenziali.

Le prime misure degli spin e dei momenti magnetici dei nuclei sono state ottenute originariamente mediante lo studio della struttura iperfina delle righe spettrali. Questo metodo non è contrassegnato da grande precisione e, quindi, ha perduto il suo valore. Tutti i più precisi dati successivi, inerenti agli spin e ai momenti magnetici dei nuclei, sono stati ottenuti con il metodo della *risonanza magnetica nucleare* (cfr. § 42). Ma ci soffermeremo in dettaglio anche sul metodo basato sulla struttura iperfina in quanto questo fenomeno di per sé presenta grande interesse fisico.

2. L'indagine sperimentale della struttura iperfina è un problema difficile. Il potere risolutivo del più diffuso apparecchio spettrale interferenziale, ossia dell'interferometro di Fabry-Pérot è sufficiente con eccesso per risolvere le componenti della struttura iperfina. La difficoltà principale è che la distanza fra le componenti iperfine della riga spettrale in esame viene coperta dalla *larghezza della riga stessa*. La larghezza naturale della riga spettrale, che è condizionata da smorzamento o discontinuità delle oscillazioni, è dell'ordine di un decimillesimo di nanometro, cioè di un ordine di grandezza inferiore alla distanza tra le componenti iperfine. Tuttavia alla larghezza naturale si aggiunge anche l'*allargamento Doppler* che persino a temperature basse aumenta la larghezza della riga di circa 10 volte rendendo così impossibile la separazione delle componenti della struttura iperfina (cfr. vol. IV, § 89). Per risolvere la struttura iperfina della riga D del sodio, per esempio, si dovrebbe raffreddare la sorgente di luce fino ad una temperatura dell'ordine di 5 K, il che è praticamente impossibile. Per superare la suindicata difficoltà Terenin e Dobretsov usarono come sorgente di luce un fascio di atomi eccitati che si muovevano pressappoco in una medesima direzione. La variazione Doppler della frequenza

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c}\cos\vartheta \tag{66.1}$$

dipende dall'angolo fra la velocità dell'atomo v e la direzione di osservazione. Se si osserva sotto l'angolo $\vartheta = 90°$, nel caso di un fascio parallelo di atomi eccitati l'allargamento Doppler scompare. È ovvio che in realtà un fascio di atomi diverge sempre un po'. Ma con una disposizione appropriata delle fenditure si riesce a ridurre la «velocità efficace» $v \cos\vartheta$ di 10-30 volte rispetto alla velocità v. In tal modo si ottiene un indebolimento necessario dell'allargamento Doppler. Terenin e Dobretsov applicarono l'illuminazione laterale del fascio di atomi con la riga di risonanza D del sodio. Per assorbimento di luce gli atomi del fascio passavano nello stato eccitato e divenivano luminescenti. Si ottiene una intensità di luminescenza maggiore eccitando gli atomi del fascio mediante bombardamento di elettroni. L'applicazione di elettroni è ammissibile grazie alla piccolezza della loro massa poiché gli elettroni portano piccoli impulsi e, quindi, in collisioni anelastiche con gli atomi del fascio praticamente non cambiano la direzione del loro moto.

3. L'ipotesi di Pauli summenzionata suppone che la struttura iperfina delle righe spettrali compaia a causa dell'interazione del momento magnetico del nucleo con il campo magnetico creato dal guscio elettronico (da momenti di spin e orbitale degli elettroni). Inoltre, il nucleo può avere un momento di quadrupolo elettrico e anche momenti di multipolo elettrici e magnetici di ordine superiore che interagiscono con il guscio elettronico. Questa ipotesi è stata completamente giustificata. Importanza fondamentale riveste il *momento di dipolo magnetico del nucleo* μ_{nuc}. L'interazione di questo momento magnetico con il campo magnetico del guscio elettronico dell'atomo circostante implica la scissione dei livelli energetici dell'atomo, cui è dovuta, soprattutto, la struttura iperfina dei livelli energetici e delle righe spettrali. In alcuni casi, per ottener un pieno accordo con l'esperienza, è necessario tener conto dell'esistenza del *momento di quadrupolo elettrico*, cosa di cui qui faremo a meno.

Secondo l'ipotesi di Pauli il nucleo possiede anche un momento meccanico proprio $\boldsymbol{I}$ che è la somma di momenti di spin e orbitali dei protoni e dei neutroni che lo compongono. La grandezza $\boldsymbol{I}$ si chiama *momento meccanico di spin del nucleo*. Il momento di spin del nucleo è quantizzato secondo le regole di quantizzazione generali (cfr. § 31). Se scegliamo la costante di Planck $\hbar$ come unità di momento del nucleo, la sua proiezione su una direzione considerata (determinata dal campo magnetico esterno) può assumere i soli valori discreti: 0, ± 1, ± 2, ... oppure $\pm 1/2$, $\pm 3/2$, $\pm 5/2$, ... Il valore massimo di questa proiezione si suole indicare con I e si chiama *spin del nucleo*. Non si deve confonderlo con la lunghezza $|\boldsymbol{I}|$ del vettore $\boldsymbol{I}$ stesso. La lunghezza totale del vettore $\boldsymbol{I}$ è determinata dalla regola di quantizzazione del quadrato del momento cinetico

$$\boldsymbol{I}^2 = I(I + 1). \tag{66.2}$$

Lo spin del protone, ad esempio, vale 1/2, mentre la lunghezza del vettore spin del protone (in unità $\hbar$) è uguale a $\sqrt{(1/2)(1/2 + 1)} = \sqrt{3}/2$. In tal mo-

do, quando si parla dello spin del nucleo (o di una qualsiasi altra particella), si tiene conto del *valore massimo* che può assumere la proiezione del vettore $\boldsymbol{I}$ su una direzione considerata. Tale è la tradizione stabilitasi con il tempo. Essa, forse, è poco opportuna in quanto esiste il rischio di confondere le grandezze I e $|\boldsymbol{I}|$. Tuttavia si può evitare questo rischio applicando correttamente le regole di quantizzazione del momento cinetico nella meccanica quantistica. (Storicamente il concetto di spin è stato introdotto prima della creazione della meccanica quantistica, cioè nello spirito della teoria di Bohr dove la lunghezza del vettore momento veniva identificata con il valore massimo della sua proiezione.) La differenza di I da $|\boldsymbol{I}|$ è dovuta al fatto che il vettore $\boldsymbol{I}$ ha una componente trasversale a una direzione in esame, la cui lunghezza ha un valore ma la sua direzione resta indeterminata (tranne il caso $I = 0$ in cui tutte e tre le componenti del vettore $\boldsymbol{I}$ sono nulle).

Il momento di dipolo magnetico del nucleo è legato al suo momento di spin mediante la relazione

$$\mu_{\text{nuc}} = g_{\text{nuc}}\boldsymbol{I}, \tag{66.3}$$

dove g_{nuc} è uno scalare, detto *rapporto giromagnetico del nucleo*. La piccolezza della struttura iperfina delle righe spettrali permette di affermare che i momenti magnetici nucleari sono inferiori come ordine di grandezza di circa 1000 volte rispetto al momento magnetico elettronico, cioè al magnetone di Bohr μ_B. Unità naturale del momento magnetico del nucleo è il ***magnetone nucleare*** μ_N determinato dalla relazione

$$\mu_N = e\hbar/2m_{\text{p}}c = 3{,}1524915(53)\cdot 10^{-18}\ \text{MeV/Gs}. \tag{66.4}$$

Questa è la stessa relazione utilizzata per determinare il magnetone di Bohr μ_B, nella quale la massa dell'elettrone è stata sostituita con la massa del protone. Perciò

$$\frac{\mu_{\text{N}}}{\mu_{\text{B}}} = \frac{m_{\text{e}}}{m_{\text{p}}} \approx 1/1836.$$

4. Per una spiegazione visiva della struttura iperfina si usa il modello vettoriale, assolutamente analogo a quello adoperato nei §§ 40, 41 per la spiegazione della struttura fina e l'effetto Zeeman. Data la sua piccolezza, l'influenza del momento magnetico del nucleo sul guscio elettronico dell'atomo non viola il legame fra i suoi momenti orbitale $\boldsymbol{L}$ e di spin $\boldsymbol{S}$. Essi si sommano nel momento meccanico totale del guscio: $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S}$. A sua volta, il momento meccanico di spin del nucleo $\boldsymbol{I}$ si somma con il momento $\boldsymbol{J}$ nel momento meccanico totale dell'atomo $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{J}$. Se non vi sono azioni esterne sull'atomo, tutte le variazioni dei vettori $\boldsymbol{F}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}$ rispetto al tempo si riducono ad una precessione, per cui le lunghezze di tutti e tre i vettori restano invariate; il vettore $\boldsymbol{F}$ si conserva in grandezza e in verso mentre i vettori $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{J}$ compiono una precessione attorno ad esso con la medesima velocità angolare (in quanto $\boldsymbol{F}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}$ in qualsiasi istante giacciono nello stesso pia-

no). Quando esiste un campo magnetico costante esterno (rispetto all'atomo), e qualora quest'ultimo sia sufficientemente debole, il vettore $\boldsymbol{F}$ compie una lenta precessione attorno a questo campo, mentre i vettori $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{J}$ compiono una precessione più veloce attorno a $\boldsymbol{F}$. Ovviamente, questa non è che una analogia classica poiché nella rappresentazione quantistica il vettore momento non ha direzione determinata.

L'interazione fra il guscio elettronico e il nucleo atomico, che provoca la struttura iperfina delle righe spettrali, è determinata dal fatto che il nucleo possiede non soltanto un momento di dipolo magnetico, ma anche un momento di quadrupolo elettrico e momenti multipolari elettrici e magnetici di ordine superiore. Il più importante è il momento di dipolo magnetico del nucleo $\boldsymbol{\mu}_{nuc}$, del quale terremo conto in tutte le considerazioni successive. In questa approssimazione l'energia di interazione del nucleo con il guscio elettronico dell'atomo è grandezza puramente magnetica che vale

$$W = -(\boldsymbol{\mu}_{nuc}\boldsymbol{B}_{gusc}),$$

dove $\boldsymbol{B}_{gusc}$ è il campo magnetico creato dal guscio elettronico nel punto in cui si trova il nucleo. I vettori $\boldsymbol{B}_{gusc}$ e $\boldsymbol{J}$ sono mutuamente proporzionali e, in virtù della negatività della carica elettronica, sono diretti in modo opposto. Il momento magnetico del nucleo $\boldsymbol{\mu}_{nuc}$ coincide in direzione con il vettore $\boldsymbol{I}$ e anch'esso gli è proporzionale. Perciò l'energia d'interazione W può essere rappresentata nella forma

$$W = A(\boldsymbol{IJ}), \tag{66.5}$$

dove A è la costante dell'interazione magnetica del nucleo con il guscio elettronico dell'atomo, proporzionale alla grandezza del momento magnetico del nucleo. Dalla formula $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{J}$ otteniamo elevando al quadrato: $\boldsymbol{F}^2 = \boldsymbol{J}^2 + \boldsymbol{I}^2 + 2(\boldsymbol{IJ})$. Di qui mediante la regola di quantizzazione del momento quadratico troviamo $(\boldsymbol{IJ})$ e quindi l'energia W:

$$W = A\,\frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{2}, \tag{66.6}$$

dove F è un numero quantico che determina il valore massimo della proiezione del vettore $\boldsymbol{F}$. La formula (66.6) è fondamentale nella teoria della struttura iperfina dei livelli energetici, determinata dal momento magnetico del nucleo.

Quindi, l'esistenza del momento magnetico nel nucleo fa sì che ogni livello energetico dell'atomo, se fosse prodotto dal campo elettrico coulombiano del nucleo, riceva un'energia addizionale W espressa dalla formula (66.5). Per valori fissi di J e I questa energia dipende dall'angolo formato dai vettori $\boldsymbol{J}$ e $\boldsymbol{I}$. Infatti, questo angolo determina la lunghezza del vettore $\boldsymbol{F}$ e con essa, secondo la formula (66.6), anche l'energia addizionale W. A seconda della grandezza di questo angolo il numero quantico F può assumere i

valori seguenti:

$$F = |I + J|, |I + J - 1|, ..., |I - J|. \qquad (66.7)$$

Se $I \leqslant J$, il numero di valori di F sarà $2I + 1$, e se $I \geqslant J$ ve ne saranno $2J + 1$. Come risultato, nel primo caso il livello energetico si scinde in $2I + 1$ e nel secondo caso in $2J + 1$ sottolivelli. Questa è la struttura iperfina dei livelli energetici.

5. Nell'apparecchio spettrale non si osserva, ovviamente, la struttura iperfina dei livelli energetici, ma quella delle *righe spettrali.* Ciascuna riga spettrale della struttura iperfina compare in seguito alla transizione dell'atomo da un sottolivello ad un altro. Le transizioni permesse sono determinate dalle regole di selezione. Una di esse determina i valori possibili di ΔF:

$$\Delta F = 0, \pm 1 \text{ (eccetto } F_1 = 0 \rightarrow F_2 = 0), \qquad (66.8)$$

L'impossibilità della transizione indicata tra parentesi abbiamo visto in dettaglio nel § 39. Nello stesso paragrafo è stato stabilito che le transizioni emissive nella regione ottica dello spettro, non sono mai accompagnate da un cambiamento dello spin S del guscio elettronico dell'atomo. Inoltre, i ragionamenti fatti nel § 39, in virtù della piccolezza dei momenti magnetici nucleari, sono validi a maggiore ragione per gli spin dei nuclei. Perciò nelle transizioni emissive dell'atomo, praticamente deve conservarsi lo spin del nucleo. Tuttavia lo spin del nucleo $\boldsymbol{I}$ è legato allo spin $\boldsymbol{J}$ del guscio elettronico. Se $I \leqslant J$, la conservazione dello spin nucleare implica che nelle transizioni quantistiche emissive si conservano tutte le proiezioni del vettore $\boldsymbol{I}$ sulla direzione del vettore $\boldsymbol{J}$. (Queste proiezioni, misurate in unità $\hbar$, si indicano più avanti con I_J.) Ciò premesso, per $I \leqslant J$ ciascuna riga spettrale si suddivide in componenti tante quante sono quelle in cui si suddivide il livello energetico, cioè in $2I + 1$.

L'ultima affermazione è illustrata dalla fig. 122 nella quale a sinistra, senza tener conto della struttura iperfina, sono rappresentati due livelli d'energia J_1 e J_2 fra i quali è possibile una transizione con emissione di luce di determinata lunghezza d'onda. A destra è rappresentata la struttura iperfina di ambedue i livelli. Il numero di sottolivelli della struttura iperfina per entrambi i livelli è lo stesso. Esso è determinato esclusivamente dallo spin del nucleo e vale $2I + 1$. Sono possibili le sole transizioni fra sottolivelli con valori uguali di I_J. Perciò il numero di transizioni e, con esso, anche il numero di componenti iperfine della riga spettrale sarà $N = 2I + 1$. Trovato questo numero, troviamo anche lo spin del nucleo I. Nell'esempio considerato $N = 5$ e perciò $I = 2$.

6. Per $I > J$ il metodo di determinazione dello spin nucleare suindicato è inapplicabile poiché, in questo caso, il numero di componenti iperfine, nelle quali si suddivide la riga spettrale, non è più uguale a $2I + 1$. Tuttavia lo studio della struttura iperfina delle righe spettrali fornisce altri due metodi per determinare lo spin nucleare. Questi due metodi si basano sull'ipotesi

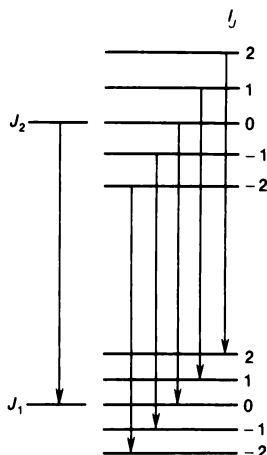



Fig. 122.

che il numero quantico J sia noto. Esso può essere trovato nello studio dello spettro atomico a prescindere dalla struttura iperfina.

Uno dei metodi è basato sulla cosiddetta *regola degli intervalli* per i multipletti della struttura iperfina. Questa regola si ottiene nel seguente modo. Tutti i sottolivelli in cui si scinde questo o quel livello sono caratterizzati da uguali valori dei numeri quantici I e J, ma da valori diversi del numero quantico F corrispondenti a tutti i valori possibili dell'angolo fra i vettori I e J. Le distanze fra sottolivelli vicini con numeri quantici $F + 1$ e F, secondo la formula (66.6), valgono

$$W_{F+1} - W_F = \frac{A}{2}[(F+1)(F+2) - F(F+1)] = A(F+1). \quad (66.9)$$

Perciò le frequenze delle transizioni fra sottolivelli vicini con numeri quantici F, $F + 1$, $F + 2$, ... soddisfano i rapporti seguenti:

$$\delta\nu_1 : \delta\nu_2 : \delta\nu_3 : \ldots = (F+1):(F+2):(F+3): \ldots \quad (66.10)$$

Questa è la regola degli intervalli. Misurando sperimentalmente le lunghezze d'onda delle righe vicine si possono trovare i rapporti $(F + 1):(F + 2):(F + 3): \ldots$, e, quindi, il numero quantico F. La coincidenza dei valori di F calcolati con metodi diversi può servire come criterio di corretteza dei principi iniziali sulla base dei quali sono state ottenute le formule (66.6) e (66.10).

Ricordiamo che, per I e J invariati, il numero quantico F può assumere i valori elencati nella formula (66.7). Tutti questi valori si possono determinare mediante la regola degli intervalli. Il più grande di essi è $F_{max} = I + J$. In base a questa formula si può calcolare lo spin del nucleo I poiché il nume-

ro quantico J viene supposto noto. Questo metodo è applicabile sia per $I \leqslant J$ che per $I \geqslant J$.

7. Evidentemente, per poter applicare il metodo degli intervalli è necessario che il numero di intervalli fra le componenti iperfine della riga spettrale e, di conseguenza, il numero di componenti stesse sia non inferiore a due. A tale scopo il numero di sottolivelli in cui si spezza il livello energetico deve essere non inferiore a tre. Se questa condizione non è soddisfatta si può ricorrere ad un terzo metodo basato sul confronto delle intensità relative delle componenti iperfine in cui si suddividono le righe spettrali.

Le intensità delle righe spettrali dipendono soprattutto dalla *divisibilità dei livelli energetici* fra i quali si producono le transizioni quantiche. Per numeri quantici invariati $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{J}$, il livello è determinato dall'angolo formato dai vettori $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{J}$, cioè dal valore del numero quantico F. In un campo magnetico esterno, qualora esso non sia così forte da rompere il legame fra $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{J}$, il comportamento dell'atomo è determinato dal momento totale $\boldsymbol{F}$ e non dai momenti $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{J}$ separatamente. Quanto al momento $\boldsymbol{F}$, esso può essere orientato nel campo esterno in $2F + 1$ modi poiché, per F assegnato, le proiezioni del vettore $\boldsymbol{F}$ sulla direzione del campo possono assumere i soli valori seguenti: $-F, -(F-1), \ldots, +(F-1), +F$. Il numero $2F + 1$ di proiezioni possibili è la *divisibilità* del livello avente numero quantico F. Quanto all'intensità della riga spettrale emessa dal livello F o verso di esso, a parità di altre condizioni, essa è proporzionale alla divisibilità del livello $2F + 1$.

Il metodo di confronto delle intensità è meno preciso dei primi due metodi. Perciò limitiamoci al caso in cui esso sia indispensabile (cioè quando i due precedenti metodi sono inapplicabili). L'idea di questo metodo si rende particolarmente chiara avendo come esempio il calcolo dello spin del nucleo di sodio partendo dalla struttura iperfina delle componenti del doppietto (D_1, D_2) di sodio, studiata da Terenin e Dobretsov.

In fig. 123, *a* è rappresentata l'origine, considerata nel § 40, della struttura iperfina del doppietto giallo del sodio (D_1, D_2). Il livello inferiore $3^2s_{1/2}$ è un singoletto. Il livello successivo $3p$, a causa della presenza dello spin elettronico, è scisso in due sottolivelli $3^2p_{1/2}$ e $3^2p_{3/2}$. Sono le transizioni fra questi sottolivelli e il livello $3^2s_{1/2}$ a dare le righe spettrali della struttura iperfina D_1 e D_2. Nella fig. 123, *b* sono rappresentate la suddivisione del livello $3^2s_{1/2}$ in due sottolivelli a causa del momento magnetico nel nucleo e la suddivisione iperfina corrispondente della riga D_1 in due componenti. La scissione del sottolivello $3^2p_{1/2}$ a causa della sua piccolezza non è stata risolta nell'esperienza di Terenin e Dobretsov e perciò non viene rappresentata nella figura suindicata. In realtà ciascuno di questi sottolivelli ha una struttura iperfina alla quale è legato il peso statistico del sottolivello non risolto. Indichiamo con F il momento meccanico totale del nucleo per il sottolivello superiore $3^2s_{1/2}$. Allora per una orientazione opposta dello spin nucleare la stessa grandezza riferita al sottolivello inferiore $3^2s_{1/2}$ sarà $F - 1$. Quindi, i pesi statistici dei sottolivelli suindicati valgono $2F + 1$ e

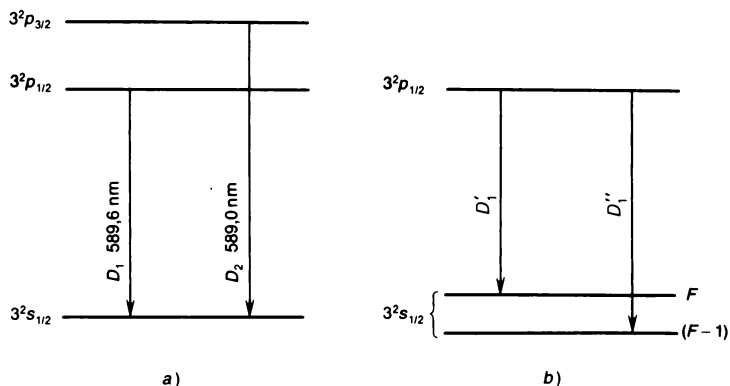



Fig. 123.

$2(F - 1) + 1 = 2F - 1$, rispettivamente, e il rapporto fra le intensità delle componenti iperfine considerate della riga spettrale è $(2F + 1):(2F - 1)$. Secondo le misure di Terenin e Dobretsov questo rapporto vale 1,7, cioè

$$\frac{2F + 1}{2F - 1} = 1{,}7.$$

Di qui $F = 1{,}929$. E poiché il numero F può assumere solo valori interi e seminteri, allora, tenendo conto degli inevitabili errori sperimentali, si deve porre $F = 2$. Ciò significa che lo spin del nucleo di sodio vale $I = F - J = 2 - 1/2 = 3/2$.

8. La conoscenza dello spin del nucleo di sodio consente di tracciare lo schema particolareggiato della struttura iperfina dei livelli energetici e delle righe spettrali di questo elemento. I livelli $^2S_{1/2}$ e $^2P_{1/2}$ devono suddividersi ciascuno in due sottolivelli poiché, in questo caso, $J = 1/2$ e perciò il numero quantico F può assumere due valori: $F = I - 1/2 = 1$ e $F = I + 1/2 = 2$ (fig. 124, *a*). Il livello $^2P_{3/2}$ deve separarsi in quattro sottolivelli poiché per $J = 3/2$ sono possibili quattro valori del numero F: $F = I + J = 3$; $F = I + J - 1 = 2$; $F = I + J - 2 = 1$; $F = I + J - 3 = 0$ (fig. 124, *b*). (Come è gia stato osservato, nell'esperienza di Terenin e Dobretsov la struttura dei livelli p non è stata risolta a causa della loro piccolezza). In fig. 124, in accordo con la regola di selezione (66.8), sono rappresentate eventuali righe spettrali (senza alcuna scala di misura). In basso è rappresentato il quadro osservabile della struttura iperfina. Le lunghezze dei segmenti verticali tracciati sotto le transizioni quantiche corrispondenti danno un'idea dell'intensità delle componenti. (In questo caso la scala della figura di destra è circa la metà della scala di quella di sinistra.)

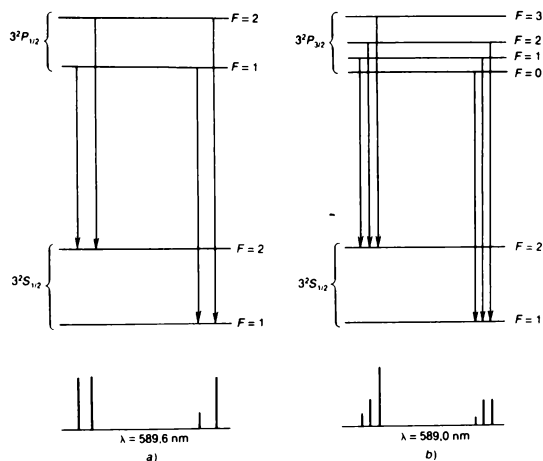



Fig. 124.

Dallo schema di livelli stabilito risulta con chiarezza perché abbiamo usato il terzo metodo per ricavare lo spin nucleare. Il fatto è che $3^2S_{1/2}$ è l'unico livello la cui suddivisione iperfina può essere stabilita sperimentalmente con sufficiente precisione. Ma esso si scinde in due soli sottolivelli, il che è insufficiente per l'applicazione della regola degli intervalli. Il metodo di calcolo delle componenti iperfine della riga spettrale è inapplicabile poiché per il sodio $I = 3/2$ e $J = 1/2$, cioè $I > J$. Si potrebbe applicare la regola degli intervalli studiando sperimentalmente la suddivisione del livello $3^2P_{3/2}$ in quattro sottolivelli, ma la suddivisione, in questo caso, è piccola e difficilmente misurabile sperimentalmente. È applicabile anche il primo metodo poiché $I = J = 3/2$ per il livello $3^2P_{3/2}$.

9. Il numero quantico F può assumere soltanto valori interi o seminteri e, fra l'altro, piccoli. Perciò i rapporti $(F + 1):(F + 2): \ldots$, che figurano al secondo membro della formula (66.10), sono rapporti tra numeri interi piccoli. I rapporti misurati sperimentalmente fra le componenti iperfine delle righe spettrali in realtà non sono tali. Essi devono essere approssimati con i rapporti fra piccoli interi. Ma nel dedurre la regola degli intervalli si è tenuto conto della sola interazione di dipolo magnetico fra il nucleo e il guscio elettronico dell'atomo. Questa è la ragione per cui la regola degli intervalli può essere imprecisa. L'approssimazione suindicata, qualora sia dettata formalmente dalle sole considerazioni di precisione, può condurci in un'altra direzione, il che implica un errore nella determinazione dello spin nucleare. Perciò la determinazione dello spin nucleare secondo la regola degli intervalli deve essere controllata con altri metodi.

A titolo d'esempio consideriamo bismuto, il primo per quale storicamente è stato confermato lo schema teorico della struttura iperfina. Nel bi-

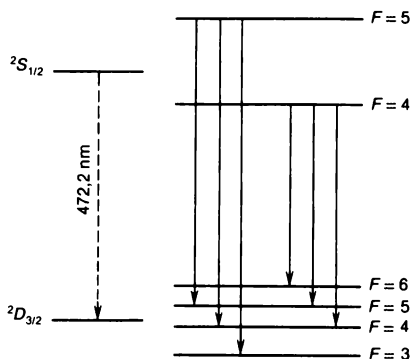



Fig. 125.

smuto è stata studiata in dettaglio la struttura iperfina di un grande numero di righe, che viene ricondotto univocamente alla suddivisione dei livelli energetici in sottolivelli. In fig. 125 è rappresentata schematicamente la struttura iperfina dei livelli $^2S_{1/2}$ e $^2D_{3/2}$ del bismuto, in seguito alle transizioni fra i quali compare la riga $\lambda = 472{,}2$ nm. Il livello $^2S_{1/2}$ si suddivide in due e il livello $^2D_{3/2}$ in quattro sottolivelli. Poiché per il primo livello $J = 1/2$ e per il secondo $J = 3/2$, in entrambi i casi il numero di sottolivelli è uguale a $2J + 1$. Perciò $I \geqslant 3/2$ e si deve applicare il metodo degli intervalli. Secondo le misure sperimentali gli intervalli fra i sottolivelli del livello $^2D_{3/2}$ valgono 0,152, 0,198 e 0,255 cm^{-1}. Se $F_{\min}$ è il numero quantico minimo che caratterizza i sottolivelli, allora in virtù della formula (66.10) deve essere

$$(F_{\min} + 1):(F_{\min} + 2):(F_{\min} + 3) \approx 152:198:255.$$

Ma questo è un rapporto approssimato che deve essere sostituito con un rapporto tra piccoli interi. Attenendosi a considerazioni puramente aritmetiche si dovrebbe approssimare il rapporto scritto con 3:4:5 o anche con 4:5:6, benché aritmeticamente sia meno preciso. Nel primo caso si avrebbe $F_{\min} = 2$, $F_{\max} = 2 + 3 = 5$. Siccome $F_{\min} = I - 3/2$ e $F_{\max} = I + 3/2$, lo spin del nucleo sarà determinato dalla proporzione

$$\frac{I - 3/2}{I + 3/2} = \frac{2}{5},$$

da cui $I = 7/2$ il che è in disaccordo con il valore trovato in base alla scissione delle componenti iperfine in un campo magnetico esterno (effetto Zeeman, § 67). Perciò consideriamo 4:5:6. Allora $F_{\min} = 3$, $F_{\max} = 6$ e per lo spin si ottiene il valore corretto, ossia $I = 6 - 3/2 = 9/2$.

In tal modo, i sottolivelli del livello $^2D_{3/2}$ si possono indicare con numeri quantici $F = 3, 4, 5, 6$ come in fig. 125. Quindi i numeri quantici F per i sot-

tolivelli del livello $^2S_{1/2}$ si stabiliscono univocamente in base alla regola di selezione (66.8) e valgono 5 e 4, come in fig. 125.

10. Abbiamo considerato la struttura iperfina dei livelli energetici e delle righe spettrali supponendo che l'elemento chimico in esame sia composto di un solo isotopo. Come cambierà il quadro della struttura iperfina se l'elemento, come succede nella maggioranza dei casi, è costituito da una miscela di più isotopi? Gli spin ed i momenti magnetici nucleari di diversi isotopi anche di un medesimo elemento, in generale, sono diversi. Perciò gli isotopi differiscono anche per il carattere della struttura iperfina. Il quadro osservato diventa più complicato e rappresenta una sovrapposizione di quadri ottenuti da ciascun isotopo separatamente.

11. Per concludere notiamo che nel 1951 nella radiazione cosmica è stata scoperta la riga $\lambda = 21$ cm. Essa rappresenta una riga della struttura iperfina dell'idrogeno atomico che si trova nel livello energetico più profondo. Questo livello consta di due sottolivelli vicini fra i quali si producono transizioni con emissione della riga suindicata. La durata di vita dell'atomo d'idrogeno nel sottolivello superiore è estremamente grande ($3{,}5 \cdot 10^{14}$ s $\approx$ $\approx 1{,}1 \cdot 10^7$ anni). (A titolo di confronto ricordiamo che la durata di vita nello stato eccitato di un atomo che emette righe ottiche in condizioni ordinarie è in tutto di circa 10^{-8} s.) Fra questi sottolivelli si verificano anche transizioni senza radiazione per urti fra gli atomi. In nubi di gas astrale esse si compiono in un intervallo di tempo dell'ordine di qualche centinaio d'anni. Benché questo tempo sia molto piccolo rispetto a 10^7 anni, le transizioni con emissione della riga $\lambda = 21$ cm non sono completamente soppiantate dagli urti. Ciò è dovuto al fatto che l'idrogeno è l'elemento più diffuso dell'Universo. Le indagini sulla radiazione cosmica di $\lambda = 21$ cm giocano un ruolo importante nella radioastronomia.

§ 67. *Influsso dello spin nucleare sull'effetto Zeeman*

1. Avevamo supposto nel paragrafo precedente che il campo magnetico esterno non esistesse. Supponiamo ora che l'atomo si trovi in un campo magnetico esterno, omogeneo e costante, $\boldsymbol{B}_{\text{est}}$. Allora si osserverà l'effetto Zeeman. Vediamo quale influsso sul carattere di questo effetto esercitano lo spin e il momento magnetico del nucleo. A tale scopo è sufficiente limitarsi al caso in cui il campo $\boldsymbol{B}_{\text{est}}$ è *forte*. Ciò significa che l'energia d'interazione del momento magnetico nucleare con il campo magnetico del guscio elettronico è piccola rispetto all'energia d'interazione del momento magnetico del guscio con il campo esterno. Il campo magnetico del guscio elettronico $\boldsymbol{B}_{\text{gusc}}$ può essere facilmente stimato nel punto in cui si trova il nucleo. Esso è sufficientemente grande, cioè dell'ordine di 10^5-10^6 Gs. Il momento magnetico del nucleo è circa un migliaio di volte inferiore al magnetone di Bohr μ_B mentre per il guscio elettronico esso è dell'ordine di μ_B. Se il campo $\boldsymbol{B}_{\text{est}}$ è

molto maggiore di 1000 Gs, per esempio, lo si deve considerare forte. Nel caso generale il criterio di campo forte si può dedurre dalle considerazioni seguenti. L'energia d'interazione fra il momento magnetico del nucleo e il campo magnetico del guscio elettronico è dell'ordine di $\mu_{nuc} B_{gusc} \approx A(IJ)$, mentre l'energia d'interazione fra il guscio elettronico e il campo esterno è dell'ordine di $\mu_{gusc} B_{est} \approx g_{gusc} J B_{est}$ dove g_{gusc} viene espresso in magnetoni di Bohr. Perciò il criterio cercato si può scrivere nella forma

$$g_{gusc} B_{est} \gg AI. \tag{67.1}$$

È necessario osservare che questo criterio è più debole di quello analogo nel caso dell'effetto Paschen-Back (cfr. § 41).

2. Il campo magnetico esterno rompe il legame fra i vettori $\boldsymbol{J}$ e $\boldsymbol{I}$. Il guscio elettronico comincia a compiere una precessione attorno alla direzione del campo $\boldsymbol{B}_{est}$. Poiché il legame del vettore $\boldsymbol{I}$ con $\boldsymbol{J}$ è rotto, al vettore $\boldsymbol{I}$ non resta che compiere una precessione indipendente attorno alla stessa direzione. Il numero quantico magnetico m_I, che determina le proiezioni del vettore spin nucleare $\boldsymbol{I}$ sulla direzione del campo $\boldsymbol{B}_{est}$, può assumere valori $-I$, $-(I - 1)$, ..., $+(I - 1)$, I. Tali valori sono in tutto $2I + 1$. Perciò ciascun livello energetico nel campo magnetico si suddivide in $2I + 1$ sottolivelli. Supponiamo che 1 e 2 siano due livelli energetici qualsiasi di un atomo in un campo magnetico ove non si tenesse conto dello spin e del momento magnetico nucleari. Se fra i livelli 1 e 2 è possibile una transizione emissiva, allora, a seguito di questa transizione, nello spettro compare una riga Zeeman corrispondente. Se si tiene conto dello spin e del momento magnetico nucleari, ciascuno dei livelli 1 e 2 si suddivide in $2I + 1$ sottolivelli e le transizioni quantistiche fra questi sottolivelli sono rette dalla regola di selezione $\Delta m_I \approx 0$. Queste transizioni conducono alla suddivisione iperfina di ciascuna riga Zeeman in $2I + 1$ componenti.

Quindi, in un campo magnetico, se si astrae dall'esistenza dello spin e del momento magnetico del nucleo, deve essere osservato l'effetto Zeeman ordinario (semplice o complesso). La presenza dello spin e del momento magnetico del nucleo si manifesta più semplicemente se il campo è forte. In questo caso lo spin e il momento magnetico del nucleo implicano una suddivisione iperfina di ciascuna riga Zeeman in $2I + 1$ componenti. Le distanze fra quest'ultime sono piccole rispetto alle distanze fra le componenti Zeeman ordinarie (cioè fra le componenti che si otterrebbero se non esistessero spin e momento magnetico del nucleo). Calcolando il numero $2I + 1$ di componenti Zeeman iperfine si può determinare lo spin $\boldsymbol{I}$ del nucleo. Questo metodo non sottopone la grandezza dello spin $\boldsymbol{I}$ a nessuna condizione.

3. La questione di una struttura più dettagliata della riga Zeeman si riduce al calcolo dell'energia dell'atomo in un campo magnetico esterno. Se il campo esterno $\boldsymbol{B}_{est}$ è forte, l'energia magnetica dell'atomo è data dalla somma dell'energia magnetica del guscio elettronico $-(\boldsymbol{\mu}_{gusc} \boldsymbol{B}_{est})$ e del nucleo $-(\boldsymbol{\mu}_{nuc} \boldsymbol{B}_{est}) - (\boldsymbol{\mu}_{nuc} \boldsymbol{B}_{gusc})$. Il primo addendo è inessenziale per il problema

considerato in quanto implica la suddivisione Zeeman ordinaria già studiata precedentemente e quindi lo si può omettere. Quanto al secondo addendo, in condizioni normali lo si può trascurare poiché $B_{est} \ll B_{gusc}$. Resta il solo addendo $-(\mu_{nuc} B_{gusc})$ di cui si deve tener conto. Esso è espresso dalla formula (66.5). Ma se esiste un campo magnetico esterno forte, il vettore $\boldsymbol{I}$ si quantizza in modo diverso che nel caso dell'atomo libero, poiché compie una precessione non attorno a $\boldsymbol{J}$, ma attorno a B_{est}. I due vettori $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{J}$ che compiono precessione hanno proiezioni determinate sulla sola direzione del campo B_{est}. Esse sono determinate dai numeri quantici magnetici m_I e m_J, mentre le proiezioni perpendicolari restano indeterminate. Poiché le precessioni sono indipendenti, il prodotto delle proiezioni mediato rispetto al tempo è nullo. Di conseguenza, in media $(\boldsymbol{IJ}) = m_I m_J \hbar^2$. Allora la formula (66.5) diviene

$$W = A m_I m_J \hbar^2. \tag{67.2}$$

Se ora (trascurando la suddivisione ipefina) consideriamo di nuovo due livelli energetici 1 e 2, per transizione fra i quali viene emessa una riga Zeeman, allora tenendo conto della suddivisione iperfina, fra i livelli si produrranno transizioni per le quali verra emessa un'energia

$$\delta W = [(A m_I m_J)_2 - (A m_I m_J)_1]\hbar^2 = [(A m_J)_2 - (A m_J)_1] m_I \hbar^2, \tag{67.3}$$

poiché in virtù della regola di selezione $\Delta m_I = 0$. In seguito a queste transizioni la riga Zeeman sarà soggetta alla suddivisione iperfina in $2I + 1$ componenti corrispondenti ai valori del numero quantico $m_I = I, (I - 1), \ldots, -(I - 1), -I$. Le distanze fra le componenti iperfine saranno le stesse e uguali a $[(A m_J)_2 - (A m_J)_1]\hbar^2$.

Il quadro descritto si osserva nettamente nella riga 472,2 nm del bismuto (cfr. § 66, n. 9). In un campo magnetico sufficientemente forte (dell'ordine di 10 000 Gs) si ottiene l'effetto Zeeman semplice ordinario. Ma ciascuna componente Zeeman consta di 10 componenti equidistanti. Dalla relazione $2I + 1 = 10$ si ottiene $I = 9/2$, come è stato indicato nel § 66, n. 9.

§ 68. *Misura dello spin e del momento magnetico dei nuclei con il metodo della risonanza magnetica. Dati sperimentali*

1. Conoscendo lo spin del nucleo è possibile determinare anche il momento magnetico del nucleo sulla base dell'interazione magnetica del nucleo con il guscio elettronico dell'atomo. La questione si riduce al calcolo della costante A dell'interazione magnetica che figura nella formula (66.5). Ma questa costante teoricamente può essere calcolata con minore errore (non superiore a circa il 10%) persino per i nuclei leggeri. Con maggiore

sicurezza è possibile determinare lo spin ed il momento magnetico dei nuclei mediante lo studio del comportamento dei nuclei atomici in campi magnetici esterni. Ricordiamo lo studio della suddivisione iperfina delle righe spettrali dovute all'effetto Zeeman in questi campi, trattato nel paragrafo precedente.

Si può ricorrere anche al metodo di Stern e Gerlach indagando le deviazioni dei fasci atomici e molecolari in campi magnetici forti e fortemente disomogenei (cfr. § 36). Sulla base del numero di componenti in cui si suddivide il fascio si può determinare lo spin, e sulla base della grandezza della suddivisione, il momento magnetico del nucleo. Tuttavia la determinazione dei momenti magnetici nucleari con il metodo di Stern e Gerlach è molto più difficile di quella dei momenti magnetici atomici, poiché nel caso dei nuclei, data la piccolezza del loro momento magnetico, la deviazione attesa è qualche migliaio di volte più piccola che negli atomi con momenti magnetici dei gusci elettronici non nulli. L'influsso dei nuclei scomparisce completamente sullo sfondo di un effetto più forte dovuto ai gusci atomici. Per superare questa difficoltà si deve sperimentare su atomi con gusci elettronici chiusi o su molecole (H_2, H_2O, per esempio) nelle quali i momenti magnetici dei gusci elettronici sono mutuamente compensati. Inoltre, si devono creare campi magnetici fortemente disomogenei con gradienti dell'ordine di 10^5 Gs/cm. Ma persino in questi casi la suddivisione osservata (circa 0,05 mm) è confrontabile con la dispersione dovuta alla distribuzione maxwelliana delle velocità. In effetti, la suddivisione del fascio in una esperienza di questo tipo non si osserva, e per la determinazione dei momenti magnetici si deve studiare minuziosamente la densità della distribuzione di particelle del fascio nel punto di incidenza sul rivelatore. Benché il metodo di Stern e Gerlach abbia consentito di misurare il momento magnetico del protone, nella maggioranza dei casi esso è inapplicabile alla determinazione dei momenti magnetici dei nuclei.

2. Un valore di notevole precisione (a meno della settima cifra decimale) può essere ottenuto con il *metodo della risonanza magnetica* osservabile sia nei fasci atomici o molecolari (con momenti magnetici compensati) sia per assorbimento. Nel caso dei neutroni si può ricorrere ai soli fasci in quanto è impossibile contenere i neutroni in ampolle. La risonanza magnetica è stata trattata in dettaglio nel § 42 e perciò non è necesario soffermarsi di nuovo su di essa. Osserviamo soltanto che partendo dal numero di risonanze è possibile determinare lo spin e sulla base delle frequenze di risonanza la distanza fra i livelli energetici ($\mu_{\text{nuc}}B$) ed il momento magnetico del nucleo. Con il metodo della risonanza magnetica sono stati ottenuti tutti i dati precisi sui momenti magnetici dei nuclei.

3. Ora diamo alcuni dati sperimentali inerenti agli spin e ai momenti magnetici dei nuclei.

1) Il protone e il neutrone, alla pari dell'elettrone, posseggono spin 1/2 (in unità $\hbar$). Il momento totale della quantità di moto di ciascun nucle-

one nel nucleo è dato dalla somma dei momenti della quantità di moto di spin e orbitale, somma ottenuta secondo la regola quantomeccanica di addizione dei momenti. A sua volta, il momento totale della quantità di moto I del nucleo è sommato secondo la stessa regola di addizione dei momenti della quantità di moto dei nucleoni componenti.

2) Per A pari lo spin del nucleo I, è sempre intero, e per A dispari lo spin è semintero. Storicamente questo fatto è stato decisivo nel passaggio dal modello di nucleo a protoni ed elettroni a quello a protoni e neutroni. Infatti, il nucleo d'azoto $^{14}_{7}N$, secondo il modello a protoni ed elettroni, è composto di 21 particelle e dovrebbe avere spin semintero poiché lo spin di ciascuna particella è 1/2 e i loro momenti orbitali sono numericamente interi. Ma misurato sperimentalmente lo spin del nucleo d'azoto risulta uguale a 1. A suo tempo questo fatto ebbe il nome di «catastrofe azotica». Nel modello a protoni e neutroni non si ha contraddizione con l'esperienza poiché, secondo questo modello, il nucleo d'azoto è composto di 7 protoni e di 7 neutroni, cioè da un numero pari di particelle e, di conseguenza, il suo spin, in accordo con l'esperienza, deve essere intero.

3) Per i nuclei par-pari stabili (Z e N pari) lo spin è sempre nullo. A questo tipo di nuclei appartengono più della metà dei nuclei stabili. Quasi tutti gli altri nuclei stabili sono pari-dispari (Z pari e N dispari) oppure dispari-pari (Z dispari e N pari). Il numero di nuclei dei tipi suindicati è pressappoco uguale. Gli spin di tutti questi nuclei sono diversi da zero, poiché hanno tutti un numero dispari di particelle. Lo spin di questi nuclei ha un valore minimo uguale a 1/2. I nuclei dispari-dispari stabili (Z e N dispari), come è stato già indicato nel § 64, sono in tutto cinque: ^{2}D, ^{6}Li, ^{10}B, ^{14}N, ^{50}V[1)]. Tutti hanno spin intero e diverso da zero (lo spin di ^{50}V vale 6, di ^{6}Li 3 e quello degli altri nuclei 1).

4) Lo spin di tutti i nuclei stabili noti non supera mai il valore 9/2, ad eccezione del vanadio ^{50}V il cui spin vale 6. Quindi, gli spin nucleari sono molto piccoli rispetto alla somma dei valori assoluti degli spin e dei momenti orbitali di tutte le particelle appartenenti al nucleo. Come è stato notato precedentemente, prevalgono i nuclei pari-pari e da questo fatto risulta che la maggioranza dei nucleoni è legata fortemente in gusci chiusi aventi momento di quantità di moto totale nullo e, quindi, non partecipa alla creazione dello spin nucleare.

5) I nuclei con spin $I \geqslant 1/2$ godono di momenti magnetici, i quali, come è stato già notato reiteratamente, sono inferiori a circa migliaia di volte rispetto al magnetone di Bohr, cioè al momento magnetico dell'elettrone. Il magnetone nucleare è un'unità naturale per i momenti magnetici nucleari. Per definizione, esso è più piccolo di $m_p/m_e \approx 1836$ volte del magnetone

---

[1)] L'isotopo $^{50}_{23}V$ ha radioattività β^-, ma il suo periodo di dimezzamento è molto grande: $6 \cdot 10^{15}$ anni. Questa è la ragione per cui viene riportato nel novero degli isotopi stabili.

di Bohr. I momenti magnetici dei nuclei con spin non nulli sono dell'ordine del magnetone nucleare. Da ciò risulta che i momenti magnetici di nucleoni separati nel nucleo, così come i loro momenti angolari, sono mutuamente compensati. La piccolezza dei momenti magnetici nucleari sottolinea ancora una volta che nel nucleo non esistono elettroni poiché il momento magnetico dell'elettrone è di 1836 volte più grande del magnetone nucleare.

6) I momenti magnetici propri dei nucleoni *non sono additivi.* Il deutone, ad esempio, è composto da un protone ed un neutrone i cui momenti magnetici (nei magnetoni nucleari) valgono: $\mu_p = 2{,}79$ e $\mu_n = -1{,}91$. Se questi momenti fossero additivi il momento magnetico del deutone sarebbe $\mu_d = 2{,}79 - 1{,}91 = 0{,}88$, mentre l'esperienza dà $\mu_d = 0{,}86$. Questa divergenza supera i limiti di errore. La non additività dei momenti magnetici trova la sua interpretazione nella non centralità delle forze agenti fra nucleoni.

§ 69. *Parità. Legge di conservazione della parità*

1. La nozione di *parità* compare come conseguenza di una operazione di *inversione.* Per inversione rispetto all'origine le coordinate cartesiane di tutte le particelle del sistema cambiano segno, cioè x, y, z si trasformano in $-x$, $-y$, $-z$, oppure $\boldsymbol{r}$ viene sostituito con $-\boldsymbol{r}$. Nel seguito, per abbreviare la scrittura, con $\boldsymbol{r}$ intenderemo il raggio vettore non di una particella ma l'insieme dei raggi vettori delle particelle dell'intero sistema. Se è necessario indicare esplicitamente che il numero di particelle è superiore ad uno, ci limiteremo (per abbreviare la scrittura) al caso di due particelle indicandole con gli indici 1 e 2. Ciò non impone nessuna condizione. L'*operatore di inversione* si indica con $\hat{P}$. Quindi, per definizione, $\hat{P}\psi(\boldsymbol{r}) = \psi(-\boldsymbol{r})$. L'operazione di inversione $\boldsymbol{r} \to -\boldsymbol{r}$ si può rappresentare come una riflessione speculare rispetto ad un piano passante per l'origine delle coordinate seguita da una rotazione di 180° attorno all'asse perpendicolare a questo piano.

Troviamo prima di tutto gli autovalori P dell'operatore $\hat{P}$. Essi sono determinati dall'equazione

$$\hat{P}\psi(\boldsymbol{r}) = P\psi(\boldsymbol{r}).$$

Applicando una seconda volta l'operatore $\hat{P}$ otteniamo

$$\hat{P}^2\psi(\boldsymbol{r}) = P\hat{P}\psi(\boldsymbol{r}) = P^2\psi(\boldsymbol{r}).$$

Ma l'operatore $\hat{P}^2$ è una trasformazione identica che non cambia nulla; quindi $\psi(\boldsymbol{r}) = P^2\psi(\boldsymbol{r})$ e, perciò, $P^2 = 1$, $P = \pm 1$. In tal modo, gli autovalori dell'operatore $\hat{P}$ sono $+1$ e -1. Ciò premesso, le autofunzioni dell'operatore $\hat{P}$ si distinguono in *pari* e *dispari.* Una funzione pari è determinata dalla relazione $\psi(\boldsymbol{r}) = \psi(-\boldsymbol{r})$ e quella dispari da $\psi(\boldsymbol{r}) = -\psi(-\boldsymbol{r})$. Il numero P

si suole chiamare *parità* della funzione $\psi(\boldsymbol{r})$ o dello stato del sistema. Per le funzioni pari $P = +1$ e per quelle dispari $P = -1$.

2. Nell'equazione di Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{\mathscr{H}}\Psi \tag{69.1}$$

l'operatore di Hamilton $\hat{\mathscr{H}}$ è determinato dall'espressione

$$\hat{\mathscr{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m_1}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_1^2}\right) + \\ + \frac{\hbar^2}{2m_2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2}\right) + U(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2). \tag{69.2}$$

I due primi termini rappresentano l'operatore energia cinetica e non cambiano per inversione se l'origine delle coordinate coincide con il centro di massa del sistema, come verrà supposto nel seguito. In questo caso l'operatore energia cinetica non cambia per inversione rispetto all'origine delle coordinate poiché in esso figurano i differenziali di seconda potenza delle coordinate. Fino al 1956 si è creduto che anche l'operatore energia potenziale $U(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ non cambiasse mai per inversione. Infatti, per inversione non cambia la disposizione relativa di qualsiasi coppia di particelle del sistema. Cambia in opposta la sola direzione della retta congiungente le particelle. Perciò si è creduto che la funzione potenziale del sistema $U(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ non cambiasse. Dopo la scoperta nel 1956 della *non conservazione della parità nelle interazioni deboli*, è stato stabilito che questa conclusione, valida per le interazioni elettromagnetiche e forti, è violata in quelle deboli. In tal modo nel caso delle interazioni elettromagnetiche e forti l'operatore di Hamilton $\hat{\mathscr{H}}$ non cambia per inversione. In questo caso si verifica la *legge di conservazione della parità della funzione d'onda.* È una legge approssimata, valida a meno di interazioni deboli.

La legge di conservazione della parità è una conseguenza dell'equazione di Schrödinger (69.1). Supponiamo, infatti, che all'istante $t = 0$ la funzione d'onda $\Psi = \Psi_0(\boldsymbol{r})$ sia pari oppure dispari. Dopo un tempo dt l'incremento $d\Psi$, secondo l'equazione (69.1), è

$$d\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial t} dt = \frac{dt}{i\hbar} \hat{\mathscr{H}}\Psi(\boldsymbol{r})$$

ossia, a meno di infinitesimi d'ordine superiore,

$$d\Psi = \frac{dt}{i\hbar} \hat{\mathscr{H}}\Psi_0(\boldsymbol{r}).$$

Ma l'operatore di Hamilton $\hat{\mathscr{H}}$ non cambia per inversione delle coordinate. Ne segue che la funzione $\hat{\mathscr{H}}\Psi_0(\boldsymbol{r})$ e con essa la funzione $\Psi_{dt}(\boldsymbol{r}) \equiv \Psi_0(\boldsymbol{r}) + d\Psi$ possiede la stessa parità della funzione iniziale $\Psi_0(\boldsymbol{r})$.

Applicando questo processo in successione dimostriamo che questa conclusione è valida anche per la funzione $\Psi_t(\boldsymbol{r})$, qualunque sia il valore finale del tempo t.

Nel dimostrare abbiamo supposto che la funzione d'onda $\Psi(\boldsymbol{r})$ sia pari oppure dispari. Una funzione d'onda gode di determinata parità per i soli stati non degeneri del sistema, per lo stato fondamentale del nucleo, ad esempio, che viene descritto da un'unica funzione d'onda (determinata, ovviamente, a meno di un fattore fase inessenziale $e^{i\delta}$). In ogni stato degenere la funzione d'onda può essere rappresentata nel caso generale come una sovrapposizione lineare di due funzioni delle quali una è pari e l'altra dispari. In questo caso la legge di conservazione della parità esprime la conservazione della quota relativa di ambedue gli stati con parità determinate. La dimostrazione fatta precedentemente si generalizza senza difficoltà alcuna anche a questo caso.

È da notare che la dimostrazione è basata sull'equazione (69.2) che trascura la possibilità della creazione di particelle. Da uno studio più generale risulta che la parità della funzione d'onda del sistema, a meno di interazioni deboli, non cambia qualunque sia il processo (compresi la produzione e l'assorbimento di particelle).

3. Dalla nostra dimostrazione si vede che la legge di conservazione della parità costituisce una caratteristica del hamiltoniano $\hat{\mathscr{H}}$ cioè una caratteristica del sistema stesso, e non della funzione ψ che caratterizza il suo stato. È per questa ragione che dalla legge di conservazione della parità, come da ogni legge, si può dedurre certe conclusioni fisiche verificabili sperimentalmente. A titolo d'esempio, nel fine di questo paragrafo riportiamo la deduzione della regola di selezione per emissione secondo il numero quantico orbitale l.

4. È di grande importanza il problema di determinazione della parità della funzione d'onda di un sistema che consta di più parti. Per semplicità supponiamo che il sistema sia composto di due parti A e B. Se si può trascurare l'interazione fra queste parti, la funzione d'onda del sistema composto può essere rappresentata nella forma

$$\Psi_{A+B} = \Psi_A \Psi_B \Psi_{l_A} \Psi_{l_B}, \tag{69.3}$$

dove Ψ_A e Ψ_B sono funzioni d'onda che descrivono i moti interni dei sottosistemi rispetto ai loro centri di massa, e Ψ_{l_A} e Ψ_{l_B} funzioni che descrivono i moti degli stessi centri di massa rispetto al centro di massa del sistema composto. Lo studio della parità della funzione d'onda totale Ψ_{A+B} si riduce alla ripetizione conseguente della stessa prova per ciascuna delle quattro funzioni Ψ_A, Ψ_B, Ψ_{l_A}, Ψ_{l_B} separatamente. Perciò si può scrivere la parità del sistema nella forma

$$P_{A+B} = P_A P_B P_{l_A} P_{l_B}. \tag{69.4}$$

Per determinare la parità di un sistema composto sulla base delle parità dei suoi sottosistemi componenti è necessario conoscere la forma esplicita

delle funzioni d'onda Ψ_{l_A} e Ψ_{l_B} che descrivono il moto relativo dei centri di questi sottosistemi. Il problema si riduce alla ricerca della funzione d'onda della particella animata da un moto rispetto ad un centro fisso. Esso si risolve nella meccanica quantistica. Senza risolverlo, limitiamoci ad alcuni risultati quantistici necessari. In un sistema di coordinate sferiche, la posizione di una particella rispetto ad un centro fisso è data dalla distanza r da questo centro, dall'angolo polare ϑ e dall'angolo azimutale φ. La funzione d'onda della particella in questo sistema di coordinate ha la forma

$$\Psi_l = R(r) P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi},$$

dove l e m sono i numeri quantici del momento orbitale e della sua proiezione sull'asse polare e $P_l^m(\cos\vartheta)$ i cosiddetti *polinomi associati di Legendre* (1752-1833).

La forma esplicita della funzione $R(r)$ e dei polinomi associati di Legendre non è necessaria per il problema in esame. È sufficiente indicare che, se sostituiamo $\cos\vartheta$ con $-\cos\vartheta$, il polinomio $P_l^m(\cos\vartheta)$ acquisisce il fattore $(-1)^{l-m}$. Per inversione il valore del raggio r non cambia e gli angoli ϑ e φ vengono sostituiti da $\pi - \vartheta$ e $\varphi + \pi$, rispettivamente, cosicché

$$\cos\vartheta \to \cos(\pi - \vartheta) = -\cos\vartheta, \quad e^{im\varphi} \to e^{im(\varphi+\pi)} = (-1)^m e^{im\varphi}.$$

Perciò

$$\Psi_l \to R(r)(-1)^{l-m} P_l^m(\cos\vartheta)\cdot(-1)^m e^{im\varphi} = (-1)^l \Psi_l.$$

In tal modo, parità della funzione d'onda del moto relativo vale $P_l = (-1)^l$ e parità del sistema $A + B$ è

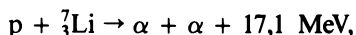
$$P_{A+B} = (-1)^{l_A}(-1)^{l_B} P_A P_B \tag{69.5}$$

se i momenti godono di valori determinati. Questa formula può essere generalizzata in modo banale al caso di un sistema composto di un numero qualsiasi di componenti.

5. Le parti A e B di cui è composto il sistema possono essere anche particelle elementari con massa a riposo non nulla. Come risulta dall'esperienza, ciascuna particella elementare è caratterizzata, a meno di interazioni deboli, da una parità determinata non legata con il suo moto come un tutt'uno. Questa parità si dice *parità intrinseca* della particella e rappresenta, come il suo spin, una proprietà integrante. Le particelle la cui parità intrinseca vale $+1$ si dicono *pari*, e quelle con parità intrinseca -1 *dispari*. La regola (69.5), a prescindere dagli effetti delle interazioni deboli, si estende anche a sistemi composti di particelle elementari (con masse a riposo non nulle) ma tenendo conto delle loro parità intrinseche. Le parità intrinseche dei protoni, neutroni ed elettroni possono essere assegnate in modo arbitrario. Nel seguito partiremo da questa ipotesi. Si suole accettare queste parità uguali a $+1$. In tal modo, le parità intrinseche dell'atomo, del nucleo e della maggioranza delle particelle elementari vengono determinate univo-

camente da dati sperimentali sulla base della legge di conservazione della parità.

Il nucleo atomico è un sistema composto che consta di nucleoni animati da moto reciproco. Se si può trascurare la loro interazione la parità del nucleo sarà $(-1)^{\Sigma l_i}$, dove l_i è il numero quantico orbitale che caratterizza il moto dell'i-esimo nucleone. Lo stato del nucleone nel nucleo sarà pari se il suo numero quantico orbitale l è pari, e dispari nel caso opposto. Così, i protoni e neutroni nello stato s sono nucleoni pari, e nello stato p dispari. A titolo d'esempio determiniamo la parità del nucleo ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$. Nel modello a shell (cfr. cap. X) si può vedere che questo nucleo nello stato fondamentale è composto di quattro nucleoni s e di tre nucleoni p. Perciò la parità di quel nucleo vale $(-1)^3 = -1$. Viceversa, la particella α è composta di quattro nucleoni nello stato s e, quindi, la sua parità intrinseca vale $+1$. L'esperienza mostra che per un protone incidente con energia minore di 0,5 MeV, la reazione nucleare

$$p + {}^{7}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow \alpha + \alpha + 17{,}1 \text{ MeV},$$

malgrado la sua alta esotermicità, è soppiantata (cioè procede con poca probabilità). Il fatto è che la parità delle due particelle α è $+1$. La stessa parità è posseduta dal protone con le energie suindicate. Quanto alla parità del nucleo ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$ essa vale -1 cosicché nella reazione considerata la legge di conservazione della parità viene violata.

Lo stato fondamentale dei nuclei pari-pari ha parità positiva. Gli stati fondamentali degli altri nuclei possono essere sia pari che dispari. I nuclei negli stati eccitati possono avere parità diversa, non coincidente necessariamente con quella dello stato fondamentale. Negli schemi dei livelli nucleari si suole indicare lo spin e la parità di ciascun livello. Lo spin si indica con un numero e la parità con il segno + o −. Il simbolo 2^+, per esempio, significa un livello pari con spin 2 e il simbolo $(1/2)^-$ un livello dispari con spin 1/2. L'insieme dei valori dello spin e della parità si chiama *carattere del livello nucleare*.

6. Quanto detto finora si riferisce a particelle con massa a riposo non nulla. Per i fotoni, così come per qualsiasi particella relativistica con massa a riposo nulla, non esiste concetto di stato con un valore determinato del momento orbitale l. Al posto di questo concetto si introduce un concetto analogo, detto *multipolo*. Il multipolo di un campo elettromagnetico è lo stato del campo che si propaga liberamente e possiede momento totale L e parità determinata P. Per il fotone libero sono possibili stati con momento totale $L = 1, 2, 3, \ldots$ Il caso particolare $L = 1$ è stato già studiato in dettaglio nel § 37. Gli stati con momento totale nullo L non esistono per il fotone. Lo stato del fotone con momento L e parità $(-1)^L$ si chiama *2^L-polo elettrico*, e lo stato con lo stesso momento e parità $(-1)^{L+1}$ si dice *2^L-polo magnetico*. Lo stato con $L = 1$ si chiama *dipolo*, con $L = 2$ quadrupolo, con $L = 3$ ottupolo, ecc. Ciò premesso, il dipolo elettrico e

il quadrupolo magnetico sono dispari, mentre il dipolo magnetico e il quadrupolo elettrico sono pari. Per indícare il quanto del multipolo elettrico si usa la lettera E alla quale si associa il valore del momento totale L. Nel caso del quanto del multipolo magnetico la lettera E viene sostituita con M. Il quanto di dipolo elettrico, per esempio, si indica con $E1$, il quanto di dipolo magnetico con $M1$, il quadrupolo elettrico con $E2$, ecc.

L'uso dei termini di multipolo è basato sulla nozione classica di multipolo (cfr. il paragrafo seguente). Così, per oscillazioni del momento di dipolo elettrico compare una radiazione elettromagnetica che, dal punto di vista quantistico, consta di fotoni $E1$.

Se la lunghezza d'onda ridotta del fotone $\bar{\lambda} \equiv \lambda/2\pi$ è molto superiore alle dimensioni R del sistema fisico con il quale esso interagisce ($R \ll \bar{\lambda}$) a questa interazione partecipano prevalentemente multipoli di ordine inferiore ammissibili dalle leggi di conservazione del momento e della parità. Il rapporto tra la probabilità di emissione (o di assorbimento) del multipolo quantistico elettrico 2^L e la corrispondente probabilità di emissione (o assorbimento) del quanto $E1$ è dell'ordine di $(R/\bar{\lambda})^{2(L-1)}$. Nel caso dell'emissione (dell'assorbimento) del quanto magnetico dello stesso multipolo 2^L questo rapporto sarà dell'ordine di $(R/\bar{\lambda})^{2L}$, cioè di $(\bar{\lambda}/R)^2$ volte inferiore. Perciò, ad esempio, le probabilità dell'emissione dei quanti $E2$ e $M1$ di solito sono vicine. Ciò è dovuto al fatto che il rapporto $(R/\bar{\lambda})^2$ come ordine di grandezza è uguale a $(v/c)^2$, dove v è la velocità della particella carica nel sistema (del protone nel nucleo, per esempio), e il rapporto fra le intensità dei campi elettrico e magnetico generati dalla carica in moto è dell'ordine di v/c.

Quanto detto nel presente passaggio è applicabile in uguale misura ai multipoli delle molecole, degli atomi, dei nuclei e delle particelle elementari. A titolo d'esempio consideriamo la regola di selezione (40.1). Essa si riferisce all'emissione (o all'assorbimento) quando l'atomo possiede un elettrone esterno (di valenza). Il fotone di dipolo elettrico emesso è, come abbiamo visto, dispari. La parità dell'atomo in seguito all'emissione di questo fotone cambia per un fattore $(-1)^{\Delta l}$ e quella di tutto il sistema «atomo + fotone emesso» per un fattore $(-1)^{\Delta l \pm 1}$. La legge di conservazione della parità per la radiazione di dipolo ammette il solo valore $\Delta l = \pm 1$. Il valore $\Delta l = 0$ (anche se ammissibile dalla legge di conservazione del momento) è proibito dalla legge di conservazione della parità. Si deve sottolineare tuttavia che questa interdizione si riferisce all'*emissione di dipolo elettrico*. L'emissione di quanti di quadrupolo elettrici e di dipolo magnetici può portare alla comparsa nello spettro delle cosiddette «righe vietate». Ma la probabilità dell'emissione di quadrupolo elettrico e di dipolo magnetico è di $(\bar{\lambda}/R)^2$ inferiore all'emissione di dipolo elettrico. Essa si manifesta in misura rilevante se e solo se quest'ultima emissione è vietata per una qualche ragione.

A causa di interazioni deboli la funzione d'onda del sistema contiene sempre una piccola impurità di uno stato con parità opposta. Perciò se,

ad esempio, è permessa per parità e momento la transizione $M1$ essa sarà accompagnata dalla transizione debole $E1$. L'interferenza $M1 + E1$ conduce alla polarizzazione circolare dei quanti o al loro moto asimmetrico nella direzione dello spin o in quella contraria.

§ 70. *Propietà elettriche e forma del nucleo*

1. Le grandezze che caratterizzano le proprietà elettriche del nucleo possono essere introdotte nello stesso modo seguito in elettrostatica per un sistema di cariche puntiformi che occupano una piccola regione di spazio. Perciò considereremo puntiformi i nucleoni nel nucleo, anche se ciò non è obbligatorio. In un campo elettrico esterno costante di potenziale φ l'energia potenziale del nucleo è determinata dall'espressione

$$U = \sum_{\alpha} e\varphi(x_{\alpha i}), \tag{70.1}$$

dove la sommatoria è estesa ai soli protoni del nucleo poiché i neutroni, non avendo carica elettrica, non portano nessun contributo in questa somma. La funzione $\varphi(x_{\alpha i})$ indica il potenziale del campo esterno nel punto occupato dal protone α e $x_{\alpha i}$ l'insieme delle coordinate cartesiane dello stesso protone ($i = 1, 2, 3$; $x_1 \equiv x, x_2 \equiv y, x_3 \equiv z$). In tal modo con una scrittura dettagliata abbiamo

$$U = \sum_{\alpha} e\varphi(x_{\alpha}, y_{\alpha}, z_{\alpha}) = \sum_{\alpha} e\varphi(r_{\alpha}). \tag{70.1a}$$

Collochiamo l'origine delle coordinate nel centro di massa dell'intero nucleo (cioè tenendo conto anche dei neutroni) e supponiamo che, a distanze dell'ordine delle dimensioni lineari del nucleo, il campo elettrico esterno cambi poco. Allora il potenziale $\varphi(x_{\alpha i})$ può essere convenientemente sviluppato in serie di potenze delle coordinate:

$$\varphi(x_{\alpha i}) = \varphi(0) + x_{\alpha i}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)_0 + \frac{1}{2}x_{\alpha i}x_{\alpha k}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_i dx_k}\right)_0 + \ldots,$$

dove, in accordo con la notazione tensoriale universalmente accettata, la sommatoria è estesa agli indici che si ripetono (e non all'indice numerico del protone α). Sostituendo questo sviluppo nella formula (70.1) otteniamo

$$U = \varphi(0)\sum_{\alpha} e + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)_0 \sum_{\alpha} ex_{\alpha i} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_i \partial x_k}\right)_0 \sum_{\alpha} ex_{\alpha i}x_{\alpha k} + \ldots \tag{70.2}$$

Il primo termine, termine principale, di questa somma darebbe l'energia del nucleo carico nel campo elettrico esterno se tutta la carica fosse concentrata in un punto, ossia nell'origine delle coordinate. Questo termine si può scrivere nella forma $\sum_{\alpha} e\varphi(0)$. Esso caratterizza le proprietà

elettriche del nucleo nel loro insieme ma non fornisce nessuna indicazione su come l'elettricità sia distribuita in tutto il volume del nucleo.

2. Il secondo termine della somma (70.2) contiene tre componenti del vettore $\boldsymbol{d} = \sum_\alpha e\boldsymbol{r}_\alpha$, dove $\boldsymbol{r}_\alpha = \boldsymbol{r}_x(x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha)$. Questo è il *momento di dipolo elettrico del nucleo.* L'espressione $\boldsymbol{d} = \sum_\alpha e\boldsymbol{r}_\alpha$, senza dubbio, non è invariante rispetto alla scelta dell'origine delle coordinate poiché la carica totale del nucleo $\sum_\alpha e$ è non nulla. Perciò nel determinare univocamente il vettore $\boldsymbol{d}$ l'origine delle coordinate non è stata scelta arbitrariamente ma è stata collocata nel centro di massa del nucleo. Si potrebbe pensare che, dopo la carica, il momento di dipolo $\boldsymbol{d}$ sia la caratteristica elettrica principale del nucleo nello stato fondamentale. Tuttavia, probabilmente, il centro di massa del nucleo nello stato fondamentale è anche il centro di simmetria della distribuzione delle cariche. Ciò vuol dire che a ciascuna carica nel punto $\boldsymbol{r}$ corrisponde una carica di grandezza e di segno uguali nel punto $-\boldsymbol{r}$. Perciò il momento di dipolo elettrico del nucleo nello stato fondamentale è nullo. Nello stato eccitato, in generale, non è così almeno in virtù del moto dei nucleoni nel nucleo che viola la distribuzione simmetrica dei protoni rispetto al centro di massa del nucleo. (Osserviamo che ciò non si riferisce al momento magnetico del nucleo. Come analogo classico si può pensare ad una sferetta caricata uniformemente e rotante attorno al diametro. In questo caso compare il momento di dipolo magnetico sebbene si conservi la simmetria totale rispetto al centro della sferetta).

3. Poiché il nucleo nello stato fondamentale è privo di momento di dipolo elettrico il ruolo principale nella sua interazione con il campo elettrico esterno, accanto alla carica stessa, viene svolto del terzo termine nella formula (70.2) che determina l'*interazione di quadrupolo.* I termini di ordine superiore corrispondenti a *momenti di multipolo* sono inessenziali e perciò li trascuriamo. Quanto al termine con momento di quadrupolo, esso contiene le derivate seconde del potenziale φ rispetto alle coordinate e, quindi, l'interazione di quadrupolo, a differenza di quella di dipolo, non esiste in un campo elettrico omogeneo.

Riduciamo il termine di quadrupolo della formula (70.2) alla forma standardizzata che si usa normalmente. Per rendere più facile la scrittura delle formule omettiamo l'indice di sommatoria α in tutte le coordinate delle particelle. L'equazione di Laplace dice che

$$\Delta\varphi \equiv \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} \equiv \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_k^2} = 0,$$

ossia

$$\delta_{ik}\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_i \partial x_k} = 0,$$

dove δ_{ik} è un tensore unitario ($\delta_{ik} = 1$ per $i = k$ e $\delta_{ik} = 0$ per $i \neq k$). Sulla base di ciò abbiamo

$$\frac{1}{2} \sum x_i x_k \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_k} = \frac{1}{2} \sum (x_i x_k + \lambda \delta_{ik}) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_k},$$

dove λ è un numero qualsiasi. È comodo sceglierlo tale che la traccia del tensore $\sum (x_i x_k + \lambda \delta_{ik})$, cioè la somma dei suoi termini diagonali $\sum (x_i x_i + \lambda \delta_{ii}) = \sum (r^2 + 3\lambda)$ si annulli. Come risultato l'energia dell'interazione di quadrupolo del nucleo con il campo elettrico esterno si scrive nella forma

$$U_{\text{quadr}} = \frac{e}{6} \sum (3x_i x_k - r^2 \delta_{ik}) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_k},$$

ossia

$$U_{\text{quadr}} = \frac{e}{6} Q_{ik} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_k}, \tag{70.3}$$

dove

$$Q_{ik} = \sum (3x_i x_k - r^2 \delta_{ik}). \tag{70.4}$$

Nelle componenti abbiamo

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= \sum (3x^2 - r^2) = \sum (2x^2 - y^2 - z^2), \\ Q_{yy} &= \sum (3y^2 - r^2) = \sum (2y^2 - z^2 - x^2), \\ Q_{zz} &= \sum (3z^2 - r^2) = \sum (2z^2 - x^2 - y^2), \end{aligned} \tag{70.5}$$

$$Q_{xy} = Q_{yx} = \sum 3xy, \quad Q_{yz} = Q_{zy} = \sum 3yz, \quad Q_{zx} = Q_{xz} = \sum 3zx.$$

Il tensore Q_{ik} si chiama *tensore del momento di quadrupolo* del nucleo. Esso si annulla per un corpo sfericamente simmetrico. Se la costante λ fosse diversa non si otterrebbe questo risultato, e con ciò si giustifica il metodo applicato.

Come è stato detto già nel § 62, l'interazione fra il momento magnetico del nucleo e il campo magnetico del guscio elettronico dell'atomo genera la struttura iperfina delle righe spettrali. Tuttavia questa interazione non sempre è sufficiente per la spiegazione di questo fenomeno. Una ragione complementare è dovuta all'interazione di quadrupolo fra il nucleo atomico e il gradiente del campo elettrico del guscio. Lo studio della struttura iperfina delle righe spettrali fornisce uno dei metodi di determinazione dei momenti di quadrupolo elettrici dei nuclei. Si applicano anche metodi di risonanza radiospettroscopici.

4. Con il momento di quadrupolo del nucleo si suole intendere non il tensore stesso Q_{ik} bensì *il valore della sua componente più grande nel* sistema di coordinate in cui Q_{ik} è diagonale. Se prendiamo come asse Z

l'asse principale corrispondente, allora

$$Q = \sum (3z^2 - r^2). \tag{70.6}$$

Questa grandezza ha la dimensione di area. La sua unità di misura più comoda è il barn, uguale a 10^{-24} cm^2.

I momenti di quadrupolo del nucleo si distinguono in *esterno* (o *osservato*) e *interno* (o *proprio*). Si chiama momento di quadrupolo esterno (che si indica con Q) quello misurato nel sistema di coordinate del laboratorio. Il momento di quadrupolo interno (indicato con Q_0) è misurato nel sistema di coordinate che ruota insieme con il nucleo atomico attorno al suo centro di massa. In generale, questi due momenti non coincidono in virtù delle oscillazioni dell'asse del nucleo atomico rispetto al sistema di coordinate del laboratorio. Il momento di quadrupolo esterno è la media del momento di quadrupolo del nucleo in uno stato caratterizzato dal quadrato del momento totale della quantità di moto del nucleo $I(I + 1)$ e dalla sua proiezione massima I sulla direzione considerata nello spazio. Perciò $Q_0 \geqslant Q$. La struttura iperfina delle righe spettrali e i metodi radiospettroscopici summenzionati consentono di determinare sperimentalmente il solo momento di quadrupolo esterno. Conoscendo Q si può calcolare anche il momento di quadrupolo interno Q_0 secondo la formula

$$Q = Q_0 \frac{I(2I - 1)}{(I + 1)(2I + 1)}, \tag{70.7}$$

dedotta in meccanica quantistica. A tale scopo, ovviamente, lo spin del nucleo I deve essere diverso da 0 e da 1/2. Il momento di quadrupolo esterno Q del nucleo con spin 0 o 1/2 è nullo. In questo caso, sulla base della formula (70.7) non si può dire nulla del momento di quadrupolo interno. Tuttavia esiste anche un metodo diretto di misurazione di Q_0. Il momento di quadrupolo proprio è una misura della deviazione dalla distribuzione sferica della carica elettrica nel nucleo.

Tavola 8

Momenti di quadrupolo esterni di alcuni nuclei atomici

Nucleo	Q, 10^{-24} cm^2	Nucleo	Q, 10^{-24} cm^2	Nucleo	Q, 10^{-24} cm^2
$^{2}_{1}H$	+0,0027	$^{79}_{35}Br$	+0,33	$^{138}_{57}La$	+2,7
$^{10}_{5}B$	+0,074	$^{85}_{37}Rb$	+0,27	$^{175}_{71}Lu$	+5,9
$^{14}_{7}N$	+0,0071	$^{91}_{40}Zr$	−0,46	$^{179}_{72}Hf$	+3
$^{17}_{8}O$	−0,027	$^{93}_{41}Nb$	−0,3	$^{181}_{73}Ta$	+6
$^{35}_{17}Cl$	−0,084	$^{99}_{43}Tc$	+0,34	$^{204}_{81}Bi$	−0,19
$^{37}_{17}Cl$	−0,066	$^{115}_{49}In$	+1,198	$^{235}_{92}U$	+4,0
$^{69}_{31}Ga$	+0,243	$^{119}_{50}Sn$	−0,08	$^{241}_{95}Am$	+4,9

Numerosi nuclei possiedono un asse simmetrico di rotazione e hanno un piano di simmetria perpendicolare a questo asse che passa per il centro di massa del nucleo. Si suole supporre che il nucleo abbia la forma di un ellissoide di rotazione. Il momento di quadrupolo del nucleo è positivo se il nucleo ha forma allungata, e negativo se esso ha forma schiacciata. La non sfericità della forma del nucleo si manifesta con la comparsa, nello spettro energetico del nucleo, di *livelli energetici di rotazione*. Essi compaiono per rotazione attorno all'asse perpendicolare all'asse principale del nucleo. I nuclei più complicati possono avere nello stato fondamentale la forma di ellissoide a tre assi. In questi nuclei la struttura dei livelli energetici risultante è più complessa.

Nella tavola 8 sono dati alcuni valori dei momenti di quadrupolo esterni dei nuclei, trovati sperimentalmente. In alcuni di essi le grandezze Q sono anomalmente grandi e superano di gran lunga il quadrato del raggio del nucleo R^2. Da ciò risulta quanto sia grande la deviazione della forma di questi nuclei dalla simmetria sferica.

IX. RADIOATTIVITÀ

§ 71. *Introduzione*

1. La *radioattività* è un cambiamento spontaneo della composizione del nucleo atomico che avviene in un tempo notevolmente più grande del tempo nucleare caratteristico (10^{-22} s). Si suole supporre in modo un po' arbitrario che il cambiamento della composizione del nucleo debba avvenire non prima di 10^{-12} s dopo la sua nascita. Spesso i decadimenti dei nuclei avvengono più rapidamente, ma non si suole riferire tali decadimenti a quelli radioattivi. Così, nel bombardare diversi bersagli negli acceleratori può comparire una grande varietà di nuclei che si spaccano immediatamente e perciò non si possono considerare quali nuclei atomici veri e propri. Il tempo di 10^{-12} s, trascurabile da un punto di vista normale, deve essere considerato molto grande su scala nucleare. Durante questo lasso di tempo si realizza un'enorme quantità di processi intranucleari e il nucleo riesce a formarsi totalmente.

Le forze nucleari agenti fra i nucleoni trattengono i nucleoni nel nucleo in quanto queste sono forze d'attrazione. Un'azione opposta, destabilizzante, viene esercitata dalle forze coulombiane di repulsione agenti fra i protoni del nucleo. I nuclei atomici si formano sotto l'azione di forze di ambedue i tipi.

I nuclei soggetti a trasformazioni radioattive si dicono nuclei *radioattivi*, e quelli non soggetti a tali trasformazioni si dicono nuclei *stabili*. Questa divisione è convenzionale poiché, infatti, tutti i nuclei possono decadere spontaneamente, ma questo processo si realizza in diversi nuclei con velocità diversa.

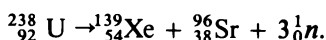
Grande parte dei nuclei radioattivi è stata ottenuta in modo artificiale mediante bombardamento di bersagli con diverse particelle. In questo caso il nucleo radioattivo ottenuto si può considerare come *nucleo composto longevo* soggetto a ulteriori trasformazioni. Non esiste nessuna differenza di principio fra il decadimento radioattivo e la trasformazione di un nucleo composto. *La radioattività artificiale* è stata osservata originariamente nel 1934 dai coniugi Irène (1897-1956) e Frédéric Joliot-Curie (1900-1958).

Si distinguono i seguenti tipi di decadimento radioattivo: 1) *il decadimento* α, 2) *il decadimento* β, 3) *il decadimento spontaneo* del nucleo atomico, 4) *il decadimento protonico*, 5) il decadimento biprotonico, ecc.

Nel decadimento α, il nucleo emette spontaneamente una particella α (^4_2He). In questo caso il numero di carica del nucleo diminuisce di 2 unità e si crea un elemento nuovo spostato di due celle a sinistra rispetto a quello iniziale nel sistema periodico.

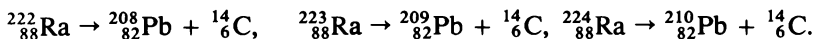
Il decadimento β può essere di tre tipi: 1) *elettronico*, o *decadimento* β^-, 2) *positronico*, o *decadimento* β^+ e 3) la *cattura elettronica*. Per decadimento β^-, il nucleo emette un elettrone e un antineutrino elettronico $\bar{\nu}_e$ (cfr. § 74, n. 8). Il numero di massa del nucleo non cambia, ma il numero di carica aumenta di 1 (spostamento di una cella a destra nel sistema periodico). Per decadimento β^+ dal nucleo escono un positrone e^+ e un neutrino elettronico ν_e (spostamento di una cella a sinistra nel sistema periodico senza cambiamento del numero di massa). La radioattività positronica è stata scoperta nel 1934 da Irène e Frédéric Joliot-Curie. Per cattura elettronica il nucleo prende un elettrone dal guscio elettronico dell'atomo; il numero di carica, come per il decadimento β^+, diminuisce di 1, mentre il numero di massa non cambia. Se l'elettrone viene catturato dal guscio K dell'atomo, la cattura elettronica si chiama anche *cattura K*.

Nel 1940 G.N. Flerov e K.A. Petrjak scoprirono la scissione spontanea dei nuclei uranici. Un esempio è dato dalla reazione nucleare

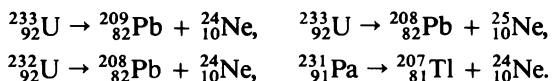
$$^{238}_{92}U \rightarrow ^{139}_{54}Xe + ^{96}_{38}Sr + 3^1_0n.$$

Nei nuclei con grande eccesso di protoni è possibile, in linea di principio, la *radioattività protonica* e anche quella *biprotonica*. Ma questi processi sono molto difficili da scoprire a causa del forte fondo prodotto dal decadimento α e β^+ concorrenti, che implicano la formazione di isotopi degli stessi elementi chimici. La radioattività protonica è possibile soltanto in pochi nuclei leggeri ottenuti in modo artificiale con una durata di vita relativamente breve e che possiedono un grande eccesso di protoni. Cionondimeno, le radioattività protonica e biprotonica sono state scoperte. Secondo V.I. Goldanskij (n. 1923), la radioattività biprotonica è molto più probabile di quella monoprotonica. Infatti, fra i protoni agiscono forze di accoppiamento. Come risultato dal nucleo può uscire non solo un protone isolato, ma anche un biprotone, cioè due protoni accoppiati con gli spin diretti in modo opposto.

Dal nucleo possono uscire anche nucleoni riuniti in particelle più grandi dei nuclei di ^4He (particelle α), ad esempio, nuclei di carbonio. Ma questo processo è ostacolato dal fatto che nel nucleo iniziale non esistono nuclei di carbonio già pronti. Fra l'altro, nel nucleo non esistono neanche particelle α pronte le quali si formano immediatamente prima dell'uscita dal nucleo. Però, la formazione di particelle α è molto più probabile della formazione di nuclei di carbonio. Ciononostante nel 1984 all'Università di Ox-

ford è stata osservata la trasformazione spontanea degli isotopi instabili di radio in piombo con emissione di nuclei dell'isotopo di carbonio ^{14}C:

$$^{222}_{88}Ra \rightarrow {}^{208}_{82}Pb + {}^{14}_{6}C, \quad {}^{223}_{88}Ra \rightarrow {}^{209}_{82}Pb + {}^{14}_{6}C, \quad {}^{224}_{88}Ra \rightarrow {}^{210}_{82}Pb + {}^{14}_{6}C.$$

Tutti i nuclei degli isotopi ^{222}Ra, ^{223}Ra e ^{224}Ra sono radioattivi con periodi di dimezzamento di 39 secondi, 11,7 e 3,6 giorni, rispettivamente. La probabilità di emissione di un nucleo ^{14}C è di circa 10^{10} volte inferiore alla probabilità di emissione di una particella α. Perciò è molto difficile osservare sperimentalmente il decadimento dei nuclei di radio considerati accompagnato da emissione di nuclei ^{14}C. Il fatto che uno dei prodotti del decadimento sia l'isotopo di carbonio ^{14}C anziché ^{12}C si può spiegare osservando che energeticamente è più vantaggioso che si formi il nucleo doppiamente magico $^{208}_{82}Pb$ o i nuclei vicini (cfr. § 78). Nel 1985 a Dubna (Russia) sono stati scoperti (contemporaneamente ad un gruppo di scienziati americani) decadimenti con produzione di nuclei ancora più pesanti, ossia dei nuclei di neon:

$$^{233}_{92}U \rightarrow {}^{209}_{82}Pb + {}^{24}_{10}Ne, \quad {}^{233}_{92}U \rightarrow {}^{208}_{82}Pb + {}^{25}_{10}Ne,$$

$$^{232}_{92}U \rightarrow {}^{208}_{82}Pb + {}^{24}_{10}Ne, \quad {}^{231}_{91}Pa \rightarrow {}^{207}_{81}Tl + {}^{24}_{10}Ne.$$

La probabilità dei primi tre processi è circa di 10^{12} e dell'ultimo processo di 10^{11} volte inferiore alla probabilità del decadimento α.

In seguito al decadimento radioattivo dei nuclei che si formano per scissione del nucleo genitore, si creano nuclei eccitati con eccesso di neutroni. Quando questi decadono si creano dei cosiddetti ***neutroni di ritardo.*** Questo processo potrebbe essere denominato ***radioattività neutronica,*** ma non lo facciamo poiché l'eccitazione praticamente scompare istantaneamente, per emissione dei neutroni.

2. Nel processo di decadimento radioattivo, ovviamente, deve essere verificata la legge di conservazione dell'energia. Se il nucleo iniziale è immobile, si può scrivere questa legge nella forma

$$M_{\text{iniz}}c^2 = M_{\text{fin}}c^2 + \sum_i M_i c^2 + \mathscr{E}, \tag{71.1}$$

dove M_{iniz} e M_{fin} sono le masse dei nuclei iniziale e finale, M_i le masse delle particelle formate, $\mathscr{E}$ l'energia cinetica emessa per decadimento radioattivo. Le sole reazioni in cui vi sia emissione di energia possono procedere spontaneamente e perciò l'energia $\mathscr{E}$ è sostanzialmente positiva. Quindi, il decadimento radioattivo è possibile soltanto se $M_{\text{iniz}} > M_{\text{fin}} + \sum M_i$. Questa condizione è necessaria ma non sufficiente poiché devono essere soddisfatte anche altre leggi di conservazione (dell'impulso, del momento della quantità di moto, delle cariche elettrica, barionica e leptonica) perché il processo sia possibile.

3. Tutti gli elementi che presentano radioattività α e β si possono suddividere in 4 serie o famiglie. In ciascuna serie il numero di massa A è dato

dalla formula

$$A = 4n + C, \tag{71.2}$$

dove C è una costante per la serie considerata e n un intero variabile. Ciascun elemento della serie si ottiene dal precedente mediante la trasformazione α o β. Perciò in ciascuna serie due elementi vicini hanno numeri di massa uguali, oppure questi numeri differiscono di 4. Al valore $C = 0$ ($n \leqslant 59$) corrisponde la serie del torio, a $C = 1$ ($n \leqslant 60$) la serie del nettunio, a $C = 2$ ($n \leqslant 60$) la serie dell'uranio, a $C = 3$ ($n \leqslant 59$) la serie del attinio-uranio. La serie con $C = 1$ (nettunio) è composta di isotopi che non si incontrano in natura ma vengono ottenuti in modo artificiale.

4. Tutte e quattro le serie radioattive sono date nella tavola 9.

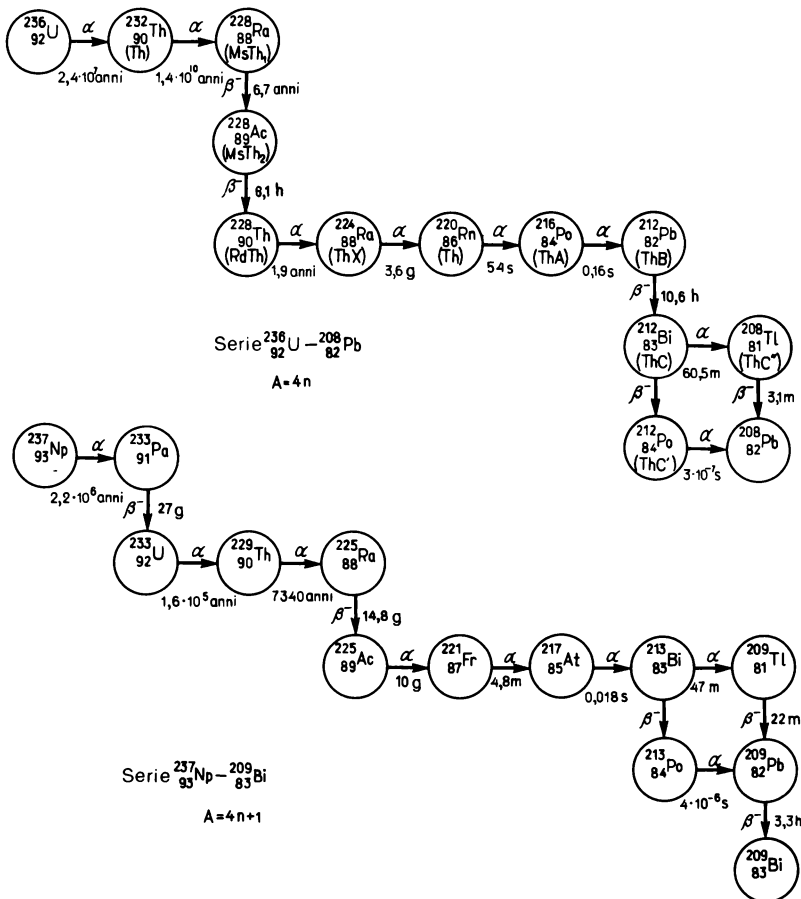
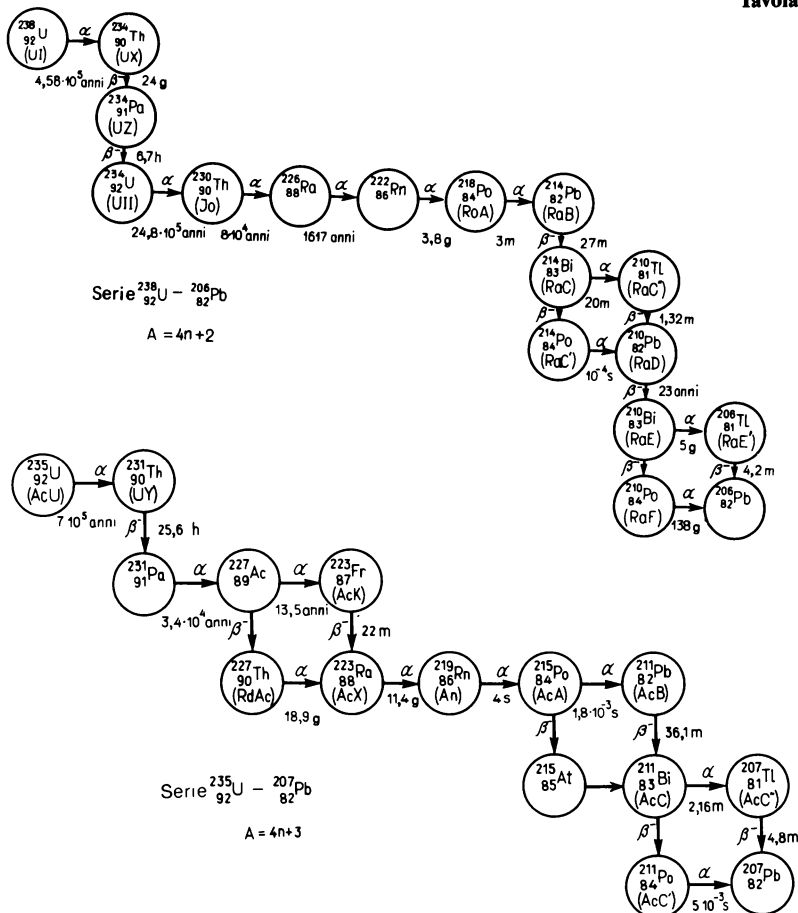
Famiglie radioattive

A titolo d'esempio consideriamo la serie dell'uranio. Essa inizia dall'elemento ^{238}U[1)] a radioattività α. Dopo aver subito un decadimento α con periodo di dimezzamento di $4{,}56 \cdot 10^9$ anni, questo isotopo, si trasforma nell'isotopo $^{234}_{90}Th$ a radioattività β^-. Dopo due decadimenti β^- consecutivi con periodi di dimezzamento di 24 giorni e di 6,74 ore, rispettivamente, si ottiene l'isotopo radioattivo $^{234}_{92}U$ con periodo di dimezzamento di $2{,}48 \cdot 10^5$ anni. A partire dall'$^{234}_{92}U$ si trovano cinque trasformazioni α successive. Fra gli elementi radioattivi ottenuti in seguito a queste trasformazioni esiste l'isotopo $^{226}_{88}Ra$ a radioattività α con periodo di dimezzamento di 1617 anni dopo il quale segue il gas radon radioattivo $^{222}_{86}Rn$, ecc. Osserviamo che gli isotopi radioattivi $^{214}_{83}Bi$ e $^{210}_{83}Bi$ possono trasformarsi rispetti-

Tavola 9

---

1) Nella tavola 9 in parentesi vengono indicati simboli di isotopi che si usano nella radiochimica.

vamente in $^{210}_{82}Pb$ e $^{206}_{82}Pb$ mediante due vie diverse indicate nella tavola 9. La serie dell'uranio termina con un elemento stabile, il piombo $^{206}_{82}Pb$. Struttura analoga hanno le altre serie radioattive. Nelle serie naturali del torio e dell'attinio-uranio esistono altri isotopi di radio e di radon. Tutte le serie radioattive naturali terminano con diversi isotopi stabili di piombo: $^{208}_{82}Pb$, $^{206}_{82}Pb$, $^{207}_{82}Pb$. L'esistenza dei tre diversi isotopi stabili di piombo indica una stabilità particolare dei nuclei di piombo contenenti il numero magico di protoni (82).

Il sistema periodico degli elementi non termina, come è stato detto nel § 47, con $^{238}_{92}U$, l'elemento più pesante che si incontra sulla Terra allo stato naturale. Tuttavia, tutti gli elementi transuranici, cioè successivi all'uranio nel sistema periodico, sono radioattivi. Il periodo di dimezzamento dell'isotopo di plutonio a vita più lunga, il $^{239}_{94}Pu$, supera i 24 000 anni. Se tali elementi mai fossero esistenti allo stato naturale nella Terra, ormai sono stati scomparsi definitivamente in seguito a trasformazioni radioattive. Tutti gli elementi transuranici si ottengono in modo artificiale. Tenendo conto di questi elementi, le serie radioattive della tavola 9 possono essere prolungate verso Z piu grandi. Ed anche tutti gli elementi radioattivi più pesanti del piombo e del bismuto devono scomparire della Terra, anche se in un futuro molto lontano, qualora la Terra esista ancora. L'esistenza di tali elementi all'epoca attuale è una delle conferme che l'età della Terra è limitata e che, a seconda delle stime, debba essere compresa tra 4 e 4,5 miliardi di anni.

Nel § 94 parleremo dei metodi per produrre gli elementi transuranici.

§ 72. *Lèggi del decadimento radioattivo*

1. Il decadimento radioattivo è un *fenomeno statistico*. Tutte le previsioni che si possono fare sulla base delle leggi del decadimento radioattivo sono in linea di massima *di carattere probabilistico*. È impossibile dire quali atomi di una sostanza radioattiva si scindano entro un tempo determinato. Ma si può predire praticamente con notevole precisione quanti atomi si scinderanno in quel lasso di tempo. Ad esempio, nel caso del radon, la metà degli atomi si scinde in 3,8 giorni. E questa previsione probabilistica si verificherà tanto più precisamente quanto più grande è la quantità di radon in esame.

La probabilità λ di decadimento di un nucleo in una unità di tempo si chiama *costante di decadimento* di una sostanza radioattiva. Ciò vuol dire che fra gli N nuclei considerati decadono in media in una unità di tempo λN nuclei, e in un tempo dt, $\lambda N\,dt$ nuclei. La grandezza λN si dice *attività* della fonte radioattiva o, brevemente, radioattività. Essa si misura tradizionalmente in *curie* (Ci) e in sue frazioni: *millicurie* (1

mCi = 10^{-3} Ci) e *microcurie* (1μCi = 10^{-6} Ci). Secondo la definizione iniziale, un curie è l'attività di un grammo dell'isotopo di radio $^{226}_{88}Ra$. Tuttavia, per rendere più comoda la misura, questa definizione è stata sostituita più tardi con la seguente:

$$1\ \text{Ci} = 3{,}700 \cdot 10^{10}\ \text{decadimenti/s (precisamente)},$$

mentre l'attività di 1 g di radio è approssimativamente uguale ad 1 Ci. L'unità naturale di attività è 1 decadimento al secondo, unità accettata nel Sistema internazionale SI sotto il nome di *becquerel* (Bq). Nella letteratura si usa anche un'altra unità: il *rutherford*:

$$1\ \text{Rd} = 10^6\ \text{Bq}.$$

Poiché le trasformazioni radioattive si svolgono all'interno del nucleo, le condizioni esterne (temperatura, pressione, reazioni chimiche, ecc.) non incidono praticamente in nessun modo sull'andamento delle trasformazioni radioattive. Comunque non si è riusciti a scoprire l'influsso di questi fattori esterni, neppure con i metodi più precisi, a disposizione della fisica prima della scoperta dell'effetto Mössbauer. In particolare, non si è riusciti a rivelare una dipendenza della costante del decadimento radioattivo λ dalle condizioni esterne. Fa eccezione la sola cattura elettronica. Per essa, ancora prima dell'applicazione della spettroscopia Mössbauer, è stata scoperta una lieve dipendenza della grandezza λ da fattori esterni. Ma in questo caso, il fenomeno è caratterizzato non soltanto da quanto avviene all'interno del nucleo, ma anche da quanto avviene in zone vicine del guscio elettronico. Soltanto grazie ai metodi spettroscopici di Mössbauer (cfr. § 76) è stato possibile scoprire nettamente che il guscio elettronico dell'atomo incide su fenomeni che si verificano all'interno del nucleo atomico. Ma nella grande maggioranza dei casi questa influenza non gioca nessun ruolo. La costante λ è indipendente anche dal tempo. A dirla in modo figurato, i nuclei radioattivi non possono che morire, ma non invecchiano mai.

2. Dopo queste osservazioni preliminari formuliamo *la legge fondamentale del decadimento radioattivo*. Supponiamo che N sia un numero (molto grande) di nuclei radioattivi all'istante t, e $N + dN$ un numero di nuclei in un istante successivo $t + dt$. La grandezza dN è negativa poiché i nuclei non possono che decadere, cioè il loro numero decresce. Sulla base della definizione

$$dN = -\lambda N\, dt. \tag{72.1}$$

Poiché λ è indipendente dal tempo, di qui per integrazione otteniamo

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{72.2}$$

cioè il numero di nuclei non decaduti decresce con il tempo esponenzialmente. Il tempo t si può calcolare a partire da un istante qualsiasi scelto

come istante iniziale. La costante N_0 indica il numero di nuclei non decaduti nell'istante iniziale. La formula (72.2) esprime la legge fondamentale del decadimento radioattivo. È ovvio che essa si riferisce ai soli atomi della sostanza radioattiva che possono soltanto decadere spontaneamente ma non possono comparire o scomparire in seguito a qualche altro processo.

La costante di decadimento λ si può esprimere in funzione della *durata di vita media* del nucleo radioattivo. Siccome nell'intervallo di tempo fra t e $t + dt$ decadono $-dN$ nuclei, si può affermare che ciascuno di questi nuclei «vive» durante il tempo t a partire dall'istante iniziale scelto. Il tempo totale di vita di questi $-dN$ nuclei è $-tdN$, mentre il tempo totale di vita di tutti gli N_0 nuclei è determinato dall'integrale

$$-\int_{N_0}^{0} tdN = \lambda \int_{0}^{\infty} tN dt = \lambda N_0 \int_{0}^{\infty} te^{-\lambda t} dt = \frac{N_0}{\lambda}.$$

In tal modo, la durata di vita media di un nucleo radioattivo è $\tau = (N_0/\lambda)$: $: N_0$, cioè

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \tag{72.3}$$

Essa è indipendente dall'inizio del calcolo del tempo. È del tutto naturale poiché tutti gli istanti di tempo sono completamente equivalenti per il decadimento radioattivo. I diversi istanti sono caratterizzati da valori diversi del numero totale di atomi radioattivi N, mentre il numero relativo di atomi che decadono ogni secondo, $-\dot{N}/N$, è lo stesso per tutti gli istanti di tempo e uguale alla costante di decadimento λ. Osserviamo ancora che il tempo τ, per brevità, viene detto semplicemente *durata di vita* del nucleo omettendo l'aggettivo «media».

Dopo l'introduzione della durata di vita la formula (72.1) si può scrivere nella forma

$$N = N_0 e^{-t/\tau}. \tag{72.4}$$

Il tempo $T_{1/2}$ allo scadere del quale il numero di atomi radioattivi esistenti all'istante iniziale si riduce alla sua metà si dice *periodo* o *tempo di dimezzamento*. Per determinarlo scriviamo sulla base della formula (72.4):

$$N = N_0/2 = N_0 e^{-T_{1/2}/\tau}$$

e di qui

$$T_{1/2} = \tau \ln 2 = 0{,}6931\tau. \tag{72.5}$$

Se contemporaneamente possono aver luogo due processi concorrenti nei quali i nuclei N possono emettere contemporaneamente particelle del tipo N_1 secondo l'equazione $dN_1 = -\lambda_1 N dt$ e particelle del tipo N_2 secondo l'equazione $dN_2 = -\lambda_2 N_2 dt$, allora

$$dN = dN_1 + dN_2 = -(\lambda_1 + \lambda_2) N dt.$$

Ne segue che la grandezza inversa della durata di vita «risultante» è uguale alla somma delle grandezze inverse delle durate di vita τ_1 e τ_2 rispetto ai processi concorrenti:

$$1/\tau = 1/\tau_1 + 1/\tau_2.$$

3. A seguito del decadimento radioattivo di nuclei di una data sostanza iniziale, possono comparire nuclei radioattivi nuovi. In questo caso i primi vengono chiamati *genitori*, e i secondi *figli*. Indichiamo questi nuclei con N_1 e N_2, rispettivamente, e le loro costanti di decadimento con λ_1 e λ_2. Allora le variazioni di N_1 e N_2 saranno descritte mediante le seguenti equazioni:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1, \qquad \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2. \tag{72.6}$$

La prima di queste equazioni coincide, a meno della notazione, con la formula (72.1) poiché il numero N_1 può unicamente decrescere a causa del decadimento radioattivo dei nuclei genitori. In questo caso da ogni nucleo genitore nasce un nucleo figlio. Di questa circostanza tiene conto il primo termine al secondo membro della seconda equazione (72.6); l'altro termine, $-\lambda_2 N_2$, invece, tiene conto della diminuzione dei nuclei figli a causa del loro decadimento radioattivo.

Se i nuclei figli sono anch'essi radioattivi, dal loro decadimento compaiono nuclei nuovi il cui numero sia N_3 e la costante di decadimento λ_3. In questo caso al sistema di equazioni (72.6) si associa una terza equazione

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3, \tag{72.7}$$

e via di seguito.

Il caso più importante del sistema di equazioni (72.6) è quello in cui esistono nuclei genitori che generano nuclei figli anch'essi radioattivi. Ci limitiamo alla considerazione di questo caso. La soluzione del sistema di equazioni (72.6) ha la forma

$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}, \tag{72.8}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \left(N_{20} - \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right) e^{-\lambda_2 t}, \tag{72.9}$$

dove N_{10} e N_{20} sono i valori iniziali dei numeri N_1 e N_2 dei nuclei genitori e figli. Nel caso particolare in cui nell'istante iniziale la sostanza figlio non è stata ancora creata ($N_{20} = 0$), la formula (72.9) si semplifica e diventa

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \tag{72.10}$$

Il numero totale di nuclei $N_1 + N_2$, come si vede dalle formule (72.8) e (72.10), non si conserva se i nuclei prodotti N_2 sono soggetti a decadimen-

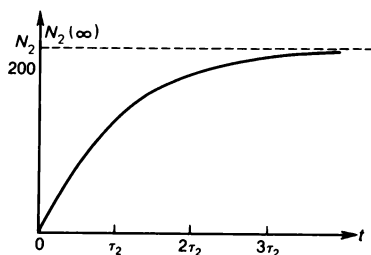



Fig. 126.

to ($\lambda_2 \neq 0$). Ma se i nuclei prodotti non decadono ($\lambda_2 = 0$), da queste formule si ottiene

$$N_1 + N_2 = N_{10} = \text{costante},$$

cioè il numero totale di atomi $N_1 + N_2$ si conserva. Lo stesso risultato si ottiene immediatamente sommando termine a termine le equazioni (72.6) e tenendo conto che $\lambda_2 = 0$. Analogamente, se non decadono i nuclei prodotti dai figli ($\lambda_3 = 0$), allora sommando le equazioni (72.6) e (72.7) otteniamo $N_1 + N_2 + N_3 = \text{costante}$, ecc.

Particolarmente importante è il caso in cui la sostanza iniziale ha una durata di vita lunga, mentre rispetto ad essa la sostanza prodotta decade rapidamente ($\lambda_1 \ll \lambda_2$) ed inoltre il tempo di osservazione t è trascurabilmente piccolo rispetto alla durata di vita τ_1 della sostanza genitrice ($\lambda_1 t \ll 1$). Durante questo tempo si può trascurare la variazione di N_1, cioè si può considerare N_1 come una grandezza costante. In questo caso dalle formule (72.8) e (72.10) otteniamo

$$N_1 = \text{costante}, \quad N_2 = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2}(1 - e^{-\lambda_2 t}) \tag{72.11}$$

poiché si può trascurare la grandezza λ_1 che compare nel denominatore della formula (72.10). Il numero di atomi N_2 per $t \to \infty$ tende asintoticamente alla saturazione $N_2(\infty) = \lambda_1 N_1/\lambda_2$. La saturazione praticamente inizia dopo un tempo $t \approx 3\tau_2$ (fig. 126). In tal modo, nello stato di saturazione deve valere la condizione seguente

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2. \tag{72.12}$$

Questa uguaglianza si chiama anche *condizione di equilibrio radioattivo*. Come si vede dalla formula (72.6), il suo significato fisico è che il decadimento dei nuclei figli in qualsiasi istante viene compensato dall'aumento prodotto dal decadimento di atomi della sostanza che li genera.

4. La legge statistica del decadimento radioattivo per una grande quantità di atomi diventa in pratica una legge assolutamente precisa. Su questa

base funziona l'«orologio atomico» che in alcuni casi, in geologia e in archeologia per esempio, serve a misurare intervalli di tempo molto grandi. Descriviamo due applicazioni della radioattività a tale scopo.

Per stimare l'età di organismi morti (alberi, ossa di animali, ecc.) non superiore circa a 50 000 anni si usa l'isotopo radioattivo di carbonio $^{14}_{6}C$. Questo isotopo, a seguito di decadimento β, si trasforma in azoto $^{14}_{7}N$, con periodo di dimezzamento di 5 800 anni. Conoscendo il numero iniziale di atomi di $^{14}_{6}C$ nel campione e misurandone il numero rimasto si può calcolare il tempo passato dal momento della comparsa del campione. L'isotopo radioattivo $^{14}_{6}C$ viene prodotto negli strati atmosferici superiori per collisione fra neutroni, formatisi sotto l'azione dei raggi cosmici, e nuclei degli atomi d'azoto $^{14}_{6}N$ che costituiscono la maggior parte dell'atmosfera (cfr. § 103, n. 12). Il carbonio creato $^{14}_{6}C$ scende rapidamente negli strati atmosferici inferiori dove si mescola con il carbonio ordinario $^{12}_{6}C$. Il carbonio non radioattivo ordinario $^{12}_{6}C$ viene assorbito da animali e da piante e con esso viene assorbita anche una piccola dose di isotopo radioattivo $^{14}_{6}C$. Si può supporre che durante un tempo di ordine geologico l'intensità dei raggi cosmici nell'atmosfera terrestre non sia cambiata. E poiché rispetto a quella durata il periodo di dimezzamento di $^{14}_{6}C$ (5 800 anni) è relativamente piccolo, nell'atmosfera terrestre si è stabilita una relazione d'equilibrio fra il carbonio radioattivo $^{14}_{6}C$ e quello non radioattivo $^{12}_{6}C$, e quindi al posto di ogni atomo radioattivo $^{14}_{6}C$ che decade i raggi cosmici creano in media un atomo nuovo. Questo rapporto è pressappoco uguale anche nell'organismo vivente poiché quest'ultimo è costituito parzialmente di carbonio atmosferico. Dopo la morte dell'organismo, esso, naturalmente, non è più in grado di assorbire né il carbonio ^{12}C né il carbonio ^{14}C. In questo caso la quantità di carbonio ^{12}C accumulata dall'organismo durante la sua vita resta invariata, mentre la quantità di atomi ^{14}C si dimezza ogni 5 800 anni. Sulla base del rapporto variabile fra le quantità di carbonio ^{12}C e ^{14}C si può stabilire in modo relativamente preciso l'età dell'organismo morto.

La seconda applicazione riguarda la determinazione dell'età della Terra. Una soluzione di principio (ma numericamente grossolana) è stata trovata già agli albori degli studi sul fenomeno della radioattività. L'«orologio atomico» adatto alla soluzione di problemi simili è l'uranio longevo ^{238}U (periodo di dimezzamento di 4,56 miliardi d'anni) e il torio ^{232}Th (periodo di dimezzamento di 14 miliardi d'anni). I prodotti finali del loro decadimento radioattivo sono gli isotopi stabili di piombo ^{206}Pb e ^{208}Pb, rispettivamente. Essi si chiamano *radiogeni* a differenza del cosiddetto piombo iniziale ^{204}Pb che non è un prodotto finale di trasformazioni radioattive. Se si suppone che tutto il piombo radiogeno sia stato ottenuto in seguito al decadimento radioattivo dell'uranio e del torio, si può calcolare l'età della Terra. Per essere più sicuri nei calcoli bisogna misurare con precisione la quantità di isotopi diversi del piombo radiogeno, contenuti, per esempio,

nei minerali di radio e di uranio. Attualmente questo metodo determina l'età della Terra pressappoco attorno a 4,5 miliardi d'anni. È ovvio che questo metodo è basato sull'*ipotesi* che al momento della nascita della Terra su di essa non esistesse piombo radiogeno: tuttavia la determinazione dell'età della Terra fondata su quell'ipotesi è in buon accordo con altri metodi.

Problemi

1. In piccoli intervalli di tempo uguali si calcolano le particelle α emesse da un preparato radioattivo longevo. Trovare la probabilità P_n che in uno di questi intervalli di tempo siano registrate n particelle α se la media di particelle α registrate in uno degli intervalli vale $\bar{n}$.

Soluzione. Supponiamo che in un intervallo di tempo lungo il preparato radioattivo abbia emesso in tutto N particelle α e che durante questo tempo la sua quantità praticamente non sia cambiata. Indichiamo con p la probabilità che l'atomo di sostanza radioattiva emetta una particella α durante l'intervallo di tempo in esame. Allora la probabilità di emissione in tutti gli altri intervalli di tempo sarà $1 - p$. La probabilità cercata sarà determinata dalla relazione

$$P_n = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \left(\frac{\bar{n}}{N}\right)^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n}.$$

Per $N \to \infty$ questa espressione si trasforma asintoticamente nella formula di Poisson (si veda vol. II, § 80)

$$P_n = \frac{(\bar{n})^n}{n!} e^{-\bar{n}}. \qquad (72.13)$$

Infatti,

$$P_n = \left[\frac{N(N-1)\ldots(N-n+1)}{N^n}\right] \cdot \frac{\bar{n}^n}{n!} \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{-\frac{N}{\bar{n}}\bar{n}\frac{(n-N)}{N}}.$$

Asintoticamente per $N \to \infty$

$$\left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{-\frac{N}{\bar{n}}} = e,$$

l'espressione fra parentesi quadre tende a 1 e l'espressione $\frac{n-N}{N}$ tende a -1. Come risultato si ottiene la (72.13).

2. Attualmente l'uranio naturale contiene il 99,28% di ^{238}U e lo 0,72% di ^{235}U. Calcolare l'età della Terra t supponendo che nel periodo della nascita della Terra le quantità di ^{238}U e di ^{235}U fossero uguali.

Risposta. $t = \frac{\ln(N^{238}/N^{235})}{\lambda^{235} - \lambda^{238}} \approx \frac{1}{\lambda^{235}} \ln(N^{238}/N^{235}) \approx \tau^{235} \ln(N^{238}/N^{235}) = T_{1/2}^{235} \times$
$\times \frac{\ln(N^{238}/N^{235})}{\ln 2} \approx 5{,}5, \cdot 10^9$ anni.

3. Il periodo di dimezzamento di ^{234}U vale $T_{1/2}^{234} = 2{,}48 \cdot 10^5$ anni. Quale quantità di atomi ^{234}U rimarrebbe attualmente sulla Terra se questo elemento fosse soggetto al solo processo di decadimento radioattivo? Come spiegare che nell'uranio naturale è contenuto lo 0,055% di impurità ^{234}U? L'età della Terra è $t = 4{,}5 \cdot 10^9$ anni.

Risposta. $N = N_0 e^{-t/\tau} = N_0 e^{-t \ln 2/T_{1/2}} = N_0 \cdot 10^{-5460}$, dove N_0 è il numero di atomi ^{234}U al momento della formazione della Terra. Se anche supponiamo che in quel momento

la Terra fosse composta unicamente di ^{234}U, anche sotto questa ipotesi sulla Terra non rimarrebbe già da molto tempo nessun atòmo di ^{234}U. L'isotopo ^{234}U esiste sulla Terra grazie al decadimento α del ^{238}U e al decadimento β^- del ^{234}Th e del ^{234}Pa.

§ 73. *Decadimento α*

1. Il decadimento alfa è un *processo spontaneo* di emissione da un nucleo di particelle α in seguito al quale il numero di massa del nucleo A diminuisce di 4 e il numero di carica Z diminuisce di 2:

$$^A_ZX \to {}^{A-4}_{Z-2}X + {}^4_2\mathrm{He}. \tag{73.1}$$

Attualmente sono noti più di duecento nuclei con radioattività α, la maggioranza dei quali viene ottenuta in modo artificiale.

Perché il decadimento α abbia luogo è necessario (ma non sufficiente) che l'energia di legame del nucleo genitore sia inferiore alla somma delle energie di legame del nucleo figlio e della particella α emessa. Se questa condizione è soddisfatta l'energia cinetica Q che si produce per decadimento α sarà determinata dalla relazione

$$Q = \mathscr{E}_{\mathrm{leg}}(A-4,\ Z-2) + \mathscr{E}_{\mathrm{leg}}(\alpha) - \mathscr{E}_{\mathrm{leg}}(Z,\ A). \tag{73.2}$$

Praticamente questa è l'energia cinetica della particella α in quanto la massa del nucleo figlio è sempre molto più grande della massa della particella α. Ovviamente, si suppone che il nucleo genitore sia immobile.

Il decadimento α è possibile soltanto per $Q > 0$ e impossibile in caso contrario. A titolo d'esempio consideriamo l'isotopo di uranio $^{234}_{92}$U e il torio $^{230}_{90}$Th. I valori tabulati delle energie di legame di questi nuclei valgono $\mathscr{E}_{\mathrm{leg}}(92,\ 234) = 1778630$ keV e $\mathscr{E}_{\mathrm{leg}}(90,\ 230) = 1755190$ keV, rispettivamente. L'energia di legame della particella α è $\mathscr{E}_{\mathrm{leg}}(\alpha) = 28296{,}10$ keV. Mediante la formula (73.2) troviamo che nel processo di decadimento del nucleo ^{234}U in nucleo ^{230}Th e in particella α viene prodotta l'energia $Q = 4856$ keV. Essa è positiva e, quindi, detto processo è possibile energeticamente. Infatti, il processo si verifica: l'uranio ^{234}U si trasforma in ^{230}Th con emissione di una particella α. L'energia cinetica Q è distribuita in modo inversamente proporzionale alle masse delle particelle formatesi: la particella α porta seco un'energia di 4773 keV e il nucleo ^{230}Th soltanto 83 keV.

La condizione $Q > 0$ si può presentare sotto un'altra forma. Indichiamo le energie di legame medie riferite ad un solo nucleone con lettere e minuscole. Allora la formula (73.2) diventa

$$Q = (A-4)e_{\mathrm{f}} - Ae_{\mathrm{g}} + 4e_\alpha = A(e_{\mathrm{f}} - e_{\mathrm{g}}) + 4(e_\alpha - e_{\mathrm{f}}),$$

dove gli indici α, g e f si riferiscono alla particella α e ai nuclei genitore e figlio, rispettivamente. La condizione $Q > 0$ si riduce alla forma

$$e_{\mathrm{f}} - e_{\mathrm{g}} > \frac{4}{A}(e_{\mathrm{f}} - e_\alpha). \tag{73.3}$$

Per la particella α abbiamo $e_\alpha = \mathscr{E}_{leg}(\alpha)/4 = 7074$ keV. Nell'esempio suindicato $e_g = 7601$ keV, $e_f = 7631$ keV in modo che la condizione (73.3) è soddisfatta.

Per tutti i nuclei, a prescindere da quelli più leggeri, l'energia di legame per nucleone supera notevolmente e_α, come risulta dall'esempio testé citato. Perché il decadimento α sia possibile è necessario quindi che $e_f > e_g$, cioè ogni nucleone nel nucleo figlio deve essere in media legato più saldamente che nel nucleo genitore. All'aumentare del numero di massa l'energia di legame media per nucleone deve decrescere necessariamente e con una rapidità tale da soddisfare la condizione (73.3). Ciò si verifica infatti e questo è dovuto al fatto che all'aumentare di Z aumenta il ruolo relativo della repulsione coulombiana la quale tende a far diminuire l'energia di legame del nucleo.

2. Una particolarità caratteristica del decadimento α è una dipendenza molto forte del periodo di dimezzamento $T_{1/2}$ dall'energia $\mathscr{E}_\alpha$ della particella α emessa. Una diminuzione di $\mathscr{E}_\alpha$ solo dell'1% può aumentare di 10 volte il periodo $T_{1/2}$, e una diminuzione di $\mathscr{E}_\alpha$ del 10% può aumentare $T_{1/2}$ di 2-3 ordini di grandezza. I periodi di dimezzamento dei nuclei α-attivi variano su scala molto vasta. Così, per l'isotopo di piombo $^{204}_{82}$Pb $T_{1/2} =$ $= 14 \cdot 10^{17}$ anni, e per l'isotopo di radon $^{215}_{86}$Rn $T_{1/2} = 10^{-6}$ s. Quanto alle energie delle particelle α emesse, esse sono comprese in limiti molto stretti, e cioè 4-9 MeV per i nuclei pesanti e 2-4,5 MeV per i nuclei delle terre rare.

Il legame fra le grandezze $T_{1/2}$ e $\mathscr{E}_\alpha$ è stato stabilito empiricamente da H. Geiger e J. M. Nuttall ancora nei anni 1911-1912 e si chiama *legge di Geiger-Nuttall.* Ma il suo significato fisico è stato scoperto soltanto dopo l'applicazione della meccanica quantistica alla teoria del decadimento α (cfr. n. 10). Nella forma moderna la legge di Geiger-Nuttall postula che

$$\lg_{10} T_{1/2} = C + D/\sqrt{\mathscr{E}_\alpha}. \tag{73.4}$$

dove C e D sono due costanti indipendenti da A e debolmente variabili al variare di Z. La legge (73.4) trova una buona conferma per i nuclei pari-pari. Se $T_{1/2}$ è misurato in secondi ed $\mathscr{E}_\alpha$ in MeV, allora per questi nuclei e alcuni Z le grandezze C e D sono date nella tavola 10.

Tavola 10

Z	C	D
84	−50,15	128,8
90	−51,94	139,4
98	−55,40	154,7

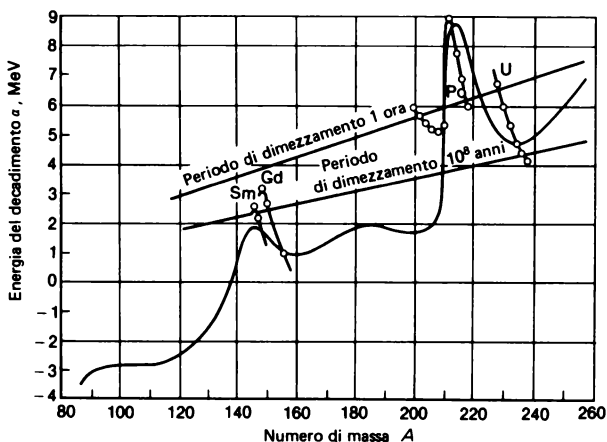



Fig. 127.

Per i nuclei dispari si osservano deviazioni dalla legge (73.4), talvolta anche notevoli. Il rapporto $T^{\text{sper}}_{1/2}/T^{\text{calc}}_{1/2}$ varia da 1 fino a qualche migliaio (cfr. n. 14).

3. Per sapere per quali elementi del sistema periodico è possibile la radioattività α dal punto di vista energetico, rappresentiamo graficamente la dipendenza dell'energia Q del decadimento α trovata sperimentalmente dal numero di massa A. La fig. 127 dà questa dipendenza per gli isobari più stabili (β-stabili) corrispondenti al numero di massa A in esame. Queste rette inclinate consentono di determinare approssimativamente quanto valga l'energia del decadimento α se il periodo di dimezzamento è 1 ora o 10^8 anni, rispettivamente. Si vede che il decadimento α diventa energeticamente possibile soltanto per $A \gtrsim 140$. Si vede che la curva presenta due massimi nettamente marcati. In questi massimi e nei loro dintorni il periodo di dimezzamento, in accordo con la legge di Geiger-Nuttall, è minimo. In altri casi il periodo di dimezzamento risulta troppo grande e praticamente è impossibile osservare il decadimento α. Uno dei massimi si trova nella zona degli elementi pesanti, e l'altro nella zona delle terre rare. Sono questi elementi (prevalentemente pesanti) per i quali si osserva la radioattività α. Il massimo nell'intorno $A = 145$ è dovuto al riempimento del guscio neutronico fino al numero magico $N = A - Z = 82$, e il massimo per $A = 215$ al riempimento del guscio protonico fino allo stesso numero magico $Z = 82$. Come è noto, ai gusci riempiti corrispondono energie di legame massime, questo spiega l'origine dei massimi sulla curva di fig. 127.

Conclusioni più complete si possono trarre se diamo altri dati complementari che si riferiscono all'energia del decadimento α per diversi isotopi del medesimo elemento, come è stato fatto in fig. 128 per gli elementi pesan-

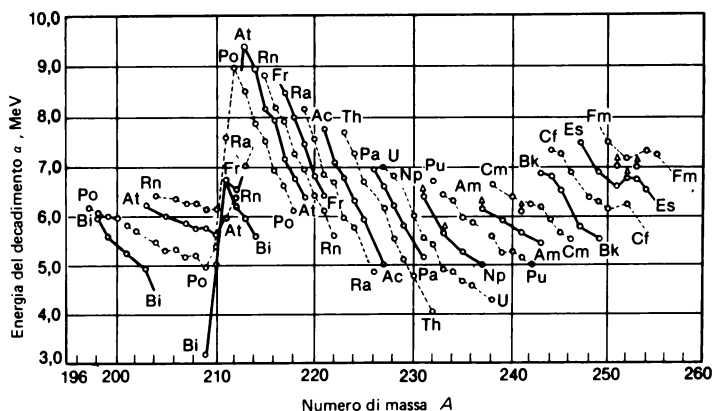



Fig. 128.

ti. Diversi isotopi del medesimo elemento sono collegati, ad uno ad uno, da linee continue e tratteggiate. I punti in chiaro con frecce in alto corrispondono ai casi in cui l'energia del decadimento α è stabilita in modo non del tutto certo.

4. Una diminuzione del numero di neutroni rispetto a quello normale o d'equilibrio nel nucleo (deficienza di neutroni) contribuisce al decadimento α in quanto aumenta il ruolo relativo della repulsione coulombiana fra i protoni nel nucleo. Un effetto contrario produce un eccesso relativo di neutroni. Così, un elemento delle terre rare, l'olmio, ha un unico isotopo stabile ${}^{165}_{67}Ho$ contenente 98 neutroni, mentre i suoi isotopi α-radioattivi ${}^{152}Ho$, ${}^{153}Ho$, ${}^{154}Ho$ e ${}^{155}Ho$ presentano una deficienza di neutroni: il numero di neutroni in essi varia da 85 a 88. La carenza di neutroni nel nucleo può diminuire a seguito del decadimento α, del decadimento positronico β^+ e della cattura di elettroni del guscio elettronico; spesso questi processi sono mutuamente concorrenti. Come esempio si possono prendere gli isotopi d'olmio suindicati, nei quali i periodi di dimezzamento sono mutuamente comparabili rispetto a questi tre processi.

Per nuclei con eccesso di neutroni il processo concorrente è il decadimento elettronico β^-. Quindi, l'avvicinarsi del numero di protoni e neutroni ai loro valori normali (d'equilibrio) può essere realizzato per mezzo di tutti i processi suindicati: il decadimento α, il decadimento $\beta^\pm$ e la cattura elettronica. Se il periodo di dimezzamento di uno dei processi concorrenti differisce per molti ordini di grandezza dagli altri, spesso si riesce ad osservare il processo che si sviluppa con maggiore rapidità. Ad esempio, l'isotopo longevo di nettunio ${}^{237}_{93}Np$ è α-radioattivo con periodo di dimezzamento di $2 \cdot 10^6$ anni, mentre non si riesce ad osservare il decadimento α negli isotopi ${}^{232}Np$ e ${}^{233}Np$. Il decadimento α è soppiantato dal decadimento positro-

nico con periodo di dimezzamento di 13 minuti nel primo caso e dal decadimento elettronico con periodo di 2,3 giorni nel secondo caso.

5. A partire dal numero di massa $A = 232$, ai decadimenti radioattivi suindicati si associa la *scissione spontanea* del nucleo (da non confondere con la scissione forzata). Dapprima questo processo evolve molto lentamente. Così, il periodo di dimezzamento rispetto alla scissione dei nuclei per l'isotopo d'uranio ${}^{238}_{92}U$ è di $8 \cdot 10^{15}$ anni. Ma all'aumentare del numero di massa esso diminuisce rapidamente. Per l'isotopo del curciatovio ${}^{260}_{104}Ku$ il periodo di dimezzamento rispetto alla scissione spontanea è di un decimo di secondo. La scissione spontanea, probabilmente, porrà un limite alla possibilità di ottenere elementi transuranici nuovi.

6. Passiamo ora ai tratti principali della teoria del decadimento α, le cui basi sono state poste nel 1928 indipendentemente da G. A. Gamov (1904-1968) da una parte, e da Gurney (1899-1953) e Condon (1902-1974) dall'altra. Introduciamo un'ipotesi semplificatrice, secondo la quale le particelle α esistano già all'interno dei nuclei atomici. Il nucleo genitore, per ipotesi, consta del nucleo figlio e della particella α. È probabile che questa ipotesi non corrisponda alla realtà. È più probabile che la particella α venga creata da protoni e neutroni prima di lasciare il nucleo. Tuttavia l'ipotesi indicata conduce, fondamentalmente, a risultati corretti. Torneremo a questa questione nel n. 14.

A distanze dal nucleo dove praticamente cessa l'azione delle forze nucleari resta la sola repulsione coulombiana, la cui funzione potenziale U è data dalle formula $U = zZe^2/r$, dove Ze è la carica del nucleo figlio e ze la carica della particella α per la quale $z = 2$. Tuttavia scriveremo z al posto di 2 per tener conto della possibilità ipotetica di uscita dal nucleo non soltanto di particelle α ma anche di altre formazioni nucleari per le quali $z \neq 2$. Ma la repulsione coulombiana a piccole distanze dal nucleo deve trasformarsi in attrazione governata dalle *forze nucleari.* In caso contrario le particelle α non potrebbero essere trattenute nel nucleo. L'esatta legge d'azione delle forze nucleari è incognita. È noto solo che le forze nucleari diminuiscono fortemente con la distanza. Perciò, per semplicità e per la possibilità stessa di calcolo, la funzione potenziale U viene approssimata mediante un modello. Considerando sferico il nucleo si può supporre che U dipenda dalla sola distanza r dal centro del nucleo figlio. La funzione modello $U(r)$ viene scelta uguale a

$$U(r) = \begin{cases} U_0 = \text{costante} & \text{per } r < R, \\ zZe^2/r & \text{per } r > R, \end{cases} \tag{73.5}$$

dove R è il raggio del nucleo figlio. Essa è rappresentata in fig. 129 in grassetto; la parte superiore di questa curva è data in tratteggio per evidenziare che nella zona di transizione la parte sinistra della curva $U(r)$ si traduce in modo piano nella parte coulombiana più a destra. Il tratto della curva

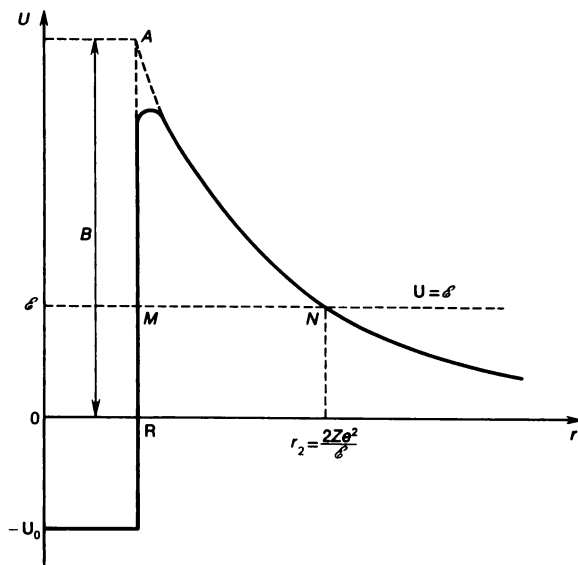



Fig. 129.

che sale verticalmente, per $r = R$, è naturalmente ipotetico. In realtà questo tratto sale molto bruscamente, ma non verticalmente.

La curva $U(r)$ rappresenta la *barriera di potenziale* che la particella α deve superare per uscire dal nucleo. Quale è l'altezza di questa barriera e fino a quali distanze si può applicare la legge di Coulomb? È ovvio che a queste domande è impossibile dare una risposta precisa. Tuttavia nel 1927 Rutherford stabilì che le particelle α, con lungo percorso, di ${}^{212}_{84}\mathrm{Po}$ (il vecchio nome ThC′) e con energia di 8,8 MeV, vengono diffuse dai nuclei radioattivi pesanti (che emettono particelle α di energia minore) in accordo con la formula (9.3) dedotta sotto l'ipotesi di applicabilità della legge di Coulomb. Nessuna anomalia della diffusione, che indicherebbe interazioni nucleari fra le particelle α di ${}^{212}_{84}\mathrm{Po}$ e i nuclei considerati, è stata osservata. Ne segue che a tutte le distanze alle quali la particella α ${}^{212}_{84}\mathrm{Po}$ può avvicinarsi al nucleo diffondente agiscono *le sole forze di repulsione coulombiana*, mentre l'altezza della barriera di potenziale coulombiana è comunque non inferiore a 8,8 MeV.

L'altezza della barriera B si può determinare in base alla formula

$$B = \frac{zZe^2}{R} \tag{73.6}$$

nella quale il raggio del nucleo figura alla prima potenza. Perciò la formula è poco sensibile alle variazioni di R. Ponendo $Z = 90$ e accettando per R

un valore (probabilmente un po'esagerato) di 10^{-12} cm otteniamo che $B \approx 26$ MeV.

7. È da notare un paradosso che la fisica classica non è stata in grado di risolvere. L'uranio ^{238}U, ad esempio, emette particelle α con energia di 4,2 MeV e il radio ^{226}Ra con energia di 4,8 MeV. Questi valori sono molto inferiori all'energia potenziale massima U_{max} e, comunque, all'energia di 8,8 MeV delle particelle α nell'esperienza di Rutherford. Lo stesso si può dire della grande maggioranza dei nuclei α-radioattivi. Ma per superare la barriera di potenziale l'energia totale della particella α, secondo le idee classiche, deve essere non inferiore a U_{max}. L'energia si conserva. Perciò dopo l'uscita dal nucleo l'energia cinetica della particella α (che gode soltanto di questa energia alla distanza sufficientemente grande dal nucleo) deve essere non inferiore a U_{max}. In realtà questa energia è molto più piccola.

Il paradosso compare perché al moto della particella α all'interno del nucleo e vicino alla sua frontiera sono state applicate leggi e nozioni della *meccanica classica.* Mentre in questo caso è illecito agire in tale modo. Infatti, ragionando classicamente vediamo se viene soddisfatto il principio di indeterminazione di Heisenberg. L'energia caratteristica di una particella α emessa per decadimento vale 5 MeV. Nel nucleo le corrispondono una velocità classica $15 \cdot 10^8$ cm/s e un impulso 10^{-14} g·cm·s^{-1}. La profondità di penetrazione x della particella all'interno della barriera è dell'ordine del raggio nucleare, cioè di 10^{-12} cm. Quindi, $px \sim 10^{-26}$ g·cm^2·s^{-1}. Il prodotto delle indeterminazioni della coordinata e dell'impulso, $\Delta x \Delta p$, è ancora più piccolo. Forse, esso è più piccolo anche dell'ordine di grandezza della costante di Planck. Ne deriva l'inapplicabilità di nozioni e leggi della meccanica classica al moto della particella α all'interno del nucleo e vicino alla sua frontiera.

8. La teoria del decadimento α deve essere costruita sulla base della *meccanica quantistica*; ciò è stato fatto da G. A. Gamov dopo aver conosciuto durante un seminario condotto da L. I. Mandelštam un lavoro non pubblicato di Mandelštam e Leontovič nel quale viene fondata la teoria del passaggio delle onde ψ, e di particelle ad esse legate, attraverso una barriera di potenziale (cfr. § 28). Come è stato indicato, indipendentemente la teoria del decadimento α è stata elaborata da Gurney e Condon.

Per precisare la terminologia, intenderemo nel presente paragrafo con barriera di potenziale un tratto della curva potenziale U, compreso fra i punti di rotazione classici M e N (fig. 129), punti nei quali la funzione potenziale U è uguale all'energia totale $\mathscr{E}$ della particella. Quindi, ovunque all'interno della barriera di potenziale $U > \mathscr{E}$. Spesso si dice che all'interno della barriera di potenziale l'energia cinetica della particella è negativa e la sua velocità puramente immaginaria. Eviteremo espressioni simili in quanto fisicamente prive di significato e basate sull'uso di relazioni e nozioni classiche riferite ad una zona di spazio nella quale sono inapplicabili.

Il nocciolo della questione è stato spiegato nel § 28 e consiste in quanto segue. Lo stato della particella è descritto dalla funzione d'onda ψ. Il passaggio dell'onda ψ attraverso la barriera è un *processo deterministico* descritto dall'equazione di Schrödinger. Per l'onda incidente la zona $U > \mathscr{E}$ rappresenta un ostacolo, ma l'onda può attraversare questo ostacolo anche se ne viene indebolita. Tuttavia la funzione d'onda ψ è una grandezza ausiliaria: tutte le grandezze realmente osservate sono legate ad essa mediante *relazioni probabilistiche*. Poiché la funzione ψ è ovunque non nulla, esiste una *probabilità finita* di trovare la particella sia all'interno della barriera che all'esterno dei suoi limiti. In questo senso si dice che la particella entra in una zona $U > \mathscr{E}$, classicamente inaccessibile, e passa *attraverso la barriera di potenziale*. Se questa zona esiste, si parla del passaggio della particella *sotto la barriera di potenziale* o di *effetto tunnel*, anche se questa terminologia è poco corretta in quanto può generare un concetto scorretto del passaggio della particella come di un processo deterministico. Nel caso in cui ovunque $\mathscr{E} > U$, si parla di passaggio *sopra la barriera*. Applicando questa terminologia si può dire che il decadimento α è un *passagio della particella sotto la barriera*. All'interno della barriera la divisione dell'energia $\mathscr{E}$ in cinetica e potenziale è priva di senso. Ma lontano dalla frontiera del nucleo atomico il moto della particella α è classico e la sua energia è cinetica.

La formula approssimata (28.17) è stata dedotta per una barriera di potenziale piana dall'equazione di Schrödinger che descrive gli stati stazionari. Ma se si ha decadimento α, lo stato del sistema composto del nucleo figlio e della particella α è, a rigore, *non stazionario*: esiste un flusso di probabilità dal centro del nucleo, che non scompare all'infinito. Perciò la formula (28.17) può essere valida soltanto per processi *sufficientemente lenti* che si possono supporre *approssimativamente come stazionari*. A tali processi si riferisce il decadimento α. Per determinare la penetrabilità della barriera D si può suppore la superficie sferica del nucleo approssimativamente piana sostituendo, però, nella formula (28.17) i limiti d'integrazione x_1 e x_2 corrispondenti ai punti di rotazione classici con $r_1 = R$ e $r_2 = zZe^2/\mathscr{E} = BR/\mathscr{E}$ (fig. 129). Il nucleo figlio si può supporre immobile in quanto la sua massa supera notevolmente la massa della particella α. Per ottenere la probabilità λ del decadimento in un secondo (la costante di decadimento) è necessario moltiplicare la trasparenza della barriera D (28.17) per il fattore preesponenziale ν, che tiene conto della probabilità di formazione della particella α e della sua comparsa sulla frontiera del nucleo. Si ottiene così la formula

$$\lambda = \nu \exp \left(- \int_{r_1}^{r_2} \frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U - \mathscr{E})}\, dr \right). \qquad (73.7)$$

Le difficoltà maggiori sono legate al calcolo della grandezza ν. Tuttavia, per una comprensione più approfondita è sufficiente stimare grossolana-

mente questa grandezza poiché la costante λ di decadimento dipende da essa più debolmente che dall'esponente. Stimiamo ν partendo dalle rappresentazioni classiche, come è stato fatto nei lavori iniziali di Gamov. E precisamente, poniamo $\nu = v/R$, dove v è la velocità media della particella α nel nucleo. Con questa interpretazione ν rappresenta approssimativamente il numero medio di collisioni cui è soggetta la particella α in un secondo con la superficie del nucleo. Determiniamo approssimativamente la velocità v dalla relazione di indeterminazione $mv \cdot R \sim \hbar$. Come risultato otteniamo

$$\lambda = \frac{\hbar}{mR^2} \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m(U - \mathscr{E})}dr\right]. \tag{73.8}$$

Come ci si doveva aspettare, al limite classico ($\hbar \to 0$) la formula (73.8) dà $\lambda = 0$, cioè il decadimento α diventa impossibile. A questo limite si avvicina il caso dei nuclei α-radioattivi longevi.

Nel caso della barriera coulombiana, $U = zZe^2/r$. L'integrale in questo caso si calcola mediante la sostituzione $2m(U - \mathscr{E}) = x^2$ in (73.8); otteniamo

$$\lambda = \frac{\hbar}{mR^2} e^{-\gamma}, \tag{73.9}$$

dove

$$\gamma = \frac{2R\sqrt{2mB}}{\hbar}\left(\sqrt{\frac{B}{\mathscr{E}}} \arccos\sqrt{\frac{\mathscr{E}}{B}} - \sqrt{1 - \frac{\mathscr{E}}{B}}\right). \tag{73.10}$$

$B = zZe^2/R$ è l'altezza della barriera coulombiana e $\mathscr{E}$ l'energia della particella α uscita dal nucleo (o il valore della funzione potenziale U nei punti di rotazione classici, fig. 129).

9. A titolo d'esempio determiniamo la costante λ di decadimento per ^{238}U ponendo $Z = 90$, $R = 10^{-12}$ cm, $\mathscr{E} = 4{,}2$ MeV, $B = 26$ MeV. Con questi parametri l'espressione fra parentesi tonde della formula (73.10) vale 1,963. Ne segue

$$\frac{2R\sqrt{2mB}}{\hbar} = \frac{2R\sqrt{2mc^2B}}{\hbar c} = \frac{2\cdot 10^{-12}\sqrt{2\cdot 4\cdot 938\cdot 26}}{1{,}973\ 10^{-11}} = 44{,}78,$$

dove $\gamma = 87{,}92$; $e^{-\gamma} = 6{,}59\cdot 10^{-39}$; $\dfrac{\hbar}{mR^2} = 1{,}157\cdot 10^{20}$; $\lambda = 7{,}62\cdot 10^{-19}\ \mathrm{s}^{-1}$; $\tau = \dfrac{1}{\lambda} = 131\cdot 10^{16}$ s $= 152\cdot 10^{11}$ giorni $= 4{,}16\cdot 10^{10}$ anni; $T_{1/2} = \dfrac{\tau}{\ln 2} = 2{,}88\cdot 10^{10}$ anni. Per l'uranio ^{238}U il valore sperimentale del periodo di dimezzamento $T_{1/2}$ è di $4{,}56\cdot 10^9$ anni, risultato che non differisce tanto da quello calcolato, se si tiene conto che i parametri iniziali sono stati scelti arbitrariamente e che la teoria stessa del decadimento α ha un carattere largamente approssimato.

10. Dalla formula (73.9) e tenendo conto della relazione $\tau = 1/\lambda$ si ottiene

$$\ln \tau = \gamma - \ln \frac{\hbar}{mR^2} .$$

Supponendo che $\mathscr{E}/B \ll 1$, si può dedurre la legge di Geiger-Nuttall approssimata. In questa approssimazione

$$\sqrt{1 - \mathscr{E}/B} \approx 1, \ \arccos \sqrt{\mathscr{E}/B} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \sqrt{\mathscr{E}/B} \approx \frac{\pi}{2} - \sqrt{\mathscr{E}/B},$$

e perciò

$$\ln \tau = \frac{2R\sqrt{mB}}{\hbar} \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B}{\mathscr{E}}} - 2 \right) - \ln \frac{\hbar}{mR^2} ,$$

ossia

$$\ln \tau = C' + \frac{D'}{\sqrt{\mathscr{E}}} , \qquad (73.11)$$

dove le grandezze C' e D' dipendono debolmente da Z e perciò si possono supporre costanti. Ma l'espressione (73.11) è un'altra forma della legge di Geiger-Nuttall. Con ciò abbiamo spiegato perché al cambiare dell'energia delle particelle α entro limiti piuttosto stretti (di due volte, per esempio) i periodi di dimezzamento cambiano di molti ordini (10-20, ad esempio). Ma questo fatto deriva, ovviamente, anche dalle formule generali (73.7) e (73.8) che sono verificate a prescindere dalla limitazione $\mathscr{E} \ll B$. Il fatto è che nell'espressione (73.7) per l'esponente γ la piccola grandezza $\hbar$ sta al denominatore. A ciò è dovuta la strettezza dei limiti entro cui possono cambiare le energie delle particelle α dei nuclei radioattivi. Nei nuclei pesanti le particelle α con energie superiori a 9 MeV escono istantaneamente mentre per energie inferiori a 4 MeV esse vivono nel nucleo così a lungo da non riuscire a registrare il decadimento α. Per i nuclei α-radioattivi appartenenti alle terre rare, ambedue queste cifre diminuiscono per la riduzione del raggio del nucleo e dell'altezza della barriera di potenziale.

11. Si vede dalla formula (73.9) che la costante λ di decadimento dipende fortemente dal raggio del nucleo poiché quest'ultimo figura non soltanto nel fattore preesponenziale ma anche nell'esponente $-\gamma$ (mediante l'altezza della barriera B). Perciò, mediante le formule (73.9) e (73.10) dalle misure di λ ed $\mathscr{E}$ per il decadimento α, si può determinare in modo sufficientemente preciso anche il raggio del nucleo. Questa possibilità diventa più evidente osservando che il ramo della curva U che scende verso destra nella fig. 129, per uno Z assegnato, è completamente determinato dalla legge di Coulomb. La barriera di potenziale è assegnata univocamente dalla posizione della parete verticale sinistra la quale, a sua volta, determina il raggio del nucleo.

I valori dei raggi nucleari così ottenuti superano del 20-30% i valori che si trovano sulla base della diffusione degli elettroni veloci. Ciò è dovuto al fatto che gli elettroni sono soggetti all'azione dei soli nucleoni elettricamente carichi, cioè dei protoni, mentre i neutroni non esercitano nessuna azione su di essi. Il metodo di diffusione consente di determinare perciò le dimensioni di quella zona del nucleo che è occupata da protoni. Invece, il metodo del decadimento α permette di misurare la distanza fra i centri del nucleo e della particella α alla quale le forze nucleari cessano di agire. Perciò questo metodo dà il raggio del nucleo più la somma del raggio della particella α e del raggio d'azione delle forze nucleari.

12. In quanto detto prima è stato supposto che la particella α partisse dal nucleo con un momento orbitale della quantità di moto nullo, cioè nello stato s ($l = 0$). Supponiamo ora che $l \neq 0$. Nella fisica classica si può tener conto del momento orbitale passando ad un sistema di riferimento ruotante insieme con la particella se alla funzione potenziale si aggiunge l'energia potenziale centrifuga $U_{\text{centr}} = L^2/2mr^2$, dove L è il momento della quantità di moto. Nella meccanica quantistica si può agire allo stesso modo ma tenendo conto della quantizzazione del momento mediante la formula $L^2 = \hbar^2 l(l+1)$. Quindi, si deve porre

$$U = U_{\text{coul}} + U_{\text{centr}} = \frac{zZe^2}{r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}.$$

La barriera centrifuga è creata da una forza centrifuga, e questa forza induce ad allontanare la particella α dal nucleo. Sembrerebbe che essa contribuisca al decadimento α. Questa conclusione sarebbe corretta se si producesse il processo *sopra la barriera*. Per il processo *sotto la barriera*, quale è il decadimento α, le cose vanno in senso inverso. *La forza centrifuga aumenta l'altezza e la larghezza della barriera potenziale, diminuendo cioè la probabilità λ del decadimento e aumentando il periodo di dimezzamento $T_{1/2}$.*

Tuttavia il contributo della barriera centrifuga non può essere notevole. Infatti, il momento L della particella α nel nucleo può essere determinato come ordine di grandezza mediante la relazione di indeterminazioni $mvR \sim \hbar$ o $|L| \sim \hbar$, cosicché l può essere non superiore a qualche unità, $l < 5$ ad esempio. Nel massimo

$$U_{\text{centr}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mR^2} = \frac{\hbar^2 c^2 l(l+1)}{2mc^2 R^2} < \frac{(1{,}973)^2 5\cdot 6\cdot 10^{-22}}{2\cdot 4\cdot 938\cdot 10^{-24}} \approx 1{,}5 \text{ MeV},$$

che è quasi 20 volte inferiore all'altezza della barriera coulombiana per nuclei con $Z \approx 90$ (cfr. n. 6). Inoltre, l'energia centrifuga decresce con la distanza più rapidamente di quella coulombiana (come $1/r^2$ e $1/r$, rispettivamente). La sua esistenza incide poco sulla forma della curva potenziale $U_{\text{coul}}(r)$. Perciò la barriera centrifuga, in generale, non cambia l'ordine di

grandezza del periodo di dimezzamento $T_{1/2}$; quando il suo contributo è molto forte, può elevare il periodo di un ordine.

13. Il nucleo atomico costituisce un sistema quantico connesso, e perciò i suoi livelli energetici sono discreti. L'emissione di una particella α da un nucleo genitore in un determinato stato energetico genera un nucleo figlio anch'esso in un determinato stato energetico. La differenza fra le energie di questi nuclei è portata via dalla particella α e dal nucleo figlio. Se la transizione si realizzasse dallo stato fondamentale del nucleo genitore allo stato fondamentale del nucleo figlio si otterrebbero particelle α di una medesima energia rigorosamente determinata. Poiché il percorso della particella α è determinato dalla sua energia, nella camera Wilson si otterrebbero delle tracce di una medesima lunghezza lasciate dalle particelle α. Tuttavia generalmente la lunghezza delle tracce delle particelle α nel decadimento di nuclei del medesimo tipo e perciò anche loro energia riescono diverse. Questo fenomeno è stato nominato *struttura fina del decadimento* α e consta del fatto che al pari di particelle α principali si osservano particelle con energia minore ma molto vicina. Tali particelle compaiono nella transizione del nucleo genitore dallo stato fondamentale allo stato eccitato del nucleo figlio. Tuttavia le transizioni ai livelli eccitati del nucleo figlio generano particelle α di bassa energia, e perciò, in virtù della legge di Geiger-Nuttall, poco probabili. Questa è la ragione per cui la struttura fina dello spettro α, di regola, è legata a transizioni a livelli eccitati dei nuclei figli asferici. Questi nuclei hanno livelli con piccole energie di eccitazione che compaiono in virtù della rotazione dei nuclei. Le transizioni a questi livelli generano particelle α con energie vicine, e, in accordo con la legge di Geiger-Nuttall· devono verificarsi con probabilità comparabile con la probabilità delle transizioni allo stato fondamentale. Perciò la struttura fina degli spettri α è un fenomeno che si incontra abbastanza spesso.

Per certi nuclei α-attivi nel decadimento α possono comparire particelle α *a lungo percorso* le cui energia è superiore alla energia delle particelle α fondamentali. Ad esempio particelle α a lungo percorso vengono emesse dai nuclei $^{212}_{84}$Po (ThC$'$) e $^{214}_{84}$Po (RaC$''$). Le particelle α a lungo percorso compaiono per transizioni da stati eccitati del nucleo genitore allo stato fondamentale (o ad uno stato rotazionale vicino) del nucleo figlio. Ma il nucleo primario può decadere sia per emissione di particelle α a lungo percorso sia per emissione di quanti γ. L'ultimo processo si verifica con *probabilità notevolmente* maggiore del primo. Perciò l'emissione di particelle α a lungo percorso è un fenomeno osservato molto raramente.

14. Come è stato già detto (n. 6), la teoria del decadimento α, che conduce alla formula (73.7), parte dall'ipotesi che la particella α *già esista nel nucleo.* La teoria calcola approssimativamente la sola probabilità di emissione della particella α. Ma in realtà questo processo è preceduto dalla *formazione* della particella α nel nucleo da parte dei nucleoni che lo costituiscono, ossia l'associazione di due protoni e di due neutroni. Questa

circostanza e lo studio del comportamento della particella α formatasi richiederebbero un'analisi più approfondita dei processi fisici che si verificano all'interno del nucleo, ciò che la teoria trattata non fa affatto. Tuttavia è indubbio che il processo probabilistico di uscita della particella α dal nucleo è descritto dalla teoria in modo corretto. Perciò anche in una teoria più completa la formula (73.7) deve essere conservata, ma in essa deve essere chiarita l'origine del fattore preesponenziale ν e data la sua espressione quantitativa. Ciò non è stato fatto ancora, benché il fattore ν sia stato interpretato da un altro punto di vista, diverso da quello di Gamov.

Alla luce dell'osservazione fatta non c'è da meravigliarsi che i decadimenti α si dividano in *favoriti* e *rallentati*. Si dice favorito (unhindered) un decadimento α tale che sia bene verificata la formula (73.8). Se, invece, il periodo reale di dimezzamento supera quello calcolato in base a questa formula almeno di un ordine di grandezza (si osservano deviazioni di due-tre ordini), il processo si dice rallentato (hindered) (cfr. n. 2). Non tratteremo le cause che portano a processi rallentati poiché questa questione non è stata precisata in modo sufficiente, sebbene esistano idee qualitative circa le cause indicate. È da notare che i decadimenti favoriti di solito si producono nei nuclei pari-pari e quelli rallentati nei nuclei dispari-pari e dispari-dispari.

§ 74. *Decadimento beta*

1. Il *decadimento β* è un processo spontaneo in cui il nucleo instabile ${}_Z^AX$ si trasforma in un nucleo isobaro ${}_{Z+1}^{A}X$ o ${}_{Z-1}^{A}X$. Il risultato finale di questo processo è la trasformazione nel nucleo di un neutrone in protone o di un protone in neutrone. Si può dire che il decadimento β è un processo non interno al nucleo, bensì *interno ad un nucleone*. Con esso, quindi, si producono trasformazioni della sostanza più profonde che per il decadimento α. Perciò anche la sua teoria è più complicata ed elaborata con minore determinazione che la teoria del decadimento α.

Esistono tre tipi di decadimento β.

1) Il decadimento β^- *elettronico* per cui il nucleo emette un elettrone e, perciò, il numero di carica Z aumenta di uno.

2) Il decadimento β^+ *positronico* quando il nucleo emette un positrone, ragione per cui il numero di carica diminuisce di uno.

3) La *cattura elettronica* quando il nucleo assorbe uno degli elettroni del guscio elettronico e, perciò, il numero di carica diminuisce di uno. Di solito, l'elettrone viene assorbito dallo strato K dell'atomo in quanto questo strato è il più vicino al nucleo. In questo caso la cattura elettronica si dice anche *cattura K*. Un elettrone può essere assorbito anche dagli strati L, M, ecc., ma questi processi sono di gran lunga meno probabili. La cattura elettronica ha un'importanza particolare nel caso dei nuclei pesanti nei

quali lo strato K è particolarmente vicino al nucleo. Si può dire che, in questo caso, l'elettrone dello strato K ha una probabilità finita di trovarsi all'interno del nucleo. La cattura elettronica è sempre accompagnata da radiazione X. Supponiamo, ad esempio, che sia stato catturato un elettrone dello strato K. Il posto vacante dello strato K viene occupato da un elettrone dello strato L. Al posto vacante nello strato L passa, a sua volta, un elettrone dello strato M, e via di seguito. Come risultato viene eccitato tutto lo spettro della radiazione X caratteristica dell'atomo. Osservando questa radiazione caratteristica spontanea è stato scoperto il fenomeno della cattura elettronica.

2. Formuliamo la condizione di possibilità energetica di tutti i processi suindicati. Nel caso del decadimento β^- si ottengono nello stato finale il nucleo, l'elettrone e forse una o più particelle sconosciute, le quali nelle condizioni ordinarie dell'esperienza sfuggono all'osservazione. Ma queste particelle sconosciute, qualora esistano veramente, portano via un'energia. Quindi, perché sia possibile il decadimento β^-, l'energia (la massa) del nucleo iniziale deve superare comunque la somma delle energie (masse) del nucleo finale e dell'elettrone:

$$M(Z, A) > M(Z + 1, A) + m_e, \qquad (74.1)$$

dove M è la massa del nucleo. Tuttavia nelle tavole vengono sempre riportate non le masse dei nuclei M, bensì le masse degli atomi M_{at}. Perciò è opportuno esprimere la condizione (74.1) mediante M_{at}. A tale scopo ad entrambi i membri dell'uguaglianza (74.1) aggiungiamo la massa Zm_e di Z elettroni. Otteniamo così

$$M_{at}(Z, A) > M_{at}(Z + 1, A) \text{ (decadimento } \beta^-) \qquad (74.1a)$$

se trascuriamo la differenza fra le energie di legame degli elettroni negli atomi. Questa differenza è dello stesso ordine di grandezza dell'errore delle misure più precise. Il significato della condizione (74.1a) è facilmente comprensibile dalle considerazioni seguenti. Il decadimento β^- elettronico è un processo che si verifica all'interno dell'atomo. Uno dei neutroni del nucleo si trasforma in protone con emissione di un elettrone, quest'ultimo viene catturato dal guscio elettronico e la carica del nucleo aumenta di uno. Nello stato finale compare un atomo con numero di carica $Z + 1$. Questo processo interno può procedere spontaneamente soltanto con una diminuzione della massa atomica, come viene espresso dalla condizione (74.1a).

Analogamente per il decadimento β^+ abbiamo

$$M(Z, A) > M(Z - 1, A) + m_e \qquad (74.2)$$

poichè la massa del positrone è uguale a quella dell'elettrone. Aggiungendo Zm_e ad ambedue i membri della disuguaglianza otteniamo

$$M_{at}(Z, A) > M_{at}(Z - 1, A) + 2m_e \text{ (decadimento } \beta^+). \qquad (74.2a)$$

Il decadimento β^+ positronico è anch'esso un processo che si verifica all'interno del nucleo atomico. Come risultato uno dei protoni del nucleo si trasforma in neutrone con emissione di un positrone. Inoltre, si libera un elettrone dal guscio elettronico dell'atomo. Abbiamo quindi un sistema composto da un atomo con numero di elettroni $Z - 1$ e da un positrone ed un elettrone emessi (con una massa totale $2m_e$). La condizione (74.2a) esprime quanto segue: affinché il decadimento β^+ sia possibile è necessario che la massa dell'atomo nello stato iniziale superi la massa totale del sistema formato.

Infine, nel caso della cattura elettronica nello stato iniziale esistono il nucleo (Z, A) e un elettrone, e nello stato finale il nucleo $(Z - 1, A)$ senza elettrone. Perciò la condizione energetica della cattura elettronica si scrive nella forma

$$M(Z, A) + m_e > M(Z - 1, A) \tag{74.3}$$

ossia, dopo aver aggiunto Zm_e ad entrambi i membri della disuguaglianza,

$$M_{at}(Z, A) > M_{at}(Z - 1, A) \text{ (cattura elettronica).} \tag{74.3a}$$

Questa condizione è anch'essa evidente poiché nello stato iniziale esiste l'atomo (Z, A) e in seguito alla cattura elettronica nello stato finale compare il solo atomo $(Z - 1, A)$ e nient'altro, il che di solito è adatto all'osservazione.

3. Per alcuni nuclei si possono verificare contemporaneamente le condizioni (74.1) e (74.2). Dalla seconda di esse deriva che è soddisfatta anche la condizione (74.3). In questo caso il nucleo (Z, A) può essere soggetto a tutti e tre i tipi di trasformazioni β. Il nucleo $^{64}_{29}Cu$ ad esempio nel 40% dei casi emette un elettrone, nel 20% un positrone e nel 40% è soggetto alla cattura elettronica.

Il decadimento β^+ positronico e la cattura elettronica nel caso di un medesimo nucleo iniziale conducono a stati finali uguali. Perciò questi due processi spesso si svolgono contemporaneamente e mutuamente in concorrenza. Come è stato detto, la condizione (74.2a) del decadimento positronico deriva dalla condizione (74.3a) della cattura elettronica. Perciò si suole dire che la cattura elettronica è energeticamente più vantaggiosa del decadimento β^+ positronico. In particolare, se

$$M_{at}(Z - 1, A) < M_{at}(Z, A) < M_{at}(Z - 1, A) + 2m_e$$

ossia

$$0 < M_{at}(Z, A) - M_{at}(Z - 1, A) < 2m_e,$$

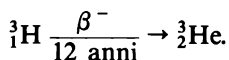
allora la cattura elettronica è permessa e il decadimento β^+ positronico proibito. Un esempio è fornito dal nucleo di berillio ^7_4Be. In questo caso $Z = 4$ e $A = 7$. Dalle tavole troviamo $M_{at}(4, 7) - M_{at}(3, 7) = 0{,}8616$ MeV, mentre $2m_e = 1{,}022$ MeV. Perciò la cattura elettronica viene osservata e il decadimento β^+ positronico è impossibile.

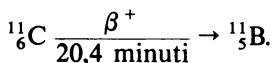
Se energeticamente sono possibili entrambi i processi concorrenti, il decadimento β^+ e la cattura elettronica, di solito per nuclei leggeri e medi prevale il decadimento positronico che spesso praticamente soppianta completamente la cattura elettronica. Ciò è dovuto al fatto che per la cattura elettronica anche dallo strato K la probabilità di trovare l'elettrone nel volume occupato dal nucleo è trascurabilmente piccola rispetto alla probabilità di ritrovarlo all'esterno. Il rapporto fra queste probabilità è dell'ordine di $(R/r_0)^3$, dove R è il raggio del nucleo (10^{-12}-10^{-13} cm) e r_0 il raggio dello strato K (10^{-8}-10^{-10} cm) in modo che il rapporto indicato varia tra i limiti di 10^{-15}-10^{-6} cm. Passando ai nuclei pesanti R aumenta e r_0 diminuisce. Entrambe queste circostanze implicano un aumento di $(R/r_0)^3$. Perciò per i nuclei pesanti sovraccarichi di protoni il processo β principale è, di solito, la cattura elettronica. È da notare, inoltre, che nei mesoatomi l'elettrone è sostituito da un muone negativo, la cui massa è superiore di circa 207 volte alla massa dell'elettrone (e, quindi, r_0 è inferiore di altrettante volte) ed il rapporto $(R/r_0)^3$ aumenta di sette ordini. Perciò, in questo caso, la probabilità di cattura K (del muone) aumenta di circa 7 ordini di grandezza e nei nuclei pesanti questo processo diviene più probabile del decadimento del muone la cui vita media è $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s.

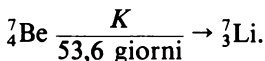
4. La massa del neutrone, pari a 939,5731 MeV, è un po' superiore alla massa del protone $m_p = 938{,}2796$ MeV. La differenza di massa è di 1,2935 MeV. Perciò energeticamente è possibile una trasformazione spontanea del neutrone libero in protone. Infatti, questa trasformazione viene effettivamente osservata: la durata di vita media del neutrone libero è di circa 15,3 minuti e il periodo di dimezzamento 10,6 minuti. Una trasformazione spontanea del protone libero in neutrone energeticamente è impossibile. Ma la trasformazione del protone in neutrone è possibile e si verifica infatti all'interno del nucleo atomico, il che costituisce il contenuto del fenomeno stesso di decadimento β^+ positronico. L'insufficienza di energia del protone viene coperta a spese dell'energia del nucleo atomico.

Il decadimento α si osserva unicamente nei nuclei più pesanti e in alcuni nuclei delle terre rare. Viceversa, i nuclei soggetti al decadimento β sono più numerosi. Per ogni Z (almeno per gli $Z < 100$ studiati profondamente), senza eccezione, esistono isotopi instabili che presentano attività $\beta^\pm$. L'energia emessa in seguito al decadimento β è compresa tra 0,0186 MeV ($^3_1H \rightarrow {}^3_2He$) e 16,6 MeV ($^{12}_7N \rightarrow {}^{12}_6C$). Il periodo di dimezzamento dei nuclei β-attivi varia da 10^{-2} s (per $^{12}_4Be$) a $4 \cdot 10^{12}$ anni (per $^{187}_{75}Re$).

L'esempio più semplice di decadimento β^- elettronico (dopo il decadimento β del neutrone) è il decadimento del tritio:

$$^3_1H \xrightarrow[12\ \text{anni}]{\beta^-} {}^3_2He.$$

Un esempio di decadimento β^+ positronico è dato dal decadimento del nucleo ${}^{11}_{6}\mathrm{C}$:

$$ {}^{11}_{6}\mathrm{C} \xrightarrow[20{,}4 \text{ minuti}]{\beta^+} {}^{11}_{5}\mathrm{B}. $$

Infine, un esempio dei nuclei radioattivi soggetti a cattura K è fornito dal nucleo leggero ${}^{7}_{4}\mathrm{Be}$ il quale dopo la cattura K si trasforma in ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$:

$$ {}^{7}_{4}\mathrm{Be} \xrightarrow[53{,}6 \text{ giorni}]{K} {}^{7}_{3}\mathrm{Li}. $$

(In tutti gli esempi citati il tempo indica il periodo di dimezzamento.)

5. Per decadimento β il nucleo si trasforma in un isobaro vicino, cioè cambia il numero di carica Z ma il numero di massa A resta immutato. Applichiamo a questo processo la formula semiempirica di Weizsäcker (64.6). Per studiare la dipendenza dell'energia del nucleo $-\mathscr{E}_{\text{leg}}$ da Z si deve porre in questa formula A = costante. Allora si ottiene

$$ -\mathscr{E}_{\text{leg}} = aZ^2 + bZ + c, $$

dove a, b, c sono costanti. Il grafico della funzione $-\mathscr{E}_{\text{leg}} = -\mathscr{E}_{\text{leg}}(Z)$ è una parabola e, fra l'altro, l'argomento Z può assumere solo valori numerici interi. Si ottengono così tre parabole intere spostate rispettivamente in alto e in basso. La più bassa è la parabola per i nuclei pari-pari (Z pari, N pari), la più alta è per i nuclei dispari-dispari (Z dispari, N dispari), e fra queste due parabole è compresa la terza per A dispari.

Consideriamo dapprima il caso di A dispari. In questo caso la funzione $-\mathscr{E}_{\text{leg}}(Z)$ è monovalente. Valori possibili di Z per A assegnato sono rappresentati da cerchietti in fig. 130. Tuttavia non tutti i nuclei corrispondenti a questi valori sono stabili. Ai nuclei stabili corrisponde il minimo dell'energia di legame $-\mathscr{E}_{\text{leg}}$. Perciò i nuclei 1, 2, 3, ... saranno soggetti a trasforma-

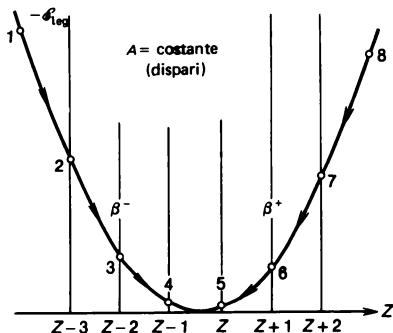



Fig. 130.

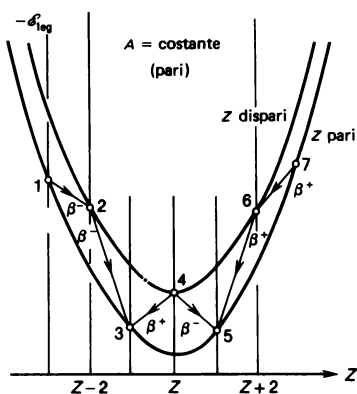



Fig. 131.

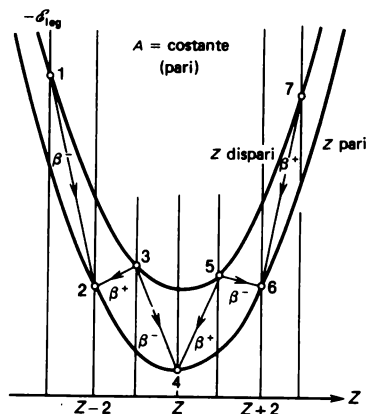



Fig. 132.

zioni β consecutive con emissione di elettroni e con aumento del numero di carica Z di uno. Quanto ai nuclei 8, 7, 6, ... , dopo aver emesso un positrone o essere soggetti alla cattura elettronica essi, a loro volta, diminuiranno di uno il numero di carica. Uno dei due nuclei rimanenti di energia maggiore sarà soggetto anch'esso alla trasformazione β. Come risultato resterà, in generale, un solo nucleo stabile. Quindi, per A dispari, come regola, può esistere un solo isobaro. Ma sono possibili anche eccezioni da questa regola. Ciò avviene quando in seguito a trasformazioni β compaiono due nuclei 4 e 5 di energie uguali, ossia due isobari stabili. I numeri di carica di questi isobari devono differire di uno. Sono note tre paia di tali isobari: ${}^{113}_{48}Cd$ e ${}^{113}_{49}In$, ${}^{115}_{49}In$ e ${}^{115}_{50}Sn$, e anche ${}^{187}_{75}Re$ e ${}^{187}_{76}Os$.

Nel caso di A pari la funzione $-\mathscr{E}_{leg}(Z)$ è bivalente ed è rappresentata da due parabole. Alla parabola inferiore corrispondono gli Z pari e alla parabola superiore gli Z dispari. Anche in questo caso mediante trasformazioni β corrispondenti si realizza la transizione del nucleo in stati energetici più bassi. Nella fig. 131 questa transizione termina con due isobari 3 e 4 giacenti sulla parabola inferiore, aventi cioè gli Z pari. In questi casi al numero di massa A corrispondono due nuclei isobari i cui numeri di carica differiscono di 2. Il passaggio da uno di questi isobari all'altro, più stabile, può essere realizzato per emissione contemporanea di due elettroni oppure di due positroni. Ma questo decadimento β doppio, anche se in linea di principio possibile, è poco probabile. Nella fig. 132 il decadimento β termina con tre isobari stabili 2, 4 e 6 i quali giacciono anch'essi sulla parabola inferiore e, fra l'altro, i numeri di carica Z dei nuclei vicini differiscono di 2. Le trasformazioni di ciascun nucleo in un isobaro vicino energeticamente più stabile, potrebbero essere realizzate mediante un decadimento β doppio e perciò sono inosservabili.

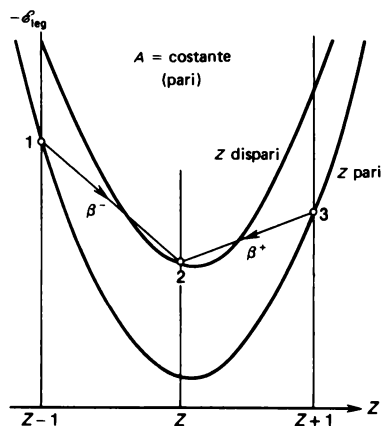



Fig. 133.

In tal modo, nel caso di A pari possono esistere due e anche tre nuclei isobari stabili. È ovvio che può esistere anche un solo isobaro stabile. Questo risultato si ottiene nel caso dei nuclei leggeri. La più leggera per A pari è la coppia isobara stabile $^{40}_{18}Ar$ e $^{40}_{20}Ca$.

È da notare un caso particolare rappresentato in fig. 133. Qui i nuclei pari-pari 1 e 3, sulla parabola inferiore, dal punto di vista energetico sono meno stabili del nucleo dispari-dispari 2, sulla parabola superiore. Il nucleo 1 è soggetto al decadimento β^- e il nucleo 3 a quello β^+ e, in entrambi i casi, nasce il nucleo 2. Ciò spiega l'esistenza di tutti i nuclei dispari-dispari stabili (con A pari) ^2_1H, ^6_3Li, $^{10}_5B$ e $^{14}_7N$ dei quali abbiamo già parlato precedentemente (cfr. § 64).

6. Le energie delle particelle α e β emesse da sostanze radioattive si possono misurare, in quanto particelle cariche, mediante il metodo di deflessione in campi elettromagnetici. Da queste misure risulta che ogni sostanza radioattiva emette particelle α ad energia ben determinata, propria solo di questa sostanza. Questo risultato è del tutto naturale. Il nucleo prima di emettere una particella α si trova in uno stato quantistico non eccitato a determinata energia. Dopo l'emissione si ottengono una particella α e un nucleo figlio anch'esso nello stato non eccitato ad energia determinata. La differenza di queste energie perciò ha anch'essa un valore determinato e si manifesta sotto forma di energia cinetica del nucleo figlio e della particella α. E siccome la massa di quest'ultima è molto piccola rispetto a quella del nucleo, infatti tutta la energia cinetica viene portata via dalla particella α. L'esistenza di struttura fina nel spettro α dei molti di nuclei α-attivi, in linea di principio, non cambia nulla poiché è dovuta al fatto che per decadimento il nucleo genitore oppure il nucleo figlio si trovano in un determinato stato eccitato. Tutto ciò si può considerare come dimostrazione sperimentale del

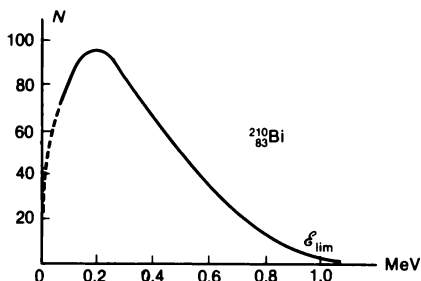



Fig. 134.

fatto che gli stati dei nuclei genitore e figlio sono quantizzati e perciò del tutto determinati.

Tutt'altro risultato si ottiene per emissione delle particelle β. Ciascun atomo radioattivo emette elettroni di energie diverse, a partire da zero fino ad un valore limite, caratteristico del radiatore β in esame. Detto valore limite si chiama *frontiera superiore dello spettro* β. A titolo d'esempio nella fig. 134 è rappresentato lo spettro β che compare per decadimento del $^{210}_{83}Bi$. Sembrerebbe che anche al decadimeto β sia applicabile il ragionamento usato per il decadimento α. Infatti supponiamo che il nucleo A sia stato prodotto a seguito di un decadimento α e, di conseguenza, in accordo con quanto detto prima, si trovi in uno stato energetico ben determinato. Supponiamo, inoltre, che esso abbia emesso la particella β e si sia trasformato in nucleo B, e che il nucleo B ottenuto possieda radioattività α. Allora anch'esso si troverà in uno stato energetico ben determinato. Ma il nucleo B si ottiene da A per decadimento β. Perciò è naturale concludere che le particelle β devono avere un'energia ben determinata. Tuttavia il loro spettro energetico è continuo, come stabilito da Chadwick già nel 1914. Compare così una contraddizione che deve essere chiarita.

7. L'esistenza della frontiera superiore nello spettro β ha indotto alcuni scienziati a supporre che all'istante dell'emissione tutte le particelle β possiedano un'energia uguale, corrispondente alla frontiera dello spettro β. Tuttavia nel percorso verso il rivelatore non tutte conservano questa energia ma la consumano diversamente per radiazione. Altri scienziati hanno supposto che la radiazione β fosse sempre accompagnata da radiazione γ in modo che l'energia venisse distribuita in un modo determinato fra raggi β e γ. Quest'ultima ipotesi sembrava confermata poiché la radiazione β spesso è accompagnata da radiazione γ, mentre per decadimento α i raggi γ compaiono molto raramente. Se ciascuna di queste ipotesi è valida, l'energia totale, liberata per decadimento β del nucleo, deve essere rigorosamente determinata poiché sono univocamente determinati gli stati energetici dei nuclei genitore e figlio. Questa conclusione ammette una verifica sperimentale.

Ellis (1895-1980) e Wooster (n. 1903) fecero a tal fine un'esperienza nel 1927. Essi circondarono un radiatore β ($^{210}_{83}Bi$) con un involucro di piombo di spessore tale da assorbire completamente gli elettroni ed i raggi X e γ emessi dal radiatore β. Il riscaldamento dell'involucro di piombo per decadimento β del preparato radioattivo e il numero di decadimenti in un determinato tempo consentono di determinare l'energia totale media riferita ad un singolo decadimento. L'esperienza calorimetrica è molto difficile a causa del riscaldamento esiguo dell'involucro di piombo. Gli sperimentatori superarono questa difficoltà fabbricando due calorimetri di piombo assolutamente identici, uno dei quali conteneva il preparato radioattivo e l'altro rimaneva vuoto. Sulla base della differenza di temperature dei calorimetri si poteva misurare la grandezza cercata con sufficiente precisione. Si è trovato che l'energia totale riferita in media ad un singolo decadimento β è di 0,35 MeV. D'altra parte, l'energia massima delle particelle β (la frontiera superiore dello spettro β) per $^{210}_{83}Bi$ vale 1,05 MeV cioè tre volte superiore al valore medio trovato calorimetricamente. Conoscendo lo spettro β totale del radiatore considerato si può calcolare l'energia media dell'elettrone emesso. Si trova che essa è uguale a 0,39 MeV. Questo valore, entro i limiti degli errori, è in buon accordo con la grandezza trovata calorimetricamente. Ne segue che per decadimento β non viene emessa nessuna energia complementare di cui si è parlato nelle due ipotesi. Ambedue le ipotesi sono da respingere.

8. Senza soffermarci di più sulla storia della questione, diamo immediatamente la soluzione proposta da Pauli nel 1930. Pauli propose un'ipotesi, più tardi confemata sperimentalmente, secondo la quale nel decadimento β, oltre all'elettrone, viene emessa un'altra particella neutra, sconosciuta e non registrabile dal calorimetro. Quindi, la legge di conservazione dell'energia vale anche per il decadimento β. In rari casi tutta l'energia liberata è portata seco dall'elettrone. Questa energia corrisponde alla frontiera superiore dello spettro β elettronico. Ne è una conferma il fatto sperimentale che talvolta detta frontiera coincide con la differenza di energie dei nuclei genitore e figlio. In altri rari casi tutta l'energia è presa dalla particella ipotetica, mentre più spesso si suddivide tra questa particella e l'elettrone. La distribuzione dell'energia tra le due particelle indicate è di carattere casuale, e ciò spiega lo spettro β.

Per concordare la sua ipotesi con i risultati sperimentali di Ellis e Wooster, Pauli suppose che la particella ipotetica interagisse molto debolmente con la materia. Essa non ionizza gli atomi del mezzo con i quali collide e perciò attraversa liberamente l'involucro di piombo senza essere assorbita da quest'ultimo, e ciò sarebbe in accordo con l'esperienza di Ellis e Wooster. Ciò ha indotto a supporre che la particella di Pauli non possieda carica elettrica poiché una particella carica con energia dell'ordine di 1 MeV non potrebbe attraversare il grosso spessore di piombo. L'ipotesi di Pauli è stata fatta prima della scoperta del neutrone. Fermi ha dato il nome di *neutrino*

a questa ipotetica particella neutra. La massa del neutrino, qualora questa particella ne abbia una, deve essere più piccola della massa elettronica. Ciò si vede già dal fatto che nel decadimento β, nel quale deve essere verificata anche la legge di conservazione dell'impulso, gli elettroni portano via meno della metà dell'energia liberata. Il neutrino non può essere un neutrone poiché, in caso contrario, l'emissione del neutrino cambierebbe notevolmente la massa del nucleo, cosa che non si osserva nel decadimento β. Inoltre, se il neutrino e il neutrone fossero una stessa particella essa sarebbe stata rivelata per collisione con altri nuclei atomici.

Poiché il neutrino non ionizza gli atomi, il momento magnetico di questa particella deve essere anch'esso nullo (oppure molto piccolo). Lo spin del neutrino deve essere semintero. In effetti, il carattere dello spin nucleare (intero o semintero) è determinato completamente dal valore del numero di massa A (cfr. § 68). Per decadimento β, A non cambia e perciò non deve cambiare neanche il carattere dello spin nucleare. Ma l'elettrone (positrone) uscente ha spin 1/2. Perciò lo spin dell'altra particella, del neutrino, comunque deve essere semintero. Dai calcoli teorici dello spettro energetico degli elettroni (positroni) emessi per decadimento β, eseguiti sotto diverse supposizioni circa lo spin del neutrino, risulta che lo spin di questa particella è 1/2.

9. Nel 1933 Fermi, sulla base dell'ipotesi di Pauli, costruì una teoria quantitativa del decadimento β. Un suo trattamento dettagliato oltrepassa i limiti del libro, e perciò ci limiteremo ad osservazioni generali. L'idea fondamentale di Fermi è che il neutrino e le particelle β non esistono nel nucleo atomico, ma nascono in esso in seguito al decadimento β alla pari del fotone che, non essendo parte integrante dell'atomo, compare nel processo di radiazione. Fermi dovette introdurre un'ipotesi sull'esistenza di un tipo particolare di forze a corto raggio, le quali generano nel nucleo processi di trasformazione del neutrone in protone o del protone in neutrone accompagnati, in entrambi i casi, dall'emissione di un neutrino e di particella β. Queste forze ebbero il nome di *forze deboli* e l'interazioni corrispondenti il nome d'*interazioni deboli*. Per farsi un'idea dell'intensità delle interazioni deboli, osserviamo che, da considerazioni teoriche e da misure sperimentali successive, risulta che la lunghezza media del percorso libero del neutrino con energia di 1 MeV in acqua è circa 10^{21} cm (100 anni-luce). Ciò supera notevolmente le dimensioni lineari delle stelle, cioè lunghezze dell'ordine di 10^{13} cm. Questi neutrini passano liberamente attraverso il Sole e, a maggior ragione, la Terra. Al diminuire dell'energia del neutrino la sua capacità di penetrazione diventa ancora maggiore. Il raggio d'azione delle interazioni deboli $\leqslant 10^{-15}$ cm.

10. Per completare il quadro osserviamo che la particella postulata da Pauli, emessa nel decadimento β^- con l'elettrone, ebbe più tardi il nome di *antineutrino elettronico* ($\bar{\nu}_e$), e la particella emessa nel decadimento β^+ con il positrone il nome di *neutrino elettronico* (ν_e). È ovvio che la divisione

in particelle e antiparticelle è convenzionale. Cosa chiamare particella e cosa antiparticella è una questione di convenzione. Quindi, le reazioni dei decadimenti β^- e β^+ di solito sono espresse nella forma

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \tag{74.4}$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e. \tag{74.5}$$

In seguito sono stati scoperti altri tipi di neutrino e di antineutrino: il *neutrino* associato al muone e detto *muonico* (ν_μ) e l'*antineutrino muonico* ($\bar{\nu}_\mu$), il neutrino associato al leptone τ (ν_τ) e l'*antineutrino* della stessa particella ($\bar{\nu}_\tau$). Queste particelle compaiono nei processi di interazione insieme con altre: muoni e leptoni $\tau^\pm$ (la massa del leptone τ $m_{\tau^\pm} = 1, 78$ GeV, la vita media è dell'ordine di $3 \cdot 10^{-13}$ s).

Si indica con il termine *leptoni* una classe di particelle elementari che non godono di interazioni forti ma invece partecipano ad interazioni elettromagnetiche, deboli e gravitazionali. Il neutrino e l'antineutrino, per di più, non partecipano neanche all'interazione elettromagnetica (se la massa del neutrino è non nulla, non è esclusa l'esistenza di un momento magnetico $\leqslant 10^{-10}$ μ_B nel neutrino). Tutti i leptoni hanno spin 1/2, cioè sono fermioni. I leptoni sono elettrone, muone, leptone pesante (τ), neutrini elettronico, muonico e del τ e le antiparticelle corrispondenti.

Il neutrino e l'antineutrino muonici compaiono nel decadimento dei pioni carichi contemporaneamente con muoni. Si chiamano *pioni* (la vecchia denominazione è *mesoni* π) una famiglia di tre particelle elementari instabili: due cariche (π^+ e π^-) e una non carica (π^0). La vita media delle due particelle cariche è $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ s, la massa $m_{\pi^\pm} = 273\ m_e$, e per il pione neutro abbiamo rispettivamente $0{,}83 \cdot 10^{-16}$ s e $m_{\pi^0} = 264\ m_e$. I pioni appartengono alla classe dei *mesoni* che, a proprio turno, appartengono al grande gruppo degli *adroni*, cioè particelle soggette ad interazioni forti. I pioni sono gli adroni più leggeri. Le reazioni di decadimento dei pioni carichi si scrivono nel seguento modo:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \tag{74.6}$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu. \tag{74.7}$$

È dimostrato sperimentalmente che i neutrini elettronico e muonico non sono identici (così come le loro antiparticelle). Perciò è illecito sostituire ν_e e $\bar{\nu}_e$ rispettivamente con ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$, e viceversa. Così, ad esempio, le reazioni

$$n \not\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_\mu, \qquad p \not\rightarrow n + e^+ + \nu_\mu,$$
$$\pi^- \not\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_e, \qquad \pi^+ \not\rightarrow \mu^+ + \nu_e,$$

che si ottengono dalle formule (74.4)-(74.7) mediante la sostituzione suindicata non si verificano, come è stato dimostrato sperimentalmente, e perciò sono munite da frecce cancellate. È dimostrato anche che ν_e e ν_μ non coincidono con le loro antiparticelle $\bar{\nu}_e$ e $\bar{\nu}_\mu$. L'esistenza di ν_τ e $\bar{\nu}_\tau$ non è stata di-

mostrata ancora sperimentalmente ma confermata da considerazioni teoriche e da dati sperimentali indiretti.

Ogni leptone è caratterizzato da un numero quantico, detto *carica leptonica*, o *numero leptonico.* Si devono distinguere le cariche *leptoniche* in *elettronica* (per e^-, e^+, ν_e, $\bar{\nu}_e$), *muonica* (per μ^-, μ^+, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$) e del τ (per τ^-, τ^+, ν_τ, $\bar{\nu}_\tau$), che si indicano rispettivamente con L_e, L_μ, L_τ. Queste grandezze sono sostanzialmente diverse anche se hanno convenzionalmente valori numerici uguali. Conveniamo di porre le cariche leptoniche uguali a + 1 per tutte le particelle di carica negativa (e^-, μ^-, τ^-). Le cariche leptoniche di tutte le altre particelle si trovano dal fatto sperimentalmente stabilito che in un sistema chiuso la differenza fra il numero di leptoni e di antileptoni di ogni tipo resta costante. Risulta quindi possibile dare a questo fatto la forma di una *legge di conservazione della carica leptonica.* In questo caso, le cariche leptoniche di tutte le particelle, ad eccezione dei leptoni, si suppongono nulle in quanto queste particelle non hanno proprietà connesse all'esistenza di carica leptonica. Allora la legge di conservazione della carica leptonica impone che tutti i leptoni di carica positiva (e^+, μ^+, τ^+) abbiano carica leptonica -1. Ciò si vede dalla possibilità delle reazioni

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma, \qquad \mu^- + \mu^+ \rightarrow 2\gamma, \qquad \tau^- + \tau^+ \rightarrow 2\gamma.$$

Solo in questo caso la carica leptonica totale nel primo membro di queste relazioni sarà nulla, il che è necessario poiché il quanto γ non ha carica leptonica. Dalla possibilità delle reazioni (74.5) e (74.7) segue che la carica leptonica di ν_e e ν_μ è uguale a + 1, mentre dalle reazioni (74.4) e (74.6) deriva che la carica leptonica di $\bar{\nu}_e$ e $\bar{\nu}_\mu$ vale -1. Analogamente, si deve attribuire a ν_τ carica leptonica $+1$ e a $\bar{\nu}_\tau$ carica leptonica -1. In tal modo, le cariche leptoniche di tutti i leptoni negativi e di tutti i neutrini valgono $+1$, mentre quelle di tutti i leptoni positivi e di tutti gli antineutrini valgono -1.

Un esempio di processi in cui si verifica la legge di conservazione delle cariche leptoniche L_e e L_μ sono le reazioni

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \qquad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

che infatti hanno luogo.

La reazione (74.4) si produce nei reattori nucleari. Nella fissione dei nuclei si liberano neutroni dopo il decadimento dei quali compaiono gli antineutrini. L'antineutrino $\bar{\nu}_e$ nasce in reattori nucleari anche in seguito al decadimento dei prodotti β^--attivi della reazione di fissione. In tal modo il reattore nucleare è un fonte d'antineutrini. All'interno del Sole hanno luogo reazioni termonucleari aventi come risultato finale la trasformazione dell'idrogeno in elio:

$$4p \rightarrow {}^4_2He + 2e^+ + 2\nu_e. \qquad (74.8)$$

La legge di conservazione della carica leptonica richiede che dalle profondità del Sole esca un flusso di *neutrini* e non di *antineutrini.*

11. Per rendere più semplice la teoria del decadimento β Fermi la costruì nell'ipotesi che la massa del neutrino sia nulla. Ma questa ipotesi non è una condizione obbligatoria della teoria e non può considerarsi dimostrata. Non esiste un principio che induca a considerare la massa del neutrino nulla, mentre nel caso del fotone quel principio esiste.

Dal momento della comparsa dell'ipotesi di Pauli la questione sulla massa del neutrino è sempre stato in discussione. Il limite superiore per la massa del neutrino (e dell'antineutrino) elettronico è stato ottenuto dall'analisi della forma dello spettro elettronico generato dal decadimento β del tritio. Si trova che il limite superiore per la massa del neutrino elettronico è $m_{\nu_e} < 35$ eV, quindi circa 15 000 volte inferiore alla massa dell'elettrone. Nel 1980 E.F. Tretiakov, V.A. Liubimov ed altri collaboratori dell'Istituto di fisica sperimentale e teorica (Mosca) pubblicarono risultati di misure pluriennali della massa del neutrino elettronico. Secondo queste misure la massa del neutrino elettronico, benché molto piccola rispetto alla massa dell'elettrone, cionondimeno *non è nulla.* (È stato trovato che $14 < m_{\nu_e} < 46$ eV.) Questo risultato non è accettato da tutti come definitivo, e la questione sulla massa del neutrino elettronico resta tuttora aperta.

La valutazione del limite superiore della massa di ν_μ è stata ottenuta dallo studio dei decadimenti dei mesoni π. Si trova che $m_{\nu_\mu} < 0{,}57$ MeV. La valutazione del limite superiore per la massa di ν_τ è stata ottenuta sulla base dello studio del decadimento $\tau^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau$. Si trova che $m_{\nu_\tau} < 250$ MeV.

Il neutrino giocò un ruolo fondamentale nel processo di formazione dell'Universo e continua a giocarlo tuttora nella sua evoluzione, cosa che non poteva supporre, ovviamente, Pauli e neppure Fermi nel creare la teoria del decadimento β. Se la massa del neutrino è diversa da zero, molte idee teoriche sui processi ai quali partecipa il neutrino devono essere rivedute. Il ruolo del neutrino nell'Universo risulterà enormemente più importante nel caso se si dimostri che è dotato di massa.

Se la massa del neutrino fosse nulla, questa particella non potrebbe essere in stato di riposo e si muoverebbe sempre con velocità c rispetto a qualsiasi sistema di riferimento. La proiezione del vettore spin di questa particella sulla direzione del moto può essere uguale a $+1/2$ oppure a $-1/2$. Nel primo caso si è convenuto di ritenere che la particella ha *spiralità destra* o *positiva* $\lambda = +1$, e nel secondo caso *spiralità sinistra* o *negativa* $\lambda = -1$. La nozione di spiralità ha, ovviamente, un significato per le sole particelle prive di massa. Soltanto in questo caso la particella può godere di determinata spiralità indipendentemente dal sistema di riferimento. Se, invece, la massa della particella è diversa da zero, la nozione di determinata spiralità è priva di significato: una medesima particella avrebbe spiralità ora destra ora sinistra a seconda del sistema di riferimento nel quale è considerato il suo moto. È stato stabilito sperimentalmente che $\bar{\nu}_e$ ha lo spin diretto

come l'impulso. Perciò se $m_\nu = 0$, il neutrino avrà spiralità sinistra e l'antineutrino spiralità destra.

12. L'interazione debole introdotta da Fermi svolge un ruolo più esteso di quanto è stato supposto nella teoria iniziale del decadimento β. Si trova che le interazioni deboli con la partecipazione dei neutrini di tutti i tipi si manifestano non solo nel decadimento β, ma anche in numerosi altri processi di trasformazione delle particelle elementari. Senza entrare nei dettagli del problema, ci limitiamo all'osservazione che è stato possibile stabilire l'esistenza di un'*unica natura delle forze deboli ed elettromagnetiche* e creare una teoria dell'*interazione elettrodebole*. Secondo questa teoria le interazioni deboli compaiono in seguito allo scambio di particelle pesanti virtuali con spin 1, ossia i bosoni $W^\pm$ intermedi carichi e il bosone Z^0 intermedio neutro, mentre le interazioni elettromagnetiche sono il risultato dello scambio di fotoni virtuali ossia particelle senza massa anch'esse con spin 1. Per esempio, il decadimento $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ si svolge nel seguente modo: il neutrone si trasforma in protone ed emette il bosone W^- intermedio il quale si scinde dopo un tempo molto breve in elettrone e antineutrino $\bar{\nu}_e$. La teoria ha predetto anche le masse dei bosoni $W^\pm$ e Z^0. I bosoni $W^\pm$ e Z^0 sono stati scoperti nel 1983 e le loro masse, in accordo con le previsioni della teoria, sono $M_{W^\pm} \approx 80$ GeV e $M_{Z^0} \approx 90$ GeV.

Le idee fondamentali e i risultati principali della teoria di Fermi del decadimento β conservano tuttora la loro importanza (per energie notevolmente inferiori a M_W).

13. Per concludere questo paragrafo ci soffermiamo sulla dimostrazione sperimentale dell'esistenza del neutrino. In seguito parleremo dei soli neutrini e antineutrini elettronici. L'esperienza è difficilmente realizzabile a causa della debolezza dell'interazione fra neutrino e materia (cfr. n. 9). Perciò le prime esperienze per dimostrare l'esistenza del neutrino erano di carattere indiretto. La prima esperienza è stata realizzata nel 1936 da A.I. Lejpunskij (1903-1972) studiando la reazione del decadimento β ${}^{11}_{6}C \to {}^{11}_{5}B + e^+$. Senza fermarci sui dettagli dell'esperienza, ci limitiamo alla sua idea fondamentale. Se non ci fosse il neutrino gli impulsi del positrone e^+ e del nucleo di rinculo ${}^{11}_{5}B$ sarebbero di grandezze uguali ma di segni opposti. Poiché ambedue le particelle sono cariche, i loro impulsi si possono misurare e, quindi, confrontare gli spettri energetici del nucleo ${}^{11}_{5}B$ e del positrone. D'altra parte, si può misurare immediatamente la distribuzione di energia fra i nuclei di rinculo ${}^{11}_{5}B$. Si trova che questa distribuzione non corrisponde allo schema di calcolo senza neutrino, anche se non si è riusciti ad ottenere risultati quantitativi.

Un'idea sperimentale più precisa, anche se indiretta, appartiene ad A.I. Alichanov (1904-1970) e A.I. Alichanjan (1908-1978) i quali proposero di ricorrere a tale scopo alla reazione di cattura K dell'elettrone da parte del nucleo ${}^{7}_{4}Be$ che produce il nucleo ${}^{7}_{3}Li$. Lo spin del nucleo con A dispari è semintero. Per cattura K il numero A non cambia, perciò non deve cam-

biare neanche la parità dello spin nucleare. D'altra parte, l'elettrone ha spin 1/2. Quindi, lo spin del nucleo dopo la cattura dell'elettrone deve cambiare di 1/2, diventando cioè pari. La contraddizione scompare supponendo che anche per la cattura K si crei un neutrino con spin semintero. Il vantaggio dello schema sperimentale proposto da Alichanov e Alichanjan è che per cattura K compaiono soltanto due particelle: il nucleo di rinculo ${}^7_3$Li e il neutrino, perciò la distribuzione dell'energia cinetica fra di essi è determinata univocamente. L'energia cinetica totale che si produce per cattura K è

$$\mathscr{E} = [M_{at}({}^7_4\text{Be}) - M_{at}({}^7_3\text{Li})]c^2 = 0{,}864 \text{ MeV}. \tag{74.9}$$

In virtù della legge di conservazione dell'impulso si ha $\boldsymbol{P}_{nuc} + \boldsymbol{p}_\nu = 0$, dove $\boldsymbol{P}_{nuc}$ è l'impulso del nucleo prodotto e $\boldsymbol{p}_\nu$ quello del neutrino. Il nucleo di rinculo acquisisce l'energia cinetica

$$\mathscr{E}_{nuc} = \frac{P^2_{nuc}}{2M_{nuc}} = \frac{p^2_\nu}{2M_{nuc}} = \frac{c^2 p^2_\nu}{2M_{nuc}c^2}. \tag{74.10}$$

Ma il neutrino è una particella relativistica di modo che la sua energia cinetica $\mathscr{E}_\nu = cp_\nu$. Essa porta seco quasi tutta l'energia e, perciò, nella relazione precedente si può accettare con sicurezza che $cp_\nu = \mathscr{E}_\nu = \mathscr{E}$. Quindi, il nucleo di rinculo ${}^7_3$Li avrà la seguente quota di energia cinetica:

$$\mathscr{E}_{nuc} = \frac{\mathscr{E}^2}{2M_{nuc}c^2}. \tag{74.11}$$

L'energia cinetica del nucleo di rinculo ${}^7_3$Li si può misurare direttamente e confrontarla con l'espressione (74.11), questa è l'idea dell'esperienza. In questo caso, come risulta dalla formula (74.11), è più vantaggioso usare nuclei leggeri, ragione per cui Alichanov e Alichanjan proposero di considerare quale nucleo iniziale il più leggero nucleo nel quale si osserva la cattura K, il ${}^7_4$Be.

L'ultima guerra non permise ad Alichanov e Alichanjan di realizzare l'esperienza. Essa è stata realizzata nel 1942 da Allen (n. 1908) in USA con risultati positivi indicando alla partecipazione del neutrino al processo di cattura K. Tuttavia, sia l'esperienza qualitativa di Lejpunskij che quella quantitativa di Allen non si possono considerare una dimostrazione sperimentale dell'esistenza del neutrino, poiché in ambedue le esperienze non è stata osservata l'interazione fra il neutrino libero e la materia. L'esperienza di Allen dimostra solo che nella cattura K l'ipotesi del neutrino è in accordo con le leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso.

14. È stato possibile registrare l'azione degli antineutrini liberi soltanto dopo la costruzione di grandi reattori nucleari. I frammenti dei nuclei pesanti sono sovraccarichi di neutroni e perciò sono soggetti al decadimento β^-. I prodotti radioattivi del decadimento β^-, a loro volta, presentano un decadimento β^- finché il processo non finisce con la formazione di nuclei stabili. Inoltre, durante il decadimento β^- vengono emessi antineutrini. Per

ogni atto di fissione vengono emessi in media 5-6 antineutrini. Perciò i reattori nucleari sono sorgenti molto intense di antineutrini. In un reattore di potenza di circa 100 MW la densità del flusso di antineutrini attraverso una parete solida, che scherma i neutroni ed i quanti γ, è di circa 10^{19} particelle/cm^2 al secondo.

Per la prima volta l'esperienza è stata realizzata in USA da F. Reines (n. 1918) e C.N. Cowan (n. 1919) nel 1953 e ripetuta da essi in una forma migliore nel 1954. Diamo solo una breve descrizione di quell'esperienza. I ricercatori americani sono riusciti a registrare la reazione del decadimento β^- inverso:

$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+. \tag{74.12}$$

Questa reazione è possibile se l'energia dell'antineutrino supera 1,8 MeV poiché la massa $n + e^+$ è superiore alla massa del protone p proprio di questa quantità.

Nella fig. 135 è rappresentato lo schema dell'installazione di F. Reines e C.N. Cowan. Essa consta di tre grandi (1,9 × 1,3 × 0,6 m) recipienti-rivelatori D_1, D_2, D_3 riempiti con una soluzione d'acqua scintillante il cui volume è osservato da 110 fotomoltiplicatori. Fra i rivelatori sono collocati due bersagli M_1 e M_2, ossia due strati d'acqua (dello spessore di 7 cm ciascuno) contenenti un sale di cadmio solubile $CdCl_2$ come assorbitore di neutroni. Ciascuno strato, ossia un bersaglio con i due recipienti-rivelatori vicini, costituisce una terna indipendente. Per schermare la radiazione neutronica

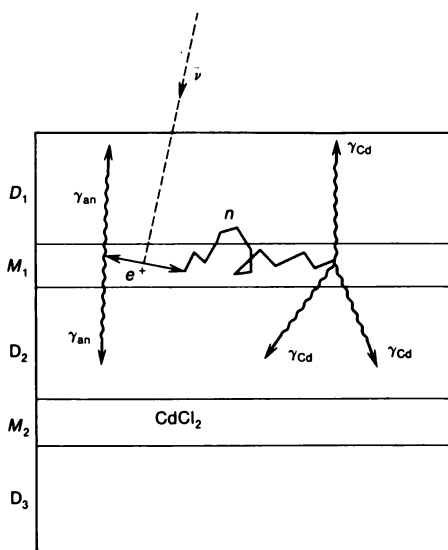



Fig. 135.

ed i raggi γ, l'installazione è avvolta in un involucro di piombo e di paraffina ed è collocata profondamente sotto terra, in un punto dove è soggetta all'azione di un flusso di antineutrini emesso da un reattore nucleare.

Il positrone, comparso nella reazione (74.12), dopo un breve lasso di tempo dell'ordine di 10^{-8} s, si annichila con un elettrone formando due quanti γ (di energia totale uguale all'energia di annichilazione) i quali vanno registrati dai rivelatori D_1 e D_2 inseriti nello schema delle coincidenze. Il neutrone, comparso nel corso della stessa reazione (74.12), rallenta in seguito ad urti successivi con protoni, diffonde e infine dopo un lasso di tempo dell'ordine di 10^{-6} s, viene assorbito dal cadmio. In questo caso vengono emessi alcuni quanti γ (di energia totale fino a 10 MeV) che sono registrati anch'essi dai rivelatori. I segnali dei rivelatori sono trasmessi attraverso cavi coassiali ad un dispositivo elettronico speciale il quale analizza questi segnali secondo altezza e tempo di spostamento delle coincidenze. I segnali vengono fotografati mediante un oscillografo a tre raggi, ciascuna piastra del quale è in collegamento con uno dei rivelatori. L'atto di interazione dell'antineutrino con la materia (74.12) si rivela in base alla comparsa nell'installazione di due impulsi correlati ma spostati nel tempo a causa del rallentamento e diffusione del neutrone (da 1 a 25 μs). Nel corso di un lungo funzionamento (circa 1400 ore) dell'installazione, il rivelatore ha registrato in media 2,88 ± 0,22 impulsi all'ora. A tale risultato corrisponde la sezione d'urto della reazione (74.12): $\sigma_\nu \approx 10^{-43}$ cm^2.

Per garantire una migliore precisione dei risultati ottenuti gli autori fecero numerose esperienze di controllo, sulla descrizione delle quali non ci soffermiamo.

È da notare che contrariamente alla reazione (74.12) la reazione

$$\nu + p \not\rightarrow n + e^+ \tag{74.13}$$

è vietata, come dimostrò Davis. Ne segue che il neutrino e l'antineutrino sono particelle distinte, differenti l'una dall'altra nel carattere dell'interazione.

15. A titolo d'informazione ci soffermiamo in breve sulla scoperta dei neutrini solari, cioè dei neutrini provenienti dalle profondità del Sole per reazioni termonucleari. Anche qui si tratta propriamente del *neutrino* e non dell'antineutrino, come è stato osservato nel n. 10. Questo problema è stato analizzato sistematicamente da Davis con un gruppo di collaboratori del Laboratorio nazionale di Brookhaven (USA) e l'esperienza stessa è posta in una miniera a 1490 m di profondità per diminuire il fondo dei raggi cosmici (le misure stesse, senza contare i lavori di preparazione, durano ormai da 15 anni). Per la registrazione della radiazione di neutrino dal Sole si usa anche il metodo al cloro-argon proposto nel 1946 da B.M. Pontecorvo (n. 1913). Il rivelatore è un recipiente riempito di 615 tonnellate di percloretilene liquido (C_2Cl_4). Nel recipiente si introduce circa 1 cm^3 di isotopo inattivo

di argon $^{36}_{18}Ar$. Sotto l'azione dei neutrini solari si svolge la reazione

$$^{37}_{17}Cl + \nu_e \rightarrow ^{37}_{18}Ar + e^- \qquad (74.14)$$

nella quale si crea l'isotopo $^{37}_{18}Ar$. Quest'ultimo è radioattivo e soggetto a cattura *K* con periodo di dimezzamento di 35 giorni. L'isotopo $^{37}_{18}Ar$ radioattivo accumulatosi viene estratto mediante un metodo di asportazione nel quale si usa l'isotopo inattivo di argon $^{36}_{18}Ar$. Per alcune ore si fa passare elio attraverso il recipiente con C_2Cl_4. Il gas passando sotto forma di piccole bolle attraverso il percloretilene liquido «pesca» in esso gli atomi di argon insieme con gli atomi radioattivi $^{37}_{18}Ar$. In seguito il gas passa attraverso trappole riempite di carbone assorbente e raffreddate mediante azoto liquido. L'argon condensa e viene adsorbito dal carbone, mentre l'elio passa liberamente attraverso le trappole. Ripetuta più volte questa operazione, le trappole si tolgono, si mettono in collegamento con il rivelatore e vengono riscaldate. Il carbone emana l'argon adsorbito, il quale passa poi in un contatore proporzionale. Conoscendo la quantità di argon somministrata a C_2Cl_4 e quella passata nel contatore, nonché il numero di atti registrati dal contatore, si può trovare il numero totale di atomi radioattivi $^{37}_{18}Ar$ formatisi in C_2Cl_4. È stato stabilito in questo modo che, sotto l'azione dei neutrini solari, in una tonnellata di C_2Cl_4 si formano in media annualmente 0,330 atomi $^{37}_{18}Ar$, una quantità di 3-4 volte inferiore a quanto predetto teoricamente in base alle idee tradizionali sulle proprietà del neutrino e sulla struttura delle zone centrali del Sole (cfr. § 102, n. 4). Questa diversità porta il nome di «enigma dei neutrini solari», ossia un problema da non potersi considerato risolto né teoricamente né sperimentalmente. Perciò non ci soffermeremo più su questa questione.

È da notare che nel Caucaso si stava terminando la costruzione a Baxan di un osservatorio di neutrini per l'Instituto di ricerca nucleare dell'Accademia delle Scienze dell'ex URSS. L'osservatorio si trova a una profondità di 2 km sotto il monte Andyrci. La sua installazione al cloro-argon avrebbe un volume di cinque volte superiore all'installazione di Davis. La reazione di trasformazione del cloro in argon consente di registrare la sola parte poco intensa dello spettro dei neutrini solari, cioè quelli di alta energia. Sarebbe applicato anche un altro metodo proposto da V.A. Kuzmin e fondato sulla trasformazione di $^{71}_{31}Ga$ in $^{71}_{32}Ge$. Questo metodo consentirebbe di registrare anche la parte fondamentale dello spettro dei neutrini solari, ossia neutrini di energia minore, quale prodotto della reazione $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ che determina la velocità di produzione di energia nel Sole.

È lecito sperare che questa ricerca risolva l'«enigma dei neutrini solari» e chiarisca la questione della struttura interna del Sole, cosa possibile solo con metodi di «astronomia neutrinica».

§ 75. *Radiazione gamma dei nuclei e conversione interna*

1. La *radiazione gamma* è una radiazione elettromagnetica che viene emessa quando un nucleo atomico passa da uno stato eccitato ad un altro stato, energeticamente inferiore. In questo processo il numero di protoni e di neutroni non cambia. Lo spettro della radiazione γ è sempre *discreto* in quanto sono discreti i livelli energetici del nucleo stesso. Di solito, l'energia dei quanti γ emessi dai nuclei atomici è compresa tra 10 keV e 5 MeV ($10^{-8} \gtrsim \lambda \gtrsim 2 \cdot 10^{-11}$ cm).

Il passaggio del nucleo da uno stato eccitato a quello fondamentale per radiazione γ può avvenire in *una sola volta*, cioè quando il nucleo, dopo aver emesso un solo quanto, passa immediatamente allo stato fondamentale (fig. 136, *a*). Ma l'eccitazione può cessare anche mediante un processo *a cascata*, quando il passaggio si realizza in seguito all'emissione successiva di più quanti γ (fig. 136, *b*).

Un nucleone libero e isolato non può emettere un quanto γ poiché, in caso contrario, sarebbe violato il soddisfacimento contemporaneo delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso (cfr. § 1). Tuttavia questo processo può avvenire e avviene in effetti all'interno del nucleo poiché il quanto γ emesso (o assorbito) può scambiare impulso non con il solo nucleone considerato ma anche con gli altri nucleoni. In tal modo, contrariamente al decadimento β, l'emissione di raggi γ è un processo che interessa *l'intero nucleo* e non i singoli nucleoni.

2. I nuclei eccitati vengono prodotti quando il decadimento β di nuclei genitori in nuclei figli nello stato fondamentale sia impossibile o fortemente proibito. In questo caso il nucleo figlio può essere generato sia nello stato inferiore che in uno degli stati superiori. In quest'ultimo caso, si verifica un processo di passaggi a cascata attraverso più livelli eccitati del nucleo figlio, se questi passaggi sono permessi. L'emissione di quanti γ è dovuta principalmente a questi passaggi. Un esempio è dato dall'isotopo $^{24}_{11}$Na. Il suo stato fondamentale è caratterizzato da uno spin 4^+. In seguito al decadimento β compare l'isotopo $^{24}_{12}$Mg, il quale però non si trova immediatamente nello stato fondamentale caratterizato da uno spin 0^+. Perciò il passaggio a questo livello non si realizza in quanto è fortemente proibito rispetto allo spin; infatti in questo passaggio lo spin dovrebbe bruscamente

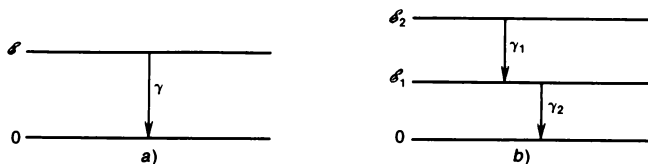



Fig. 136.

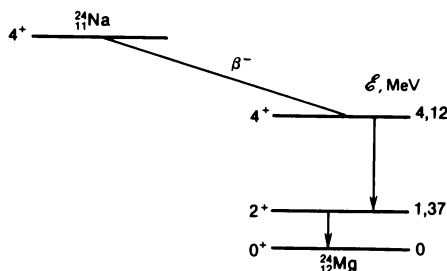



Fig. 137.

cambiare di 4 unità, il che è estremamente poco probabile. Ma l'isotopo $^{24}_{12}$Mg ha due livelli eccitati, di 4,12 e 1,37 MeV con caratteristiche 4^+ e 2^+. Il decadimento β del nucleo $^{24}_{11}$Na al secondo di questi livelli è anch'esso proibito rispetto allo spin, anche se non così fortemente come il passaggio al livello fondamentale 0^+. Il decadimento β (con periodo di dimezzamento di 15 ore) avviene quindi esclusivamente al livello permesso di 4,12 MeV (con caratteristica 4^+). Da questo livello avviene l'emissione di un quanto γ per il passaggio al livello 1,37 MeV e da qui a quello fondamentale 0. Come risultato vengono emessi due quanti γ di energie 2,75 e 1,37 MeV (fig. 137). Se l'isotopo $^{24}_{11}$Na viene collocato in un'ampolla di vetro, le particelle β^- sono trattenute dal vetro mentre la radiazione γ esce fuori. Perciò l'ampolla con l'isotopo $^{24}_{11}$Na può essere usata come comoda sorgente portatile di radiazione γ. Ricordiamo che le transizioni 0-0, nel caso della radiazione di quanti γ, sono assolutamente proibite (cfr. § 39, n. 1).

Nuclei eccitati capaci di emettere quanti γ possono comparire anche come conseguenza di un decadimento α precedente. Però i quanti γ emessi in questo modo possiedono in genere energie piuttosto piccole ($\mathscr{E}_\gamma \leqslant 0,5$ MeV). Ciò è dovuto al fatto che per poter emettere quanti γ di energia elevata, il nucleo genitore deve emettere particelle α anch'esse di energie molto alte. La particella α deve avere energia alta non soltanto per superare la barriera di potenziale, ma anche per eccitare fortemente il nucleo figlio. Di solito, le particelle α emesse dai nuclei atomici non soddisfano questa condizione. L'energia dei quanti γ emessi da nuclei figli dopo un decadimento β può essere più grande e raggiunge 2-2,5 MeV. Ciò è dovuto al fatto che la probabilità del decadimento β dipende più debolmente dalla funzione energia della particella β della probabilità del decadimento α. I nuclei eccitati capaci di emettere quanti γ possono comparire anche in seguito alla cattura di neutroni e all'eccitazione coulombiana del nucleo per urti con particelle cariche in diverse reazioni nucleari.

3. Il nucleo eccitato può passare allo stato fondamentale sia per emissione del quanto γ sia trasferendo direttamente l'energia di eccitazione ad uno degli elettroni dei gusci atomici (K, L, M, ecc.). Questo processo, con-

corrente con la radiazione γ, si chiama *conversione interna* degli elettroni e gli elettroni stessi si dicono *elettroni di conversione interna*. La conversione interna può essere concorrente con radiazione γ oppure no (come nel caso delle transizioni 0-0, ad esempio, quando l'emissione di quanti γ, in generale, è impossibile). Il rapporto fra il numero medio di elettroni di conversione interna e il numero medio di quanti γ emessi si chiama *coefficiente di conversione interna* della transizione.

Il coefficiente di conversione interna dipende dall'energia e dalla molteplicità della transizione. Perciò, misurando sperimentalmente il coefficiente di conversione, si possono trovare il grado di molteplicità e, quindi, lo spin del nucleo eccitato. L'energia di un elettrone di conversione interna $\mathscr{E}_e$ è determinata dall'espressione

$$\mathscr{E}_e = \mathscr{E} - \varepsilon, \qquad (75.1)$$

dove $\mathscr{E}$ è l'energia liberata in una transizione nucleare ed ε l'energia di legame dell'elettrone nel guscio elettronico dell'atomo. Evidentemente, gli elettroni di conversione interna sono monoenergetici, il che permette di distinguerli dagli elettroni emessi per decadimento β dei nuclei, lo spettro dei quali è continuo. Se l'energia d'eccitazione del nucleo $\mathscr{E}$ è inferiore all'energia di legame ε_K dell'elettrone dello strato K, è evidente che la conversione interna su elettroni dello strato K è energeticamente impossibile. Questo caso può presentarsi per i nuclei pesanti. Ma in questo caso la conversione interna può aver luogo su elettroni di altri strati.

La conversione interna è accompagnata dall'*emissione di raggi* X, che compare per transizione di un elettrone dai gusci elettronici esterni al posto liberato dall'elettrone di conversione interna. Questo processo è completamente analogo all'eccitazione ordinaria dello spettro caratteristico X degli atomi (cfr. § 48). In seguito alla conversione interna possono comparire anche elettroni Auger (cfr. § 48).

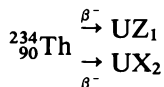
Se l'energia di eccitazione $\mathscr{E}$ del nucleo supera il doppio dell'energia a riposo dell'elettrone, cioè se

$$\mathscr{E} > 2mc^2 = 1{,}02 \text{ MeV}$$

può avvenire un processo di *conversione a coppie* per cui il nucleo perde l'energia di eccitazione mediante l'emissione contemporanea di un elettrone e un positrone. Il guscio elettronico dell'atomo non incide in nessun modo su questo processo e, perciò, quest'ultimo può avere luogo anche su un nucleo privo di elettroni atomici. Tuttavia la probabilità della conversione a coppie è circa un millesimo della probabilità di emissione di un quanto γ.

4. La durata di vita media dei nuclei γ-attivi è, di solito, dell'ordine di 10^{-7}-10^{-11} s. Tuttavia in alcuni casi, quando un alto grado di proibizione è associato a piccole distanze fra i livelli energetici, possono comparire nuclei γ-attivi longevi o *metastabili* con durata di vita di scala macroscopica (fino a qualche ora e più). Questi nuclei metastabili eccitati si chiamano

isomeri. Il fenomeno della isomeria è stato scoperto nel 1921 da Otto Hahn (1879-1968). Egli scoprì che nelle trasformazioni β

$$^{234}_{90}\mathrm{Th}\begin{array}{l}\xrightarrow{\beta^-} \mathrm{UZ_1}\\ \xrightarrow[\beta^-]{} \mathrm{UX_2}\end{array}$$

si ottengono due sostanze radioattive, che chiamò UZ_1 e UX_2, composte di nuclei uguali $^{234}_{91}$Pa ma aventi periodi di dimezzamento diversi (6,7 ore e 1,22 minuti, rispettivamente). Nel 1935 un fenomeno analogo è stato scoperto da I.V. Kurčatov e collaboratori nei nuclei radioattivi artificiali $^{80}_{35}$Br e $^{82}_{35}$Br, ottenuti bombardando con neutroni la miscela naturale di due isotopi di bromo: $^{79}_{35}$Br e $^{81}_{35}$Br. Nel 1936 Weizsäcker spiegò che l'origine della isomeria è dovuta all'esistenza di stati metastabili nei nuclei.

Di solito, un livello isomerico ha uno spin molto differente dallo spin dei livelli energetici più bassi ed è caratterizzato da una piccola energia di eccitazione. Questa condizione è soddisfatta da numeri Z e N che, nei loro valori più piccoli, precedono immediatamente i numeri magici 50, 82 e 126. Di regola, gli stati isomerici si riferiscono al primo livello eccitato del nucleo, risultato assolutamente legittimo anche dal punto di vista del modello a guscio del nucleo. Ma esistono anche isomeri che non soddisfano questa regola (tale è, per esempio, l'isomero di curio $^{244}_{96}$Cm con energia di eccitazione di 1,04 MeV).

In alcuni casi i nuclei possono avere due livelli metastabili e, di conseguenza, tre periodi di dimezzamento. Ne è un esempio il nucleo $^{124}_{51}$Sb che emette elettroni con periodi di dimezzamento di 60 giorni, 21 e 1,3 minuti.

L'isomeria nucleare non è un fenomeno così raro come potrebbe sembrare a prima vista. Si conoscono circa un centinaio di nuclei sufficientemente longevi. Il maggior numero di stati isomerici si incontra nei nuclei con numero di massa A dispari. Spesso gli isomeri appartengono a nuclei disparidispari, e molto raramente a quelli pari-pari. La durata di vita di un nucleo eccitato varia entro limiti molto larghi (da qualche frazione di secondo fino a migliaia d'anni). Così, l'isomero $^{236}_{93}$Np ha un periodo di dimezzamento di 5000 anni, e l'isomero ^{135}Cs di $2{,}8 \cdot 10^{-10}$ s. Con il progresso della metodologia sperimentale sarà possibile scoprire, come è lecito aspettarsi, isomeri con periodi di dimezzamento più lunghi e più corti.

Stati metastabili si osservano anche nei nuclei β-stabili. In questi casi il nucleo metastabile passa allo stato fondamentale mediante emissione di quanti γ e di elettroni di conversione. Ad esempio, il nucleo β-stabile $^{113}_{49}$In $(9/2^+)$ presenta un isomero metastabile con energia di eccitazione di 0,393 MeV e con durata di vita di 104 minuti $(1/2^+)$. L'isomeria può manifestarsi anche come esistenza di nuclei con alcuni periodi di dimezzamento rispetto alla fissione spontanea.

§ 76. Effetto Mössbauer

1. Nel 1958 è stato scoperto un fenomeno di *assorbimento risonanziale* dei raggi γ che ha avuto il nome di effetto Mössbauer (n. 1929) dal nome dell'autore di questa scoperta. Questo fenomeno è analogo alla *fluorescenza ottica risonanziale*. Esso consiste in quanto segue: se un atomo (o nucleo) eccitato emette un fotone, un altro atomo (o nucleo) dello stesso tipo, ma non eccitato, è capace con molta probabilità di assorbirlo.

Per chiarire le condizioni nelle quali è possibile l'assorbimento risonanziale dei quanti γ (fotoni) bisogna tener conto che nel processo di emissione l'energia del nucleo eccitato viene trasmessa al quanto γ ed anche al nucleo stesso sotto forma di energia cinetica di moto traslatorio di quest'ultimo (energia di rinculo). Analogamente, nell'assorbimento l'energia del quanto γ si suddivide tra l'eccitazione interna del nucleo ed in energia di moto traslatorio. Supponiamo che il nucleo sorgente, prima dell'emissione, ed il nucleo bersaglio prima dell'assorbimento del quanto γ siano immobili. Allora l'energia del quanto γ emesso sarà insufficiente per eccitare il secondo nucleo. Per eccitare il nucleo bersaglio allo stesso livello energetico nel quale si trovava il nucleo emettente occorre un quanto γ di energia più grande. Consideriamo questa questione in modo più particolareggiato.

Supponiamo che un nucleo fisso abbia emesso un quanto γ. Se $\mathcal{E}$ è la differenza di energia prima e dopo l'emissione, sulla base delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso possiamo scrivere

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_\gamma + K_{\text{nuc}}, \qquad \boldsymbol{P}_\gamma + \boldsymbol{P}_{\text{nuc}} = 0,$$

dove K_{nuc} e $\boldsymbol{P}_{\text{nuc}}$ sono l'energia e l'impulso del nucleo dopo l'emissione del quanto γ, e $\boldsymbol{P}_\gamma$ l'impulso del quanto γ emesso. (Si suppone che prima dell'emissione del quanto γ il nucleo sia a riposo.) Quindi, l'energia cinetica del nucleo di rinculo è

$$K_{\text{nuc}} = \frac{P_{\text{nuc}}^2}{2M_{\text{nuc}}} = \frac{P_\gamma^2}{2M_{\text{nuc}}},$$

dove M_{nuc} è la massa del nucleo. L'energia e l'impulso del quanto γ sono legati dalla relazione $\mathcal{E}_\gamma = cP_\gamma$. Perciò

$$K_{\text{nuc}} = \frac{\mathcal{E}_\gamma^2}{2M_{\text{nuc}}c^2}.$$

Ma la maggior parte dell'energia di emissione è portata seco dal quanto γ. La quota di energia cinetica del nucleo (essendo grande la massa M_{nuc}) è trascurabilmente piccola. Quindi, con una precisione sufficiente, possiamo scrivere:

$$K_{\text{nuc}} = \frac{\mathcal{E}^2}{2M_{\text{nuc}}c^2}. \tag{76.1}$$

Consideriamo ora l'assorbimento del quanto γ da parte del nucleo. In questo caso indicheremo le grandezze con le stesse lettere ma con apice. Unica eccezione è la grandezza $\mathscr{E}$ in quanto ha lo stesso significato di prima, e precisamente è uguale alla differenza fra gli stessi livelli energetici del nucleo. Questa è una proprietà intrinseca del nucleo, indipendentemente dal fatto di considerare il processo di emissione o di assorbimento del quanto γ. In tal modo, nel caso dell'assorbimento abbiamo

$$\mathscr{E}'_\gamma = \mathscr{E} + K'_{\text{nuc}}, \qquad P'_\gamma = P'_{\text{nuc}}$$

da cui

$$K'_{\text{nuc}} = \frac{P'^2_{\text{nuc}}}{2M_{\text{nuc}}} = \frac{P'^2_\gamma}{2M_{\text{nuc}}} = \frac{\mathscr{E}'^2_\gamma}{2M_{\text{nuc}}c^2},$$

ossia, con l'approssimazione precedente

$$K'_{\text{nuc}} = \frac{\mathscr{E}^2}{2M_{\text{nuc}}c^2} = K_{\text{nuc}}. \tag{76.2}$$

Le righe di emissione e di assorbimento dei quanti γ sono spostate l'una rispetto all'altra di una quantità

$$\Delta\mathscr{E} = \mathscr{E}'_\gamma - \mathscr{E}_\gamma = K'_{\text{nuc}} + K_{\text{nuc}} = 2K_{\text{nuc}}. \tag{76.3}$$

2. I risultati ottenuti sono assolutamente applicabili all'emissione e all'assorbimento di quanti γ nello spettro ottico. In questo caso l'emissione e l'assorbimento sono effettuati non da nuclei, bensì dai gusci elettronici degli atomi. Ciò premesso, in tutte le formule dedotte precedentemente la massa del nucleo deve essere sostituita con la massa dell'atomo (il che praticamente non ha nessuna importanza). Inoltre, al posto del termine «quanto γ» nella regione ottica dello spettro si suole usare il termine «fotone». In un caso ideale, per ottenere l'assorbimento risonanziale è necessario che le righe di emissione e di assorbimento coincidano, cioè che $\Delta\mathscr{E} = 0$. La grandezza $\Delta\mathscr{E}$ nella zona ottica dello spettro è trascurabilmente piccola poiché l'energia del fotone emesso (uguale all'energia d'eccitazione $\mathscr{E}$ dell'atomo) è dell'ordine di uno o più eV. Anzi per l'atomo più leggero, ossia l'atomo d'idrogeno ($Mc^2 \approx 10^9$ eV) si ottiene

$$\Delta\mathscr{E} \approx \frac{1^2}{10^9} \approx 10^{-9} \text{ eV}.$$

Questa è la ragione per cui nella zona ottica dello spettro si osserva facilmente l'assorbimento risonanziale di luce. Le cose stanno altrimenti per i raggi γ. L'energia dei quanti γ emessi dai nuclei è circa 10^6 volte più grande e, di conseguenza, lo spostamento $\Delta\mathscr{E}$ è 10^{12} volte più grande che nella zona ottica dello spettro. Perciò si è creduto per lungo tempo che l'assorbimento risonanziale dei quanti γ fosse impossibile.

Sembrerebbe che lo spostamento $\Delta\mathscr{E}$ si possa eliminare mettendo in moto il nucleo radiatore verso quello assorbente. Allora, a causa dell'effetto Doppler, l'energia del quanto γ emesso appare aumentata e la velocità di moto può essere scelta in modo da annullare la grandezza $\Delta\mathscr{E}$. Lo stesso risultato si può ottenere facendo avvicinare il nucleo assorbente a quello emettente. Tuttavia finora non abbiamo tenuto conto che la sorgente emette e il ricevitore assorbe una riga di larghezza finita e non infinita sottile. Perché l'assorbimento risonanziale sia possibile è necessario, ovviamente, che le righe di emissione e di assorbimento siano sovrapposte, cioè che si abbia

$$\Gamma \gtrsim K_{\text{nuc}}, \qquad (76.4)$$

dove Γ è la semilarghezza della riga.

3. L'allargamento della riga è determinato da diverse cause. Prima di tutto, esiste l'*allargamento Doppler* delle righe spettrali dovuto al moto termico degli atomi. La *semilarghezza Doppler della riga*, $\Delta\nu$, può essere calcolata mediante la formula

$$\frac{\Delta\nu_{\text{Dop}}}{\nu} \approx \frac{1}{c}\sqrt{\frac{2kT}{M_{\text{nuc}}}}, \qquad (76.5)$$

dove k è la costante di Boltzmann e T la temperatura assoluta della sorgente (cfr. vol. IV, § 89). Se la semilarghezza della riga spettrale viene espressa in unità energetiche ($\Gamma = \hbar\Delta\nu$), questa formula diventa

$$\Gamma_{\text{Dop}} \approx \frac{\mathscr{E}}{c}\sqrt{\frac{2kT}{M_{\text{nuc}}}} \qquad (76.6)$$

poiché, nella questione in esame, si può porre con grande precisione l'energia del quanto γ uguale all'energia di eccitazione del nucleo. L'allargamento Doppler è fondamentale per una sorgente composta di più atomi o nuclei atomici. Ma esso scompare, evidentemente, quando il radiatore è un atomo isolato o un nucleo isolato poiché, in questo caso, parlare di moto termico è privo di senso. Il moto dell'atomo o del nucleo isolato incide sullo spostamento delle righe spettrali ma non sul loro allargamento.

Nel caso del nucleo isolato la larghezza della riga si dice *naturale*. Essa può essere determinata in base alle durata di vita τ del nucleo eccitato mediante la relazione di indeterminazioni

$$\Gamma_{\text{nat}} \approx \hbar/\tau. \qquad (76.7)$$

Vediamo ora su un esempio come si verifica la condizione (76.4) nella zona ottica e nella zona dei raggi γ. A titolo d'esempio consideriamo il nucleo dell'isotopo di ferro $^{57}_{26}Fe$. L'energia d'eccitazione del primo livello di questo nucleo vale 14 keV, che per raggi γ è una quantità molto piccola. La sua durata di vita $\tau \approx 10^{-8}$ s e la larghezza naturale della riga spettrale è

$$\Gamma_{\text{nat}} \approx 10^{-8} \text{ eV}.$$

L'energia cinetica del nucleo di ferro, acquistata secondo la formula (76.1) per emissione di un quanto γ, è

$$K_{\text{nuc}} = \frac{(14 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 57 \cdot 938 \cdot 10^6} = 0{,}00183 \text{ eV},$$

cioè circa 10^5 volte maggiore della larghezza naturale della riga. Quindi, la condizione (76.4) non può essere soddisfatta in nessun modo, e perciò l'assorbimento risonanziale dei quanti γ su nuclei fissi isolati è impossibile.

Le cose sono molto diverse nel caso dei fotoni ottici. Infatti secondo la formula (76.1), l'energia cinetica del nucleo di rinculo è dell'ordine di

$$K_{\text{nuc}} \approx \frac{1^2}{2 \cdot 57 \cdot 938 \cdot 10^6} \approx 10^{-11} \text{ eV}.$$

Considerando il valore 10^{-8} eV ottenuto per la larghezza naturale della riga spettrale, vediamo che la condizione (76.4) è ben soddisfatta. Perciò l'assorbimento risonanziale dei fotoni ottici viene osservato anche su atomi isolati.

4. Ora passiamo a considerare l'emissione e l'assorbimento di quanti γ da parte di corpi macroscopici, ossia da cristalli. Sembrerebbe in questo caso che sia sufficiente sostituire la larghezza naturale della riga spettrale con la larghezza Doppler. Alla temperatura $T = 300$ K nel caso dell'isotopo del nucleo di ferro ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ abbiamo

$$\Gamma_{\text{Dop}} \approx 0{,}018 \text{ eV},$$

cioè un risultato di un ordine di grandezza superiore all'energia cinetica del nucleo K_{nuc}. La condizione (76.4) è soddisfatta anche se al limite. Perciò ci si deve aspettare che nel caso considerato l'assorbimento risonanziale dei raggi γ su nuclei separati possa essere osservato anche su cristalli. Tuttavia, passando a raggi γ sufficientemente duri e al diminuire della temperatura, la condizione (76.4) cessa di essere soddisfatta e l'assorbimento risonanziale nel cristallo diventa impossibile. Per il nucleo di iridio ${}^{194}\text{Ir}$, ad esempio, l'energia d'eccitazione $\mathscr{E} = 129$ keV, cosicché in questo caso

$$K_{\text{nuc}} = \frac{(129 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 191 \cdot 938 \cdot 10^6} = 0{,}046 \text{ eV}.$$

Perciò neanche per $T = 300$ K la condizione $\Gamma_{\text{Dop}} > K_{\text{nuc}}$ non è soddisfatta poiché per l'iridio, più pesante, a temperature iguali Γ_{Dop} è più piccola che per il ferro. Ma nei casi in cui $\Gamma_{\text{Dop}} > K_{\text{nuc}}$ si verifica, si dovrebbero osservare massimi di assorbimento risonanziale larghi e piani.

Al diminuire della temperatura della sorgente e del ricevitore, la zona di sovrapposizione delle righe Doppler d'emissione e d'assorbimento diminuirà. Sembrerebbe che in questo caso debba diminuire anche la quota di quanti γ assorbiti. Ma, come risulta dall'esperienza di Mössbauer del 1958, essa aumenta. Questo risultato inatteso, come capì Mössbauer stesso, indica

il *carattere statistico* dell'emissione e dell'assorbimento dei quanti γ nel cristallo. La maggior parte di quanti γ viene emessa e assorbita nel modo descritto precedentemente, cioè da nuclei separati. Tuttavia, poiché i nuclei nel reticolo cristallino sono mutuamente connessi, accanto a questi processi isolati avvengono anche *processi collettivi* simili all'eccitazione di quasi-particelle nella teoria dei calori specifici dei solidi ed ammessi dalla meccanica quantistica. Quale processo avvenga — singolo o collettivo — dipende dal caso. Il rapporto fra il numero di tali processi è retto da *leggi statistiche.*

Nei processi collettivi il nucleo eccitato torna allo stato normale e l'energia d'eccitazione è portata via da un quanto γ, ma l'impulso viene acquistato *dall'intero cristallo* o, comunque, da un grande gruppo di atomi. Analogamente, l'energia del fotone emesso viene assorbita da un nucleo singolo, mentre il suo impulso viene trasmesso *all'intero cristallo.* La quota di energia cinetica di tutto il cristallo (essendo grande la massa di quest'ultimo), prodotta in questi processi, è trascurabilmente piccola rispetto alla larghezza naturale della riga spettrale misurata in unità energetiche. E il fenomeno si svolge come se una parte di nuclei emettesse e assorbisse energia senza trasmissione di impulso. *L'emissione e l'assorbimento di quanti γ senza trasmissione di impulso costituisce la sostanza dell'effetto Mössbauer.* Poiché il fenomeno dell'emissione e dell'assorbimento di quanti γ si svolge come se la massa del nucleo fosse infinita, esso non è accompagnato da alcun allargamento Doppler delle righe spettrali. Non resta altro che la larghezza naturale della riga. Quindi, in questi processi le righe spettrali d'emissione e d'assorbimento dei quanti γ sono molto strette.

5. Questa spiegazione dell'effetto Mössbauer è confermata completamente dall'esperienza di assorbimento risonanziale dei quanti γ. Lo schema di principio dell'esperienza per osservare detto fenomeno è rappresentato in fig. 138. La sorgente $\mathscr{E}$ di radiazione γ risonanziale si muove lentamente descrivendo una circonferenza, mediante un meccanismo a orologeria, rispetto al ricevitore A, dietro il quale si trova il contatore D di quanti γ. Si misura così la dipendenza della velocità del conteggio dalla velocità di moto della sorgente negli istanti di avvicinamento e allontanamento dal ricevitore. Se la velocità della sorgente è sufficientemente grande la riga di emissione

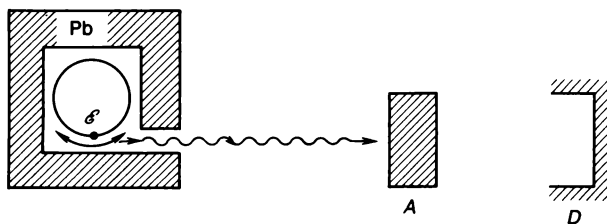



Fig. 138.

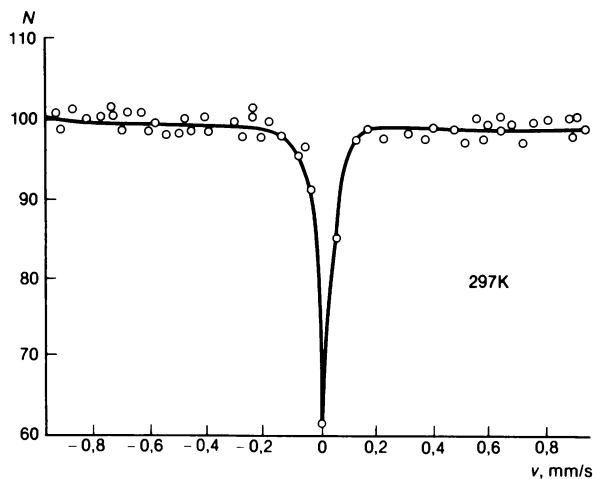



Fig. 139.

si sposta rispetto alla riga di assorbimento, di modo che l'assorbimento risonanziale non si osserva. Al diminuire della velocità della sorgente, le righe si avvicinano e quando coincidono compare un netto massimo di assorbimento. Ciò si manifesta in una brusca diminuzione della velocità di conteggio. In fig. 139 è rappresentata la curva sperimentale ottenuta in questo modo. La sorgente è fornita dal nucleo $^{57}_{27}Co$ che, in seguito alla cattura K, si trasforma in nucleo di ferro $^{57}_{26}Fe$ emettente quanti γ di energia $\mathscr{E} =$ $= 14$ keV. Come assorbitore si usa il sale $K_3\,^{57}Fe(CN)_6$. La curva è ottenuta per $T = 297$ K. Sull'asse verticale viene riportata l'intensità relativa della radiazione γ passata attraverso l'assorbitore (l'intensità massima è supposta uguale a 100).

Si vede dalla figura che la risonanza è violata già per velocità della sorgente v trascurabilmente piccole dell'ordine di 0,1 mm/s. Ne segue che la larghezza relativa delle righe stesse di emissione e di assorbimento $v/c \approx 10^{-11}$-10^{-12} e quella assoluta $\Gamma = \mathscr{E} v/c \approx 14\,000\ v/c \approx$ $\approx 10^{-7}$-10^{-8} eV, cioè dello stesso ordine della larghezza naturale della riga spettrale. Ciò indica che nell'esperienza sono state osservate l'emissione e l'assorbimento risonanziali, *senza trasmissione di impulso.* Per la prima volta questa dimostrazione sperimentale è stata data da Mössbauer nel 1958. Egli si servì degli isotopi ^{191}Ir raffreddati fino a 88 K quali sorgenti e assorbitori di quanti γ. La realizzazione di quell'esperienza fondamentale può essere considerata come la data della scoperta dell'effetto Mössbauer.

L'effetto Mössbauer si osserva in numerose sostanze e per molte di esse sono state fissate righe di emissione e di assorbimento più strette che per gli isotopi di ferro e di iridio considerati precedentemente. Le temperature

di lavoro, per diverse sostanze, oscillano tra la temperatura ambiente e quella dell'elio liquido (circa 4 K ed anche inferiori). All'aumentare della temperatura l'effetto indebolisce gradualmente e infine scompare. Per l'osservazione dell'effetto Mössbauer è favorevole l'alto valore del coefficiente f che determina la quota relativa di processi d'emissione di quanti γ senza trasmissione di impulso. Questo coefficiente, a sua volta, è tanto più alto quanto più bassa è l'energia d'eccitazione $\mathscr{E}$ del nucleo e quanto più alta è la temperatura di Debye T_D, in quanto essa caratterizza la solidità del legame del nucleo nel reticolo cristallino.

Il potere risolutivo del metodo di spettroscopia Mössbauer è caratterizzato dalla larghezza relativa della riga $\Gamma/\mathscr{E}$. Così, per l'isotopo del ferro $^{57}_{26}Fe$, abbiamo $\Gamma \approx 10^{-8}$ eV, periodo di dimezzamento $T_{1/2} = 10^{-7}$ s, $T_D \approx 500$ K e $f > 0,6$ fino alla temperatura ambiente 300 K. Grazie a queste buone caratteristiche l'isotopo del ferro trova una larga applicazione nei lavori sull'effetto Mössbauer. Un'altra sostanza che si usa a temperatura ambiente è l'isotopo dello stagno ^{119}Sn ($\mathscr{E} = 23,8$ keV, $T_{1/2} = 1,8 \cdot 10^{-8}$ s, $\Gamma = 2,5 \cdot 10^{-8}$ eV, $\Gamma/\mathscr{E} \approx 10^{-12}$), e anche l'isotopo ^{181}Ta ($\mathscr{E} = 6,2$ keV, $T_{1/2} = 6,8 \cdot 10^{-8}$ s, $\Gamma = 6,7 \cdot 10^{-11}$ eV, $\Gamma/\mathscr{E} \approx 10^{-14}$, $f \approx 5\%$ a temperatura ambiente). Eccezionale potere risolutivo possiede l'isotopo ^{67}Zn ($\mathscr{E} = 93$ keV, $T_{1/2} = 9,4 \cdot 10^{-6}$ s, $\Gamma \approx 5 \cdot 10^{-11}$ eV, $\Gamma/\mathscr{E} \approx 5 \cdot 10^{-16}$). Tuttavia la temperatura di Debye per ^{67}Zn è così bassa che anche alla temperatura dell'elio (circa 4 K) il coefficiente f è all'incirca lo 0,3%.

6. L'interesse fondamentale dell'effetto Mössbauer è dovuto al fatto che questo fenomeno fornisce un metodo efficace di misura di variazioni eccezionalmente piccole dell'energia le quali non possono essere misurate in nessun altro modo. Ci limitiamo a due esempi.

Mediante l'effetto Mössbauer si è riusciti a stabilire nelle condizioni di laboratorio lo *spostamento gravitazionale delle righe spettrali*, predetto dalla teoria della relatività di Einstein (cfr. § 7, e anche vol. I, § 72). Secondo questa teoria, il fotone, propagantesi verticalmente nel campo di gravità della Terra, nel percorrere la distanza h cambia la sua energia $\mathscr{E}$ di una quantità

$$\Delta\mathscr{E} = \frac{\mathscr{E}}{c^2} gh, \tag{76.8}$$

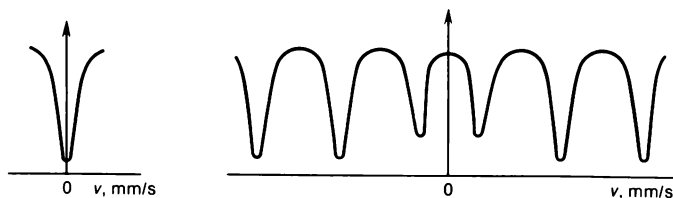



Fig. 140.

ciò che implica una variazione della sua frequenza. Nello scendere la frequenza del fotone aumenta (spostamento verso il violetto) e nel salire diminuisce (spostamento verso il rosso). R.V. Pound (n. 1919) e G.A. Rebke nel 1959 realizzarono l'esperienza corrispondente in una torre dell'Università a Harvard (h = 22,6 m) usando come sostanza l'isotopo del ferro $^{59}_{26}Fe$ raffreddato alla temperatura dell'elio liquido. In questo caso, la variazione relativa dell'energia del fotone risulta

$$\frac{\Delta\mathscr{E}}{\mathscr{E}} = \frac{gh}{c^2} \approx 2{,}46\cdot 10^{-15}$$

e quella assoluta $\Delta\mathscr{E} \approx 14\,000\cdot 2{,}46\cdot 10^{-15} \approx 3{,}4\cdot 10^{-11}$ eV, il che è circa 300 volte inferiore alla larghezza naturale della riga . Per compensare questa variazione di energia con lo spostamento Doppler occorre una velocità della sorgente $v \approx c\Delta\mathscr{E}/\mathscr{E} \approx 0{,}75$ μm/s. Per osservare con sicurezza lo spostamento gravitazionale era necessario misurare la variazione di energia con un errore $10^{-3}\,\Gamma_{nat} \approx 10^{-11}$ eV. Cionondimeno l'effetto è stato scoperto con certezza in accordo con la previsione di Einstein. Registrato in condizioni di laboratorio l'effetto era circa 10^9 volte inferiore allo spostamento gravitazionale causato dal campo di gravità del Sole, misurato con metodi astronomici. Nel 1965 l'esperienza è stata rifatta e perfezionata da R.V. Pound e Snyder.

Con i metodi della spettroscopia Mössbauer si è riusciti a scoprire l'influsso dei gusci elettronici degli atomi su processi che si svolgono all'interno dei nuclei atomici. Le righe degli spettri Mössbauer di un medesimo nucleo si spostano notevolmente e variano in larghezza al passare da una composizione chimica all'altra, al variare della struttura del reticolo cristallino, al variare della temperatura, all'applicazione e all'eliminazione di sforzi meccanici, ecc. A titolo d'esempio in fig. 140 sono rappresentati gli spettri Mössbauer dell'isotopo del ferro $^{57}_{26}Fe$ per l'acciaio inossidabile (a sinistra) e per l'ematite (a destra), Fe_2O_3. Sull'asse orizzontale è riportata la velocità della sorgente (in mm/s) rispetto all'assorbitore e sull'asse verticale l'intensità dei raggi γ passati attraverso l'assorbitore. Per l'acciaio inossidabile si ottiene una riga sola che per l'ossido ferrico Fe_2O_3 si decompone per azione del campo magnetico dei gusci elettronici in sei righe. Fra l'altro, la riga spettrale dell'acciaio inossidabile si decompone anch'essa a causa del cambiamento della struttura interna del cristallo per deformazione plastica. I metodi spettroscopici Mössbauer trovano una larga applicazione nelle ricerche di Fisica dello stato solido.

X. BREVI NOTIZIE SUI MODELLI NUCLEARI

§ 77. *Nozioni generali*

1. La necessità dei modelli nucleari è stata precisata nel § 63. Essa è determinata dalla mancanza di una teoria fisica conseguente del nucleo. La difficoltà di costruire questa teoria è dovuta, soprattutto, a una insufficiente conoscenza delle forze nucleari. Sono notevoli anche le difficoltà matematiche in quanto il nucleo è un sistema quantistico a più componenti in forte interazione. Perciò, sulla base dei principi fisici primari, è stata studiata, per ora, la struttura dei soli nuclei elementari del deuterio ^{2}H (deutone), del tritio ^{3}H (tritone) e dell'elio ^{4}He. Nel caso di nuclei più complessi la sistematizzazione dei dati sperimentali e la previsione di nuovi (almeno qualitativi) rende necessario ricorrere alla *nozione di modello.* Ogni modello ha una regione di applicabilità limitata, cioè può tendere alla descrizione approssimata di una cerchia di fenomeni più o meno larga. Fra tutta la varietà di parametri che caratterizzano il nucleo atomico, un modello tiene conto in forma schematica solo di alcuni, determinanti per la regione di applicabilità in esame, e trascura l'influenza degli altri parametri. È vero che le possibilità di scegliere parametri determinanti e la loro correttezza, in fin dei conti, vengono confermate dal confronto dei risultati cui conduce il modello accettato con i fatti sperimentali, alla spiegazione dei quali esso tende. Un modello è tanto migliore quanto più grande è il numero di fatti che esso spiega.

2. Fra i modelli del nucleo esistenti si possono distinguere quelli *a particella singola, modelli collettivi e generalizzati.* Nei modelli a particella singola si tiene conto dei gradi di libertà che descrivono il moto dei singoli nucleoni mentre in quelli collettivi vengono privilegiati i gradi di libertà che determinano il moto correlato di tutti i nucleoni. Perciò i modelli a particella singola si dicono anche *modelli a particelle indipendenti,* e quelle collettivi *modelli a interazione forte.* In accordo con la terminologia abituale della fisica dei mezzi continui, si può dire che i modelli collettivi si devono applicare nei casi in cui il percorso libero medio di ciascun nucleone è piccolo rispetto alle dimensioni del nucleo stesso. In questo caso ad avere importanza determinante sono le interazioni frequenti ed intense di ciascun

nucleone con i suoi vicini. In caso contrario, quando il percorso libero medio del nucleone è superiore alle dimensioni del nucleo, si applicano modelli a particella singola nei quali si suppone che i nucleoni si muovano indipendentemente in un campo *autocompatibile* medio. Maggiori difficoltà presenta il caso quando il percorso libero del nucleone e la dimensione del nucleo sono dello stesso ordine di grandezza.

Quindi, in accordo con le idee classiche, qualora siano usate, nei modelli a particella singola e collettivi si introducono ipotesi sul moto dei nucleoni opposte e che si escludono mutuamente. L'ammissibilità delle due ipotesi nella fisica nucleare è fondata sul fatto che il moto dei nucleoni non può essere descritto applicando semplicemente ed alla lettera le idee della fisica classica dei mezzi continui. Questo perché nel nucleo, anche in quello più pesante, non vi sono tante particelle da poter operare con esse come con un mezzo continuo e non sempre i metodi statistici sono applicabili; ma soprattutto perché il moto del nucleone nel nucleo è, prima di tutto, quantistico. Infatti, l'energia cinetica media del nucleone $\mathscr{E} \approx 25$ MeV e la massa del nucleone $m = 1{,}68 \cdot 10^{-24}$ g. A ciò corrisponde una lunghezza d'onda media di De Broglie del nucleone $\lambda = \hbar\sqrt{2m\mathscr{E}} \approx 0{,}5 \cdot 10^{-12}$ cm, cioè dell'ordine del raggio nucleare. In queste condizioni è impossibile parlare in termini classici di moto di nucleone nel nucleo.

È da notare, in particolare, che in un nucleo non eccitato, in accordo con il principio di Pauli, tutti gli stati con piccola energia, cioè i livelli più bassi, sono occupati. Essendo in moto, il nucleone deve cacciare un altro nucleone dello stesso tipo dal suo stato e prenderne il posto. Ma in accordo con la meccanica quantistica, questo scambio di posto fra nucleoni omonimi non conduce ad uno stato nuovo, il che è in disaccordo con le idee fisiche classiche. Inoltre, in alcuni modelli nucleari a particella singola, gli stati sono espressi in funzione non degli stati dei nucleoni stessi, ma di quasi-particelle. L'introduzione delle quasi-particelle, d'altra parte, corrisponde già ad una descrizione collettiva del nucleo. Da questo punto di vista, una netta divisione dei modelli nucleari in modelli a particella singola e collettivi perde di significato.

I *modelli nucleari generalizzati* sono una combinazione tra modelli a particella singola e collettivi, nel senso che tengono conto contemporaneamente dei gradi di libertà sia individuali che collettivi, importanti per un gruppo di fenomeni in esame.

Una descrizione dettagliata dei modelli nucleari con indicazione dei domini e delle frontiere di applicabilità è data in corsi di fisica nucleare speciali. Qui, nel Corso di fisica generale, possiamo trattare queste questioni in modo fugace e schematico limitandoci a rappresentazioni generali.

3. Fra i modelli nucleari collettivi il più semplice ed il primo storicamente è quello detto *a goccia*, del quale abbiamo già parlato nel § 64. Esso è stato proposto nel 1936 da Niels Bohr e indipendentemente da Ja.I. Frenkel (1894-1952). Ci limiteremo al modello a goccia nella considerazione dei mo-

delli collettivi e faremo alcune osservazioni complementari sul modello stesso.

Nel modello a goccia si suppone che il nucleo si comporti come una goccia di un liquido carico e incomprimibile. Ricorriamo alle formule (65.1) e (65.2) per determinare alcuni parametri del «liquido nucleare». Otteniamo così: la concentrazione di nucleoni nel nucleo

$$n = \frac{A}{4\pi R^3/3} = \frac{3}{4\pi r_0^3} = 0{,}87 \cdot 10^{38} \approx 10^{38} \text{ nucleoni/cm}^3,$$

la densità della materia nucleare

$$\varrho = nm \approx 1{,}45 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3,$$

dove m è la massa del nucleone e r_0 vale $1{,}4 \cdot 10^{-13}$ cm. La distanza media fra nucleoni è

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{4\pi R^3}{3A}} = \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}}\, r_0 \approx 2{,}3 \cdot 10^{-13} \text{ cm}.$$

In tal modo, se dalle nostre considerazioni escludiamo i nuclei più leggeri, allora la concentrazione di nucleoni, la densità della materia nucleare e la distanza media fra nucleoni sono praticamente uguali in tutti i nuclei. Ciò permette di supporre che il nucleo sia incomprimibile.

L'incompressibilità del «liquido nucleare» riflette il fatto che fra nucleoni esiste un'interazione molto forte, e perciò il modello a goccia appartiene al novero dei modelli collettivi. Esso in forma più semplice chiarisce il significato fisico dei primi tre termini nella formula semiempirica di Weizsäcker (64.6), la quale esprime l'energia di legame del nucleo. Gli altri due termini in questa formula — l'energia di simmetria e l'energia d'accoppiamento — non si possono interpretare sulla base del modello a goccia propriamente detto. L'energia di simmetria si collega di solito con il principio di Pauli. Dall'esistenza dell'energia di accoppiamento risulta la dipendenza delle forze d'interazione fra nucleoni dall'orientazione relativa dei loro spin. Tenendo conto di questi due termini additivi, si può affermare che il modello a goccia descrive abbastanza bene la dipendenza dell'energia media di legame del nucleo dai numeri di carica e di massa Z e A. Quanto a cambiamenti più individuali (e non medi) dell'energia di legame e di altre proprietà singole dei nuclei atomici, il modello a goccia non dà spiegazioni, e in ciò risiede uno dei suoi difetti.

4. Dal punto di vista del modello a goccia, il nucleo nello stato fondamentale dovrebbe avere forma sferica. Infatti, fino al 1950 nella fisica nucleare dominava l'idea che la simmetria sferica determinasse la forma d'equilibrio del nucleo. Tuttavia, più tardi quell'idea è stata abbandonata. Dallo studio del guscio risulta che numerosi nuclei, anche nello stato fondamentale devono avere forma non sferica, ma di ellissoide di rotazione o addirittura di ellissoide triassico (ciò non è universalmente accettato). Tali

nuclei vengono di solito chiamati *deformati.* Ma questa terminologia è poco corretta e, purtroppo, si usa tuttora. La sua non correttezza è dovuta al fatto che la forma non sferica dello stato fondamentale del nucleo è una sua proprietà intrinseca e non il risultato di un'azione deformante esterna. Nel paragrafo seguente (n. 12) parleremo di alcuni fatti che indussero a riconoscere numerosi nuclei asferici.

Secondo la teoria quantistica, data la simmetria delle particelle sferiche, non ha senso parlare di rotazione di un nucleo sfericamente simmetrico. Infatti, nei nuclei sfericamente simmetrici non si osservano livelli energetici rotazionali. Viceversa, nei nuclei sfericamente asimmetrici, questi livelli rotazionali si osservano. Essi appartengono ai livelli bassi d'eccitazione.

Altre eccitazioni del nucleo, ammissibili dal modello a goccia, sono le *deformazioni* e le *oscillazioni della superficie del nucleo.* Le oscillazioni volumetriche, data l'ipotesi dell'incompressibilità del «liquido nucleare», sono praticamente impossibili. Più semplici sono le piccole *oscillazioni di quadrupolo* del nucleo allorché la sua superficie assume alternativamente una forma di ellissoide di rotazione allungato e schiacciato. A causa di queste oscillazioni compaiono *momenti di quadrupolo.* Più complicate sono le piccole oscillazioni *di ottupolo* per cui il nucleo assume una forma a pera e un *momento di ottupolo,* e anche le oscillazioni con eccitazione di momenti di multipolo d'ordine superiore. Le oscillazioni devono essere quantizzate e l'energia d'eccitazione delle oscillazioni, come ci si aspetta, deve essere determinata dalla formula $\mathscr{E} = n\hbar\omega$, dove n è un numero quantico intero. Tuttavia, anche per numeri quantici piccoli ($n = 0, 1, 2$), i valori così ottenuti scartano di alcune volte da quanto fornisce l'esperienza. Le oscillazioni perdono armonicità per forti eccitazioni. Tali oscillazioni possono essere eccitate quando un neutrone incide sul nucleo, ad esempio, con il risultato che, a volte, il nucleo può spaccarsi in due. In questo modo il modello a goccia spiega la fissione di alcuni nuclei pesanti (cfr. cap. XIV).

Infine, nei limiti del modello a goccia, è possibile l'eccitazione di un altro tipo di oscillazione. Il nucleo è composto da una miscela di due «liquidi incompressibili», *neutroni* e *protoni.* Tali oscillazioni sono simili al *ramo ottico prodotto dalle frequenze* di oscillazione di reticoli cristallini costruiti da atomi diversi (cfr. § 56). Esse implicano nel nucleo eccitazione dei momenti di dipolo elettrici, cioè conducono alla *polarizzazione del nucleo.* Alle eccitazioni di polarizzazione corrispondono energie sufficientemente alte, di circa 15-20 MeV per i nuclei pesanti e di 20-25 MeV per i nuclei leggeri.

§ 78. *Modello a shell del nucleo*

1. Fra i modelli nucleari a particella singola il più importante è quello *a shell.* Si trova che il nucleo gode di una periodicità analoga a quella degli atomi, che ha portato alla costruzione del sistema periodico di Mendeleev.

I nuclei contenenti un numero magico di neutroni o di protoni (2, 8, 20, 50, 82 e 126 per i neutroni) e, in particolare, i nuclei doppiamente magici sono contraddistinti, rispetto agli altri, da una stabilità particolare. Inoltre, per i nuclei contenenti un numero magico di protoni, una caratteristica è data dalla distribuzione sfericamente simmetrica delle cariche negli stati fondamentali, cioè quando non esistono momenti di quadrupolo elettrico. Da questo punto di vista i nuclei magici ricordano gli atomi dei gas inerti, caratterizzati da simmetria sferica, da passività chimica e, come conseguenza, maggiore energia di ionizzazione. Tuttavia i numeri di carica degli atomi inerti ($Z = 2, 10, 18, 36, 54, 86$), ad eccezione di $Z = 2$, non corrispondono con i numeri magici dei nuclei.

2. Le proprietà magiche dei nuclei si manifestano soprattutto nel fatto che l'energia d'associazione dell'ultimo nucleone (uguale all'energia di estrazione), nella formazione di un nucleo magico, è anomalmente grande rispetto all'energia d'associazione dell'ultimo nucleone per i nuclei precedenti e consecutivi vicini. Consideriamo, a titolo d'esempio, la serie dei nuclei più leggeri: ${}^1_1H$, ${}^2_1H$, ${}^3_2He$, ${}^4_2He$ ciascuno dei quali si ottiene dal precedente per associazione di un neutrone o di un protone. Si trova che, in questo caso, le energie d'associazione di un nucleone al nucleo precedente sono uguali rispettivamente a 2,2; 5,5; 20,6 MeV, cioè aumentano bruscamente se ci si avvicina al nucleo doppiamente magico ${}^4_2He$ ($Z = N = 2$). Tuttavia per l'ulteriore associazione al nucleo ${}^4_2He$ di un neutrone o di un protone, cioè per il formarsi dei nuclei ${}^5_2He$ e ${}^5_3Li$, in ambedue i casi l'energia d'associazione è negativa in modo che i nuclei ${}^5_2He$ e ${}^5_3Li$ sono instabili e non si incontrano in natura (cfr. § 64, problema 5). Una stabilità particolare del nucleo doppiamente magico ${}^4_2He$ si manifesta anche nel fatto che questi nuclei (particelle α) vengono emessi per decadimento α.

L'aumento dell'energia d'associazione dell'ultimo nucleone quando ci si avvicina al nucleo magico ha luogo anche per altri nuclei, anche se per i nuclei pesanti questo fenomeno non si manifesta così bruscamente come per i nuclei leggeri. Nell'illustrare questo aumento bisogna tener presente una solidità elevata dei nuclei stabili con numeri pari di nucleoni di un determinato tipo rispetto a quelli con numero dispari di nucleoni dello stesso tipo. Siccome tutti i numeri magici sono pari, si devono confrontare i soli nuclei con numero pari di protoni o con numero pari di neutroni. A titolo d'esempio osserviamo che l'energia d'associazione di un protone ai nuclei pari-pari ${}^8_4Be$ e ${}^{12}_6C$ è rispettivamente di $-0,18$ e $+1,9$ MeV, mentre per il nucleo magico ${}^{16}_8O$ l'energia d'associazione di un protone (per cui si crea il nucleo ${}^{17}_9F$) è minima e vale 0,6 MeV. Un quadro analogo si osserva anche nel caso dell'associazione del neutrone agli stessi nuclei. Da questi fatti risulta quanto sia elevata la solidità del nucleo magico ${}^{16}_8O$ rispetto agli altri nuclei pari-pari vicini.

Nel caso dei nuclei stabili pesanti, quando i numeri Z e N differiscono notevolmente l'uno dall'altro, si devono confrontare nuclei con un numero

pari di protoni e uno stesso numero di neutroni o nuclei con un numero pari di neutroni e uno stesso numero di protoni. Così, nel passare da $Z = 80$ al numero magico $Z = 82$ l'energia d'associazione del protone per tutti gli N bruscamente cala, un fatto che parla di stabilità elevata del nucleo con il numero magico di protoni $Z = 82$. Un fenomeno analogo si verifica nell'intorno del numero magico $N = 126$. Anche qui l'energia d'associazione del neutrone al nucleo per tutti gli Z diminuisce bruscamente al passare dal nucleo con $N = 124$ al nucleo magico con $N = 126$.

3. Le proprietà magiche dei nuclei si manifestano anche nella diffusione relativa degli elementi chimici. Sono maggiormente diffusi i nuclei stabili con Z ed N uguali a numeri magici rispetto ai nuclei con valori pari vicini a questi numeri. Per $Z = 20$ ($_{20}Ca$), ad esempio esistono cinque isotopi stabili per i quali il numero N di neutroni è pari. Come è stato già detto precedentemente, si devono confrontare nuclei nei quali N o Z differiscono dal numero magico di due unità poiché i nuclei pari-pari godono di stabilità maggiore e perciò sono più diffusi in natura. Per $Z = 18$ e per $Z = 22$ il numero di nuclei stabili con N pari è uguale a 3. La singolarità della zona attorno a $Z = 20$ si manifesta persino nei nuclei con numero di massa dispari poiché per $N = 19$ o $N = 21$ non esiste nessun nucleo stabile. L'isotopo esistente $^{40}_{19}K$ ($Z = 19$, $N = 21$) è radioattivo e possiede un periodo di dimezzamento molto grande ($1{,}4 \cdot 10^9$ anni). Le proprietà magiche si rivelano anche per i neutroni, cioè per $N = 20$. Esistono cinque isotopi per $N = 20$, due per $N = 18$ e due per $N = 22$.

L'argomentazione del tipo citato nel caso di $N = 50$ è poco convincente, ma esistono anche altri motivi. Per $N = 82$ l'argomentazione precedente diviene di nuòvo valida. Esistono 7 nuclei stabili con $N = 82$, tre per $N = 80$ e due per $N = 84$. Lo stagno ($Z = 50$) ha il maggior numero di isotopi stabili (10) dei quali tre sono con A dispari. Ma come nel caso di $N = 50$ questo non può essere considerato come un argomento abbastanza convincente in quanto il cadmio ($Z = 48$) e il tellurio ($Z = 52$) hanno ciascuno otto isotopi.

L'ultimo nucleo stabile con $Z = N$ è quello doppiamente magico di $^{40}_{20}Ca$. Il suo contenuto nella miscela naturale di calcio copre il 97%. Il nucleo precedente pari-pari con $Z = N$ ($^{36}_{18}Ar$) nella miscela naturale di isotopi dell'argon copre solo lo 0,34%, e il nucleo seguente pari-pari di $^{44}_{22}Ti$ non si trova in natura fra gli isotopi del titanio.

Fra gli isotopi di un elemento in esame il più diffuso è di solito quello con il valore medio del numero di massa A. Fanno eccezione casi in cui, fra gli isotopi dell'elemento, esistono quelli contenenti numeri magici di neutroni $N = 50$ o $N = 82$. In questi casi, di regola, i più diffusi sono gli isotopi con $N = 50$ e $N = 82$ indipendentemente dal numero di massa A.

4. Vale la seguente regola generale: se l'isotopo stabile più pesante (o più leggero) dell'elemento con Z pari ha N neutroni, l'isotopo stabile più pesante (o più leggero) dell'elemento con numero di carica $Z + 2$ ha non

meno di $N + 2$ neutroni. Tuttavia esistono cinque eccezioni a questa regola nelle quali i nuclei del tipo indicato hanno un medesimo numero di neutroni. Tali sono tre coppie dei più pesanti fra gli isotopi confrontati: ${}^{48}_{20}Ca - {}^{50}_{22}Ti$, ${}^{86}_{36}Kr - {}^{88}_{38}Sr$, ${}^{136}_{54}Xe - {}^{138}_{56}Ba$ e due coppie degli isotopi più leggeri: ${}^{90}_{40}Zr - {}^{92}_{42}Mo$ e ${}^{142}_{60}Nd - {}^{144}_{62}Sm$. Nei nuclei della prima coppia $N = 28$, nella seconda e nella quarta coppia $N = 50$ e nelle altre coppie $N = 82$. L'esistenza di queste eccezioni indica che i neutroni 29-esimo, 51-esimo e 83-esimo hanno un legame più debole dell'ordinario, mentre il 28-esimo, il 50-esimo e l'82-esimo hanno un legame più forte. Ma gli ultimi due numeri sono magici e anche il numero 28 spesso è considerato magico per i neutroni.

5. Notiamo infine alcune caratteristiche dei decadimenti α e β.

1) Le tre serie radioattive che si incontrano in natura terminano con il piombo ${}_{82}Pb$, cioè con un elemento di numero magico $Z = 82$. I nuclei con $Z < 82$ che si trovano in natura, di regola, sono stabili.

2) L'energia delle particelle α emesse aumenta all'aumentare di Z, in accordo con la formula semiempirica di Weizsäcker. Fanno eccezione i nuclei con $Z = 84$, $N = 84$, $N = 128$ i quali per decadimento α si trasformano in nuclei magici con $Z = 82$, $N = 82$, $N = 126$ emettendo particelle α di energia più grande rispetto ai nuclei vicini. Gli isotopi del polonio ${}^{210}_{84}Po$ e ${}^{212}_{84}Po$ emettono anche particelle α di lungo percorso.

3) Risultati analoghi sono validi per l'energia massima degli elettroni emessi per decadimento β. Questa energia presenta un massimo per decadimenti β che portano a nuclei magici e un minimo per decadimenti β dei nuclei magici stessi.

6. Si potrebbero dare altre argomentazioni dell'esistenza dei nuclei magici, ma non lo faremo. È il modello a shell del nucleo a tentare di spiegare la ripetizione periodica delle proprietà dei nuclei atomici e numerosi altri fatti sperimentali. Esso è costruito analogamente alla teoria del sistema periodico degli elementi chimici. Quest'ultimo, come è noto, suppone che abbia senso parlare dello stato non soltanto dell'intero guscio elettronico ma anche di *ciascun singolo elettrone*. Ciascun elettrone si muove indipendentemente nel *campo simmetrico centrale autocompatibile* come se fra gli elettroni non esistesse nessuna interazione. In realtà l'interazione esiste e non è per niente debole. Ma di essa si tiene conto efficacemente mediante il campo autocompatibile. Quest'ultimo è creato dal campo coulombiano del nucleo e dal campo elettrico medio di tutti gli elettroni, tranne quello considerato. Ciò garantisce una indipendenza del moto elettronico tale per cui si conserva l'energia e, in virtù della simmetria centrale del campo, anche il momento della quantità di moto di ogni singolo elettrone, animato da moto orbitale. Questo fatto, a sua volta, dà la possibilità di caratterizzare lo stato di ciascun elettrone mediante numeri quantici, consentendo la costruzione del sistema periodico degli elementi. Anche se questo metodo di considerare l'interazione degli elettroni nell'atomo non sembra logica-

mente del tutto conseguente, nella costruzione della teoria del sistema periodico degli elementi esso conduce a risultati corretti. La ragione di questa circostanza è stata già trattata nel § 47.

Sembrerebbe a prima vista impossibile costruire una teoria del nucleo secondo uno schema analogo. Primo, perché il nucleo non ha un centro di forza che produca un campo simmetrico centrale autocompatibile in cui si possano muovere i nucleoni. Secondo, a differenza dei gusci atomici dove gli elettroni sono mutuamente lontani, nel nucleo i nucleoni sono collocati molto densamente (la loro concentrazione nel nucleo $n \approx 10^{38}$ nucleoni/cm^3) e le forze nucleari agenti fra i nucleoni sono molto grandi. Queste sono le ragioni per cui il cammino libero medio del nucleone nel nucleo tra un urto e l'altro, determinato in modo classico, è dell'ordine delle dimensioni del nucleo stesso e anche più piccolo. A queste condizioni, sembrerebbe che non abbia senso parlare di moto orbitale indipendente regolare dei nucleoni nel nucleo.

Tuttavia, come è stato osservato già nel paragrafo precedente, si deve tener conto della circostanza seguente. Nel nucleo non eccitato i nucleoni occupano tutti gli stati energetici più bassi, mentre il principio di Pauli non permette a due nucleoni identici, di trovarsi in un medesimo stato quantico (poiché lo spin del nucleone vale 1/2). Nella collisione tra due nucleoni uno di essi deve perdere energia e passare ad uno stato energeticamente più basso. Ma questo processo è impossibile in quanto nel nucleo non eccitato tutti questi stati sono già occupati. Dato che la perdita di energia non si può verificare, i nucleoni collidenti si scambiano semplicemente di posto, e ciò, come è stato sottolineato nel paragrafo precedente, non cambia lo stato del nucleo, come se non fosse avvenuta nessuna collisione. Ne risulta che, se il nucleo si trova nello stato fondamentale tutto procede come se il cammino libero medio del nucleone fosse maggiore, anche di molte volte, delle dimensioni del nucleo stesso. In questo caso si può supporre come approssimazione zero che il moto dei nucleoni nel nucleo sia indipendente. (Questa conclusione è valida anche per le quasi-particelle.) L'interazione forte fra nucleoni e il piccolo raggio d'azione delle forze nucleari permette di sperare che sia possibile introdurre un campo nucleonico a simmetria centrale nel quale, in approssimazione zero, i nucleoni si muovono indipendentemente.

7. L'infondatezza delle considerazioni precedenti non garantisce, ovviamente, nessuna sicurezza alla teoria costruita sulla loro base, cioè al modello a shell del nucleo in questione. Cionondimeno questo modello è stato costruito. In esso le forze reali agenti fra i nucleoni sono sostituite da un campo autocompatibile nel quale i nucleoni sono animati da un moto indipendente. È ovvio che il modello a shell del nucleo, per fondatezza e risultati, cede notevolmente alla teoria del sistema periodico degli elementi. La ragione di questo fatto risulta con chiarezza da quanto detto precedentemente. Un'altra ragione è dovuta al fatto che, a differenza dell'atomo in cui agiscono forze elettriche studiate in dettaglio, le forze agenti fra i nucleoni

sono studiate ancora in modo insufficiente. Perciò siamo costretti a considerare empiricamente il campo autocompatibile nel nucleo attenendoci alla sola condizione di poter concordare nel modo migliore i risultati del modello a shell con i fatti sperimentali. Una concordanza approssimativa dei risultati forniti dal modello a shell con dati sperimentali deve essere considerata infatti come l'unica argomentazione propriamente detta che giustifica questo modello.

Tenendo conto delle interazioni elettriche fra i nucleoni il campo autocompatibile deve essere considerato diversamente per protoni e neutroni. Tuttavia, come è stato già detto, le forze nucleari fra protoni sono uguali a quelle fra neutroni. I protoni differiscono dai neutroni per forze di repulsione elettriche complementari. Queste ultime, alle distanze alle quali agiscono le forze nucleari, sono più deboli di centinaia di volte. Le forze elettriche, grazie al loro carattere d'azione a lunga distanza, possono essere sensibili soltanto per i nuclei più pesanti. Perciò, in prima approssimazione si può tener conto delle sole forze nucleari trascurando quelle elettriche. In questa approssimazione i campi autocompatibili per neutroni e protoni sono uguali, il che si manifesta, come risulta dall'esperienza, nella coincidenza dei numeri magici dei protoni con quelli dei neutroni. Perciò nel seguito parleremo di *campo autocompatibile nucleonico* quando con nucleone si può intendere sia protone che neutrone.

8. La sostituzione delle forze reali con un campo autocompatibile uguale per tutti i nucleoni riduce il problema a molti corpi ad un problema ad *una sola particella* in moto in questo campo autocompatibile. Il potenziale nucleonico corrispondente a detto campo, come è stato osservato precedentemente, deve essere scelto in base a considerazioni empiriche. Prima di tutto, per i nuclei sferici il potenziale nucleonico autocompatibile $V(r)$ deve avere simmetria sferica. A causa della piccolezza del raggio d'azione delle forze nucleari il potenziale $V(r)$ deve variare a seconda della distanza r dal centro del nucleo approssimativamente come la densità della materia nucleare (cfr. § 65). Per i nuclei medi e pesanti si suppone che $V(r)$ sia approssimativamente costante all'interno del nucleo mentre verso la frontiera diminuisca piuttosto rapidamente (ma con continuità) fino a zero. Per i nuclei leggeri il potenziale autocompatibile ha una forma simile al potenziale dell'oscillatore tridimensionale, vale a dire che all'interno del nucleo il potenziale $V(r)$ è rappresentato dalla formula approssimata $V(r) = \frac{1}{2} kr^2$ con k costante. È ovvio che all'esterno del nucleo $V(r) = 0$. La curva di fig. 141 rappresenta la forma del potenziale nucleonico autocompatibile usato empiricamente.

Scelto il potenziale nucleonico autocompatibile il problema si riduce alla soluzione dell'equazione di Schrödinger per una sola particella. Vediamo prima a quali numeri magici conduce l'ipotesi che $V(r)$ sia rappresentato dal potenziale dell'oscillatore armonico tridimensionale, cioè che

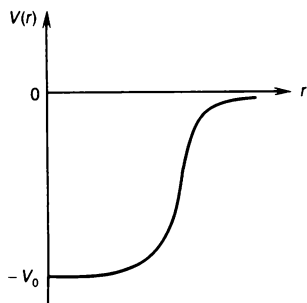



Fig. 141.

all'interno del nucleo $V = (1/2)kr^2$ e all'esterno del nucleo $V = 0$. Presentando V nella forma $V = (1/2)k(x^2 + y^2 + z^2)$ vediamo che nell'equazione di Schrödinger le variabili x, y, z sono separabili, di modo che si devono risolvere tre equazioni di Schrödinger per l'oscillatore armonico unidimensionale, le quali differiscono l'una dall'altra per la sola notazione delle variabili indipendenti. L'energia dell'oscillatore armonico unidimensionale nello stato stazionario è $\mathscr{E}_x = (n_x + 1/2)\hbar\omega$, e analogamente per le variabili y e z. L'energia totale dell'oscillatore tridimensionale si scrive nella forma $\mathscr{E} = \mathscr{E}_x + \mathscr{E}_y + \mathscr{E}_z = (n + 3/2)\hbar\omega$, dove $n = n_x + n_y + n_z$ e, inoltre, tutti i numeri quantici n_x, n_y, n_z possono assumere esclusivamente valori interi positivi e zero ($n = 0$). Quel che più importa per il problema in questione è che i livelli energetici dell'oscillatore tridimensionale sono degeneri. Il grado di degenerazione (senza spin) vale $(1/2)(n + 1)(n + 2)$. In particolare, per $n = 1$ la degenerazione è tripla. Allo stesso n corrispondono diversi stati che differiscono mutuamente per i valori dei numeri quantici n_x, n_y, n_z (e anche della proiezione dello spin che può valere sia $+1/2$ che $-1/2$). I possibili stati (a prescindere dallo spin) sono dati nella tavola 11 per $n = 0$, 1, 2. La tavola può essere facilmente allungata per n più grandi.

È naturale supporre che ad ogni valore di n corrisponda un guscio del nucleo. Se si tiene conto dello spin il numero di stati deve essere raddoppiato. Perciò nel modello dell'oscillatore armonico tridimensionale il numero di nucleoni nei gusci consecutivi deve avere i seguenti valori: 2, 6, 12, 20, 30, 42. I numeri magici corrispondenti si ottengono aggiungendo a ciascuno di questi numeri la somma dei precedenti. Quindi, data la forma del potenziale, i numeri magici devono valere 2, 8, 20, 40, 70, 112. I primi tre numeri coincidono con quelli stabiliti sperimentalmente. Ma gli altri differiscono dai numeri magici 50, 82, 126 sperimentalmente determinati.

9. La divergenza indicata viene attribuita in modo naturale alla forma non del tutto corretta del potenziale nucleonico autocompatibile ed anche

Tavola 11

n	n_x	n_y	n_z	Numero di stati nel guscio
0	0	0	0	1
1	1 0 0	0 1 0	0 0 1	3
2	2 0 0 1 0 1	0 2 0 1 1 0	0 0 2 0 1 1	6

perché non si è tenuto conto del legame ls. Con un'altra forma del potenziale in questione, non si ha più la separazione delle variabili in coordinate cartesiane nella soluzione dell'equazione di Schrödinger. Ma la separazione delle variabili resta nel sistema di coordinate sferiche, indipendentemente dalla forma del potenziale nucleonico autocompatibile; quel che importa è che quest'ultimo abbia simmetria sferica. In questo caso gli stati stazionari possibili del nucleone si possono caratterizzare allo stesso modo di quelli degli atomi monoelettronici, e precisamente mediante quattro numeri quantici: il numero quantico principale n, il numero quantico orbitale l, il numero quantico j del momento totale, che rappresenta la somma dei momenti di spin e orbitale, e il numero quantico m_j, che determina la proiezione del momento totale sulla direzione in esame. La possibilità di una siffatta descrizione del nucleone è garantita dalla simmetria sferica del potenziale nucleonico autocompatibile, in virtù della quale si conservano per ogni nucleone il momento orbitale e il momento totale di quantità di moto.

Il numero quantico principale n può assumere valori numerici interi 1, 2, 3, ... Esso supera di uno il numero di nodi della funzione d'onda radiale del nucleo. In particolare, per $n = 1$ la funzione d'onda radiale non ha nodi. Di conseguenza, nel caso del nucleo il numero quantico principale ha un altro significato che nella fisica atomica. (Nel caso dell'atomo il numero quantico che determina il numero di nodi della funzione d'onda radiale si dice radiale e si denota con n_r, mentre il numero quantico principale è dato dall'espressione $n = n_r + l + 1$.) Come nella spettroscopia atomica, gli stati con $l = 0, 1, 2, 3, \ldots$ si indicano rispettivamente con s, p, d, f e così via in ordine alfabetico. Il numero j, per $l \neq 0$ assegnato, può assumere due valori: $l + 1/2$ e $l - 1/2$ a seconda dell'orientazione dello spin del nucleone lungo o contro la direzione del momento orbitale. Per $l = 0$ è possibile l'unico valore $j = 1/2$. Per j assegnato il numero quantico m_j può assumere

tutti i valori: $-j$, $-(j-1)$, ... , $+(j-1)$, $+j$, cioè in tutto $2j+1$ valori.

Per indicare gli stati stazionari dei nucleoni si usano simboli analoghi a quelli della fisica atomica. Al primo posto quale coefficiente si scrive il numero quantico n, in seguito (per la determinazione di l) si scrive una delle lettere s, p, d, ... con indice inferiore esprimente il numero quantico j. Il simbolo $2d_{5/2}$, ad esempio, indica lo stato nel quale $n = 2$, $l = 2$ e $j = 5/2$. Osserviamo intanto che, in virtù della simmetria sferica del potenziale nucleonico autocompatibile, l'energia del nucleone è indipendente dal numero quantico m_j.

10. Nello stato imperturbato di un nucleo con numero di protoni Z e numero di neutroni N, in accordo con il principio di Pauli, devono essere occupati tutti gli Z stati protonici e tutti gli N stati neutronici energeticamente più bassi. Poiché l'energia è indipendente da m_j, ciascun livello energetico è caratterizzato dai numeri quantici n, l e j. I livelli energetici del nucleone, come richiede l'esperienza, devono essere raggruppati in *gusci*. Si chiama guscio un insieme di livelli energeticamente vicini separato dal guscio vicino da un intervallo energetico che supera notevolmente in grandezza le distanze fra i livelli energetici all'interno del guscio stesso. I nuclei con gusci protonico e neutronico completamente riempiti sono *magici*. Infatti, nei nuclei con gusci nucleonici completamente pieni deve verificarsi un brusco aumento dell'energia di separazione del nucleone dal nucleo. E questa è la proprietà che distingue i nuclei magici da tutti gli altri nuclei. La non coincidenza dei numeri magici con i numeri ordinali degli atomi dei gas nobili, nei quali i gusci elettronici sono anch'essi completi, è dovuta alla differenza del campo autocompatibile del nucleo dal corrispondente campo del guscio elettronico dell'atomo.

Il potenziale nucleonico autocompatibile deve essere tale da ottenere una struttura a shell corrispondente ai dati sperimentali. In questo caso non è sufficiente limitarsi alla dipendenza del campo autocompatibile dal raggio r. Si deve anche tener conto dell'interazione spin-orbita, un fatto al quale nel 1949 rivolsero attenzione indipendentemente ed elaborarono quantitativamente la questione M. Goeppert-Mayer (1906-1972) e J.H.D. Jensen (1907-1973). Lo spin del nucleone può essere diretto sia lungo il momento orbitale sia contrariamente ad esso. Nel primo caso i livelli energetici si abbassano, e nel secondo caso si alzano. Questo spostamento deve essere scelto tale che si crei la successione corretta dei numeri magici osservati, ciò che fecero Goeppert-Mayer e Jensen. L'interazione spin-orbita viene espressa matematicamente con un operatore di Hamilton $\hat{\mathscr{H}}$ appropriato nell'equazione di Schrödinger $\hat{\mathscr{H}}\psi = \mathscr{E}\psi$. Questo hamiltoniano è dato da

$$\hat{\mathscr{H}} = V(r) + U(r)\boldsymbol{sl}, \tag{78.1}$$

dove $\boldsymbol{s}$ è il vettore spin del nucleone e $\boldsymbol{l}$ il momento orbitale. Come è stato notato precedentemente, i vettori $\boldsymbol{s}$ e $\boldsymbol{l}$ possono essere paralleli o antiparalleli. Il potenziale $V(r)$ è rappresentato schematicamente in fig. 141. Esso ha

la forma di una buca con il fondo praticamente piano che sale rapidamente in prossimità della sua frontiera e in seguito si annulla rapidamente e in modo piano; $U(r)$ è un potenziale a simmetria centrale, più debole del potenziale $V(r)$. Per analogia con l'atomo, si suole porre

$$U(r) = b \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r}, \tag{78.2}$$

dove b si dice *costante di interazione spin-orbita.* Il modello a shell è stato elaborato sulla base di un potenziale nucleonico autocompatibile della forma (78.2).

11. La disposizione dei livelli energetici del nucleone, ottenuta mediante la soluzione dell'equazione di Schrödinger con un hamiltoniano (78.1) scelto empiricamente, è rappresentata nella tavola 12. In ciascuna riga sono dati gli stati dei nucleoni appartenenti a un guscio. Le energie di ciascun stato (negative) crescono da sinistra a destra. L'enumerazione dei gusci inizia dal guscio I e cresce per quelli successivi. Nella penultima colonna viene riportato il numero di nucleoni in ciascun stato (determinato dal numero j) e in ciascun guscio, e nell'ultima colonna il numero totale di nucleoni (protoni e neutroni separatemente) in un nucleo che possiede l'ultimo guscio completamente riempito. La disposizione dei livelli energetici e il loro raggruppamento in gusci sono rappresentati anche in fig. 142. Il calcolo dell'energia in fig. 142 inizia dal fondo della buca di potenziale. La tavola e la figura indicate si riferiscono a qualsiasi tipo di nucleoni: sia protoni che neutroni. È da tener presente la suddivisione del livello con dato l in due sottolivelli con $j = l + 1/2$ e $j = l - 1/2$, determinata dall'interazione spin-orbita. Questa separazione cresce all'aumentare del numero quantico l. Già per $l = 3$ la separazione dello stato $1f$ in stati $1f_{7/2}$ e $1f_{5/2}$ è così notevole da evidenziare una elevata stabilità del nucleo con numero di nucleoni 28. Perciò talvolta nella considerazione di alcune proprietà nucleari il numero 28 viene assegnato alla categoria dei numeri magici benché con esso non si completi alcun guscio protonico o neutronico. Poiché la considerazione dei potenziali empirici $V(r)$ e $U(r)$ è poco determinata nell'operatore di Hamilton (78.1) la distribuzione degli stati quantistici in livelli energetici differisce un po'nei vari testi della letteratura specialistica. Diamo qui una delle distribuzioni possibili.

Il successo del modello a shell del nucleo nella spiegazione dei numeri magici storicamente è stata la prima e più importante argomentazione in favore del riconoscimento di questo modello. Ma esso spiega anche alcuni altri fatti fra i quali, ad esempio, la previsione degli spin e della parità dei nuclei, nonché il calcolo dei loro momenti magnetici. Non ci soffermeremo su queste questioni. Ma ci sono ancora numerosi fatti non chiariti nel modello a shell stesso. Questo è del tutto naturale se si tiene conto del suo carattere empirico e della insufficiente fondatezza delle sue tesi iniziali.

Fig. 142.

La tavola 12 termina con il sesto guscio neutronico. La questione sull'esistenza di gusci d'ordine più elevato resta aperta in quanto tali gusci appartengono a nuclei transuranici ancora non ottenuti, e non si sa se in generale saranno ottenuti. Inoltre, bisogna tener presente che, all'aumentare dei numeri di massa, aumenta il numero di livelli energetici che devono formare un guscio, ma al tempo stesso diminuisce l'intervallo fra gusci vicini. Perciò per numeri di massa sufficientemente grandi, anche se i nuclei transuranici corrispondenti saranno ottenuti, l'idea stessa della struttura a shell del nucleo può perdere significato. Per un guscio di ordine inferiore, i valori dei numeri magici, per un potenziale autocompatibile scelto in modo appropriato, quasi non dipendono dalla forma di quest'ultimo. Per gusci di ordine superiore la previsione dei valori dei numeri magici non è univoca poiché all'aumentare dell'indice numerico del guscio l'ordine di occupazione diviene più sensibile a particolari sottili della forma dei potenziali autocompatibili protonico e neutronico. Ciononondimeno, si fanno tentativi per predire valori dei numeri magici per i gusci ipotetici: il sesto protonico

Gusci	Stati	Numero di nucleoni nel guscio	Numero di nucleoni nel nucleo
I	$1s_{1/2}$	2	2
II	$1p_{3/2}1p_{1/2}$	4 + 2 = 6	8
III	$1d_{5/2}1d_{3/2}2s_{1/2}$	6 + 4 + 2 = 12	20
IV	$1f_{7/2}1f_{5/2}2p_{3/2}2p_{1/2}1g_{3/2}$	8 + 6 + 4 + 2 + 10 = 30	50
V	$1g_{7/2}2d_{5/2}1h_{11/2}2d_{3/2}3s_{1/2}$	8 + 6 + 12 + 4 + 2 = 32	82
VI	$2f_{7/2}1h_{9/2}1i_{13/2}3p_{3/2}2f_{5/2}3p_{1/2}$	8 + 10 + 14 + 4 + 6 + 2 = 44	126

e il settimo neutronico. Il valore più probabile del numero magico per il sesto guscio protonico è $Z = 114$, e per il settimo guscio neutronico $N = 284$. Il numero magico $Z = 114$ non coincide con il numero magico $N = 126$ per lo stesso sesto guscio neutronico. Ciò è dovuto all'esistenza del potenziale coulombiano nel caso dei protoni. Si prevede che la durata di vita media dell'elemento transuranico con $Z = 114$, qualora venga ottenuto, sia di molti ordini di grandezza superiore alla durata di vita media degli elementi transuranici vicini. Questo nuovo elemento, probabilmente, si comporterà praticamente come elemento stabile e avrà un'applicazione tecnico-scientifica. La questione resta tuttora aperta.

12. Terminiamo il presente capitolo con una breve introduzione al cosiddetto modello generalizzato del nucleo, originariamente proposto da Rainwater (n. 1917) ed in seguito elaborato da Aage Bohr (n. 1922) e B. Mottelson (n. 1926). Nel modello generalizzato si suppone che il nucleo sia composto da una parte stabile interna, l'ossatura, formata da nucleoni dei gusci completi, e da nucleoni esterni che si muovono nel campo creato dall'ossatura. Il moto dell'ossatura è descritto dal modello collettivo. Tuttavia, a causa della presenza dei nucleoni esterni, l'ossatura può oscillare cambiando forma. Queste oscillazioni cambiano anche il campo dell'ossatura nel quale si muovono i nucleoni esterni. Secondo il modello a shell a una particella il momento di quadrupolo elettrico del nucleo è determinato totalmente dallo stato di moto del nucleone esterno. Perciò in questo modello esso non può superare in modulo circa 10^{-23} cm^2 per tutti i nuclei con numero dispari di protoni e deve annullarsi per tutti i nuclei con numero dispari di neutroni. Ma in realtà esistono nuclei con numero dispari di neutroni il cui momento di quadrupolo elettrico supera di decine di volte il momento di quadrupolo di un protone. Nei nuclei ^{235}U e ^{233}U, ad esempio, con numeri di neutroni 143 e 141 rispettivamente, i momenti di quadrupolo valgono $9 \cdot 10^{-21}$ cm^2 e $14 \cdot 10^{-21}$ cm^2. Molto grandi sono i momenti di quadrupolo elettrici di numerosi nuclei con numero dispari di protoni. Il modello generalizzato attribuisce i grandi valori dei momenti di quadru-

polo di alcuni nuclei ad una forte deformazione dell'ossatura causata dai nucleoni esterni. Come risultato l'ossatura diviene asferica e assume la forma di un ellissoide triassico allungato o schiacciato. Il modello generalizzato ha permesso di classificare i livelli energetici del nucleo introducendo la nozione di livelli nucleari individuali (legati all'eccitazione dei nucleoni esterni) e collettivi (rotazionali e oscillatori legati all'eccitazione dell'ossatura), di determinare le energie dei livelli, lo spin e la parità.

XI. PASSAGGIO DI PARTICELLE CARICHE E DI QUANTI GAMMA NELLA MATERIA

§ 79. *Introduzione*

Nel presente capitolo viene trattato il passaggio nella materia di particelle cariche e di quanti γ e X di alta energia, cioè di energia tale da superare di molti ordini di grandezza il valor medio del potenziale di ionizzazione dell'elettrone nel guscio elettronico dell'atomo. L'interesse pratico maggiore per la fisica nucleare riguarda l'intervallo di energia compreso tra qualche keV fino a circa 10 MeV.

Malgrado la complessita straordinaria del passaggio delle particelle considerate attraverso la materia questo processo può essere calcolato in modo relativamente preciso. Ciò è dovuto, prima di tutto, al fatto che nel passaggio di particelle cariche e di quanti gamma e X attraverso la materia intervengono le ben studiate interazioni elettromagnetiche. Nella maggioranza dei casi il ruolo delle interazioni nucleari è relativamente piccolo a causa del corto raggio d'azione delle forze nucleari ed anche perché nella materia gli elettroni superano notevolmente in quantità i nuclei atomici. Perciò i calcoli in questione si riferiscono piuttosto alla fisica atomica e non nucleare. Ma essi sono importanti per la fisica nucleare in quanto hanno a che fare con alte energie delle particelle cariche e dei quanti γ. Inoltre, le alte energie delle particelle cariche e dei quanti γ spesso permettono di trascurare l'energia di legame degli elettroni nei gusci elettronici, supponendoli liberi. Persino nei casi in cui un calcolo preciso del processo di passaggio attraverso la materia fosse praticamente impossibile per la sua complessità e le grandezze indispensabili si debbano introdurre sperimentalmente, una precisazione qualitativa dei fenomeni consente di determinare quali costanti si debbano trovare empiricamente.

Le particelle vengono suddivise in varie classi secondo il meccanismo del passaggio attraverso la materia: 1) *particelle cariche leggere* (elettroni e positroni), 2) *particelle cariche pesanti* (cioè tutte le particelle cariche, tranne elettroni e positroni), 3) *quanti* γ.

I neutroni interagiscono esclusivamente con i nuclei atomici mediante forze nucleari, e perciò il loro passaggio attraverso la materia verrà trattato nel cap. XIV. Il neutrino è soggetto alle sole interazioni deboli e perciò può

percorrere distanze di ordine astronomico anche attraversando la materia.

La conoscenza delle leggi che regolano il passaggio nella materia delle particelle cariche e dei quanti γ è indispensabile per capire il funzionamento degli apparecchi che si applicano per la registrazione e lo studio di queste particelle; indispensabile anche per il calcolo dello spessore dei mezzi di protezione dalle radiazioni nucleari nella ricerca scientifica, nell'energetica atomica e in tutte le altre applicazioni della fisica nucleare.

§ 80. *Passaggio di particelle cariche pesanti attraverso la materia*

1. Una particella carica pesante di massa M e di alta energia interagisce mediante il suo campo elettrico con i campi elettrici degli elettroni e dei nuclei atomici. Essa *ionizza* o *eccita gli atomi.* Esiste inoltre un'interazione nucleare propriamente detta con il *nucleo atomico.* In questi processi l'energia della particella si consuma e il suo moto rallenta. Quando la particella è carica positivamente, essa rallentando comincia a catturare intensamente elettroni dagli atomi del mezzo circostante. Come risultato essa si trasforma in *ione* o *atomo neutro* ed entra in equilibrio termico con il mezzo circostante. La stessa sorte subisce una particella veloce carica negativamente: il suo moto regolare attraverso il mezzo cessa e il suo cammino s'interrompe. Ma non consideriamo qui i processi subiti dalla particella alla fine del suo cammino. Non consideriamo neppure le trasformazioni nucleari cui può essere soggetta la particella in moto per collisioni con i nuclei atomici del mezzo circostante, poiche in virtu del corto raggio d'azione delle forze nucleari queste trasformazioni sono di gran lunga più rare di processi determinati dalle forze coulombiane. Osserviamo soltanto che per gli adroni di grande energia il ruolo fondamentale viene svolto dalle interazioni nucleari.

In questo paragrafo si suppone che la causa principale del rallentamento di una particella sia dovuta a processi di *ionizzazione* e di *eccitazione dei gusci elettronici degli atomi.* Tutti questi processi portano il nome di *perdite per ionizzazione,* delle quali terremo conto nel presente paragrafo [1]. A causa del lungo raggio d'azione delle forze coulombiane la particella interagisce contemporaneamente con numerosi elettroni dei gusci elettronici i quali, a loro volta, influiscono sulla particella. Questo influsso è di carattere casuale caotico di modo che il cammino della particella nella materia è pra-

---

[1] In §§ 80 e 81 il questione del *processo di diffusione multiple* delle particelle fondato sulla diffusione Rutherford delle particelle su nuclei non è stato trattato. È da tenere presente che questo processo porta ad incurvamento sensibile delle traccie delle particelle persino nel caso di quelle pesanti, mentre *l'angolo di diffusione multiple* viene usato per determinare le caratteristiche delle particelle che hanno lasciato le traccie.

ticamente rettilineo. La rettilineità del cammino è dovuta anche alla grande massa della particella pesante rispetto alla massa dell'elettrone leggero, ragione per cui la particella ad ogni interazione con un elettrone deflette molto poco.

Interesse particolare presentano le perdite di energia della particella per ionizzazione $-d\mathscr{E}/dx$ per unità di cammino e il suo percorso totale R nella sostanza. Un calcolo approssimato della dipendenza di queste grandezze dalle caratteristiche della particella e dal mezzo circostante è lo scopo del presente paragrafo. Consideriamo questo problema applicando la meccanica classica e tenendo poi conto qualitativamente dell'influenza degli effetti quantistici. Un calcolo quantistico conseguente supera i limiti di questo libro.

2. Dapprima calcoliamo le perdite di energia causate da un elettrone isolato e, in seguito, sommiamo queste perdite su tutti gli elettroni del mezzo. Quindi svilupperemo i calcoli nell'approssimazione di *urti a coppie*, supponendo cioè che l'interazione di ciascun elettrone con la particella avvenga come se gli altri elettroni non esistessero. Poiché l'energia della particella viene supposta grande, l'elettrone con il quale essa interagisce si può considerare *libero*, anzi si può supporre che sia a riposo. Come giustificazione di questa ipotesi osserviamo che l'elettrone è parte integrante degli atomi e delle molecole con i quali si sposta in media a velocità termiche. La particella in moto ha una velocità vicina a quella della luce o differisce da essa di abbastanza poco (di un ordine di grandezza).

Soltanto dopo la ionizzazione l'elettrone perde il legame con la molecola o con l'atomo ed acquista rapidamente velocità, per cui l'ipotesi sull'immobilità dell'elettrone può anche non essere completamente soddisfatta. Ma il processo di ionizzazione avviene a piccola distanza dalla particella in moto, di modo che l'accelerazione dell'elettrone è pressocché istantanea e perciò non svolge un ruolo importante. La particella stessa, come è stato precisato precedentemente, si può considerare nei calcoli come animata di moto rettilineo a velocità costante v. Il numero di carica della particella in moto verrà indicato con la minuscola z, lasciando la maiuscola Z per indicare il numero di carica dei nuclei atomici del mezzo circostante.

La particella di carica ze passando davanti all'elettrone A lungo l'asse x (fig. 143) attrae l'elettrone con una forza $F = ze^2/r^2$, e in un tempo dt gli conferisce un impulso Fdt. La componente longitudinale di questo impulso non ha importanza in quanto cambia di segno quando la particella passa per l'origine O. Come risultato l'incremento della componente longitudinale sarà compensato dalla sua diminuzione. È la sola componente trasversale dell'impulso a presentare interesse per il problema in esame. Indichiamola semplicemente con p. Allora $dp = -F \sin \varphi dt$ ossia

$$dp = -\frac{F \sin \varphi}{v} dx,$$

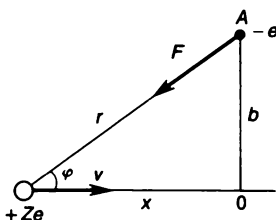



Fig. 143.

dove dx è il cammino percorso dalla particella durante il tempo dt. Ma $x = b \operatorname{cotg} \varphi$, $r = b/\sin \varphi$ e b per ipotesi è costante. In tal modo, prendendo come variabile indipendente l'angolo φ abbiamo

$$dp = \frac{ze^2 \sin \varphi}{bv} d\varphi.$$

L'impulso trasversale totale acquisito dall'elettrone si trova integrando rispetto a φ nei limiti da 0 a π. In tal modo troviamo

$$p = \frac{2ze^2}{bv}. \tag{80.1}$$

L'elettrone acquista l'energia $p^2/2m$ e la particella perde la stessa energia (m è la massa dell'elettrone).

3. Supponiamo ora che la particella attraversi uno strato pianoparallelo infinito di materia di spessore dx, l'unità di volume del quale contiene n elettroni. In una sezione di questo strato, delimitata da due superfici cilindriche di raggi b e $b + db$, si trovano $dN = 2\pi nb\, db\, dx$ elettroni. Se, come è stato supposto precedentemente, gli elettroni agiscono indipendentemente l'uno dall'altro, l'interazione della particella con i dN elettroni implicherà una perdita di energia di $-dNp^2/2m$. La perdita di energia totale della particella per unità di cammino sarà quindi

$$-\frac{d\mathscr{E}}{dx} = \frac{4\pi nz^2 e^4}{mv^2} \int \frac{db}{b}, \tag{80.2}$$

dove l'integrazione è estesa a tutta la zona riempita da elettroni che incidono notevolmente sul rallentamento della particella. A rigore, questa espressione non è molto precisa in quanto si suppone che in questa zona l'interazione della particella con gli elettroni avvenga sulla base dello schema usato nel calcolo. Ma la situazione è ben lungi da essere tale. Questo schema è inapplicabile a priori per valori del parametro b troppo grandi o troppo piccoli, essendo applicabile in modo approssimato per soli valori intermedi. Cionondimeno, senza cercare un grande rigore matematico, applicheremo questo schema per valori intermedi in quanto esso è qui fisi-

camente giustificato. Osserviamo però che è impossibile integrare da $b = 0$ a $b = +\infty$ poiché ciò conduce a un integrale divergente, e questo fisicamente significa un frenamento istantaneo della particella, il che è insensato. Perciò nella formula (80.2) si deve integrare partendo da un minimo $b = b_{\min}$ fino a un massimo $b = b_{\max}$. La determinazione di questi limiti è la parte più difficile del problema che matematicamente non può essere risolto con rigore e con una chiarezza fisica sufficiente. Per fortuna, nella stragrande maggioranza dei casi è sufficiente limitarsi ad alcune stime, fisicamente giustificate in modo relativamente grossolano. Diamo una di tali stime elementari.

4. Prima di tutto precisiamo perché è necessario limitare l'estremo superiore dell'integrale (80.2). Questa limitazione è dovuta alle *proprietà quantistiche degli atomi del mezzo circostante*. Per eccitare l'atomo l'azione esterna deve essere sufficientemente intensa da trasportare l'atomo da un livello energetico ad un altro più elevato. In caso contrario, l'atomo non sarà eccitato; detto atomo non incide sul rallentamento della particella e non porta nessun contributo nell'integrale (80.2). La stima elementare seguente aiuta a chiarire lo stato delle cose. La particella in moto influisce efficacemente sull'elettrone per un tempo $\tau \sim b/v$. La forza coulombiana agente sull'elettrone è $F \sim ze^2/b^2$. L'impulso acquisito dall'elettrone è $F\tau \sim ze^2/bv$, cioè è tanto più piccolo quanto più grande è b. Se b supera un certo valore $b_{\max}$, l'elettrone corrispondente viene trascurato. Ma se l'elettrone viene considerato per un tempo τ la sua energia non è rigorosamente determinata, e l'indeterminazione $\Delta\mathscr{E}$ è data dalla relazione $\tau\Delta\mathscr{E} \approx \hbar$. L'atomo viene eccitato quando $\Delta\mathscr{E}$ non è minore di $\bar{I}$, potenziale medio di ionizzazione dell'atomo. Ponendo $\Delta\mathscr{E} = \bar{I}$ otteniamo la stima $\tau \approx \hbar/\bar{I}$ per la durata dell'interazione efficace tra elettrone e particella considerata. Durante questo tempo la particella percorre una distanza $b = v\hbar/\bar{I}$. Questa quantità si può accettare come approssimazione grossolana del limite superiore b:

$$b_{\max} = \hbar v/\bar{I} \text{ (approssimazione non relativistica).} \qquad (80.3)$$

La formula empiricamente dedotta

$$\bar{I} = 13{,}5Z \text{ eV} \qquad (80.4)$$

esprime l'energia media di ionizzazione dell'atomo.

La formula (80.3) è ottenuta nell'approssimazione non relativistica, come sottolineato fra parentesi. Quando la particella si muove con velocità relativistica, in questa formula si deve apportare una correzione. Infatti per dedurla abbiamo applicato la legge di Coulomb per il campo elettrico di una carica puntiforme. Quando la carica è animata da velocità relativistiche il suo campo elettrico cambia. Le linee di forza della carica in moto restano come prima rettilinee ma tutto il quadro delle linee di forza si comprime nella direzione del moto. Ciò è rappresentato schematicamente in fig. 144.

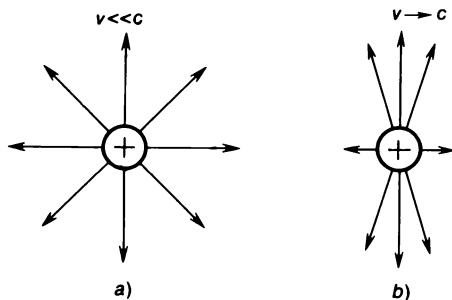



Fig. 144.

Inoltre, il campo longitudinale diretto lungo il moto della particella diminuisce di $1/(1 - \beta^2)$, mentre il campo trasversale aumenta di $1/\sqrt{1 - \beta^2}$ volte. Il primo effetto implica una diminuzione del tempo efficace di interazione fra particella ed elettrone di $1/(1 - \beta^2)$ volte e il secondo un aumento della intensità trasversale del campo elettrico di $1/\sqrt{1 - \beta^2}$ volte. Come risultato la grandezza precedente F_T viene moltiplicata per il fattore $(1 - \beta^2)/\sqrt{1 - \beta^2} = \sqrt{1 - \beta^2}$ e al posto dell'espressione (80.1) si ha

$$p = \frac{2ze^2}{bc}\sqrt{1 - \beta^2}, \tag{80.5}$$

dove la velocità v è sostituita con c poiché il moto della particella è relativistico. Quanto all'elettrone, si suppone come prima che il suo moto causato dalla collisione con la particella sia non relativistico. Perciò l'energia cinetica acquisita dall'elettrone è determinata dall'espressione precedente $p^2/2m$. In tal modo, il passaggio al caso relativistico si realizza con la sostituzione formale nella formula (80.1) della grandezza b con $b\sqrt{1 - \beta^2}$. Come risultato il limite superiore $b_{\max}$ nel caso considerato aumenta di $1/\sqrt{1 - \beta^2}$ volte,. cioè

$$b_{\max} = \frac{\hbar v}{I} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \text{ (approssimazione relativistica).} \tag{80.6}$$

5. Determiniamo ora il limite inferiore dell'integrale nella formula (80.2). Nella trattazione classica la velocità trasmessa all'elettrone per urto frontale con la particella pesante non può superare $2v$. Perciò l'energia trasmessa all'elettrone non può essere superiore a $\frac{1}{2} m(2v)^2 = 2mv^2$. Vuol dire che la formula (80.1) può essere verificata a condizione che

$$\frac{1}{2m}\left(\frac{2ze^2}{bv}\right)^2 < 2mv^2, \qquad \text{cioè per} \qquad b > \frac{ze^2}{mv^2}.$$

Perciò quale limite inferiore abbiamo, dal punto di vista classico, l'espressione

$$b_{\min}^{\text{clas}} = \frac{ze^2}{mv^2} \text{ (approssimazione non relativistica).} \qquad (80.7)$$

La considerazione quantistica conduce ad un'altra espressione. In accordo con la relazione di indeterminazione l'impulso della particella $p = mv/\sqrt{1 - \beta^2}$ e la sua distanza b dall'elettrone devono soddisfare la condizione $bp \gtrsim \hbar$. Perciò quale limite inferiore, dal punto di vista quantistico, dobbiamo prendere l'espressione

$$b_{\min}^{\text{quant}} = \frac{\hbar\sqrt{1 - \beta^2}}{mv} \text{ (approssimazione relativistica).} \qquad (80.8)$$

Fra le due espressioni (80.7) e (80.8) si deve considerare la più grande. Il confronto di queste espressioni nella approssimazione non relativistica conduce al seguente risultato:

$$\frac{b_{\min}^{\text{quant}}}{b_{\min}^{\text{clas}}} = \frac{\hbar v}{ze^2} = \frac{\hbar c}{e^2}\frac{\beta}{z} = 137\frac{\beta}{z}. \qquad (80.9)$$

Nel caso relativistico questa espressione diventa piu grande. Ciò significa che le limitazioni imposte dalla meccanica quantistica cominciano a sentirsi prima. Perciò si deve considerare l'espressione quantistica (80.8). Come risultato, mediante combinazione fra le espressioni (80.2), (80.6) e (80.8) si ottiene la formula di Bohr

$$-\frac{d\mathscr{E}}{dx} = \frac{4\pi n\, z^2 e^4}{mv^2}\ln\frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \frac{4\pi n\, z^2 e^4}{mv^2}\ln\frac{mv^2}{\bar{I}(1 - \beta^2)}. \qquad (80.10)$$

Non devono stupire le stime grossolane dei limiti $b_{\min}$ e $b_{\max}$ ottenute nel dedurre la formula (80.10) poiché in questa compare il logaritmo del rapporto dei limiti indicati che dipende debolmente dagli errori commessi nella stima di $b_{\min}$ e $b_{\max}$. Esistono espressioni più precise per $-d\mathscr{E}/dx$. Limitiamoci alla più semplice:

$$-\frac{d\mathscr{E}}{dx} = \frac{4\pi n\, z^2 e^4}{mv^2}\left[\ln\frac{2mv^2}{\bar{I}(1 - \beta^2)} - \beta^2\right]. \qquad (80.11)$$

Per protoni di energia di 1 MeV in aria a temperatura e pressione normali il termine logaritmico nell'ultima formula vale circa 9.

Una teoria quantistica conseguente delle perdite per ionizzazione dell'energia delle particelle cariche nella materia è stata elaborata da Bethe e Bloch. Non possiamo soffermarci su questa questione poiché l'esposizione della teoria di Bethe-Bloch richiede la conoscenza dell'apparato matematico della meccanica quantistica.

6. La formula di Bohr, almeno qualitativamente e in parte quantitativamente, consente di capire quali sono le grandezze che determinano il frena-

mento delle particelle cariche pesanti causato dalle perdite per ionizzazione nella materia, nella vasta gamma di energie della particella (da 1 MeV a decine e centinaia di GeV).

Come si vede dalle formule (80.10) e (80.11), le perdite fondamentali sono determinate dalla carica e dalla velocità della particella, dal numero di elettroni per unità di volume nel mezzo circostante e dal potenziale medio di ionizzazione $\bar{I}$ degli atomi del mezzo. La dipendenza da $\bar{I}$ è logaritmica e, quindi, debole. La dipendenza da n si riduce alla dipendenza dalla densità del mezzo ϱ mediante la formula

$$n = Z\varrho N_A/A, \tag{80.12}$$

dove N_A è il numero d'Avogadro, A la massa atomica e Z il numero di elettroni nel mezzo circostante. Di conseguenza, la grandezza $-d\mathscr{E}/d(\varrho x)$ è pressappoco uguale per tutte le sostanze. Di solito, la grandezza ϱx viene introdotta come misura dello spessore di materia al posto dello spessore vero e proprio x. Si fa così, ad esempio, calcolando lo spessore della protezione necessaria per bloccare le emissioni radioattive, sebbene in questi casi prima di tutto sia necessaria una protezione che assorba i quanti γ ed i neutroni. Le perdite dipendono fortemente dalla velocità della particella: esse sono tanto più grandi quanto più piccola è la velocità della particella. Ecco perché lo spessore delle tracce lasciate da particelle cariche pesanti nella camera Wilson o nelle fotoemulsioni aumenta notevolmente verso la fine. All'aumentare della velocità della particella il termine logaritmico nelle formule (80.10) e (80.11) dapprima decresce. Ma all'avvicinarsi della velocità al limite relativistico ($v \to c$) la diminuizione cessa e viene sostituita da un aumento poiché il numeratore $2mv^2$ praticamente diviene costante e il denominatore $(1 - \beta^2)$ tende a zero. Come risultato, per $v \to c$ le perdite di energia $-d\mathscr{E}/dx$ passano per un minimo che si trova pressappoco nell'intorno di $\mathscr{E} = 2Mc^2$. Questo è un effetto puramente relativistico.

Come si vede dalle formule (80.10) e (80.11) per velocità e carica della particella assegnata, le perdite non dipendono dalla sua massa M. Perciò nel caso di protoni e pioni, ad esempio, le perdite sono uguali, se queste particelle si muovono con uguali velocità. Se invece, nel caso non relativistico, nella formula (80.10) si introduce l'energia cinetica $\mathscr{E} = \frac{1}{2}Mv^2$, si ottiene

$$-\frac{d\mathscr{E}}{dx} = \frac{2\pi n z^2 e^4 M}{\mathscr{E} m} \ln \frac{2\mathscr{E} m}{M\bar{I}}. \tag{80.13}$$

Di qui si vede che, nel caso non relativistico a parità di carica e massa della particella, le perdite sono proporzionali con dipendenza logaritmica alla massa della particella M. Perciò, in questo caso, le tracce lasciate dalla particella pesante sono più grasse e corte di quelle della particella leggera. Infi-

ne, la dipendenza quadratica da z si manifesta in un forte frenamento delle particelle α e di quelle a più cariche.

Per velocità molto piccole o molto grandi le formule (80.10) e (80.11) danno valori esagerati per le perdite dell'energia.

7. Per velocità piccole comincia a divenire sensibile il processo di cattura di elettroni da parte della particella in moto. Questa cattura in qualche misura è equivalente alla diminuzione del numero z, e ciò conduce a perdite minori di energia rispetto a quelle date dalla formula di Bohr. La cattura diventa particolarmente forte nel caso di ioni con carica multipla positiva, cioè atomi che hanno perduto molti elettroni. Talvolta al posto della cattura si osserva la perdita di elettroni. Grazie alla cattura di elettroni a causa della diminuzione della velocità della particella, la curva di perdita non va all'infinito, in accordo con la formula (80.10), ma raggiunge un massimo dopo il quale comincia a calare.

Per velocità molto grandi diventa rilevante la polarizzazione del mezzo, causata dal campo elettrico della particella. Questa polarizzazione indebolisce o, come si suole dire, serve da schermo al campo della particella e, quindi, ne diminuisce le perdite. Per velocità non relativistiche il raggio di schermatura (raggio di Debye, cfr. vol. III, § 121) supera le dimensioni dell'atomo. In questi casi lo schermo può manifestarsi solo a distanze superiori a b_{max}, alle quali le perdite per ionizzazione non si verificano affatto. Ma nei casi ultrarelativistici il campo elettrico della particella è fortemente schiacciato nella direzione del moto, allungato nella direzione trasversale e diviene fortemente disomogeneo. Come risultato la polarizzazione del mezzo comincia a sentirsi già a distanze relativamente piccole. L'influsso della polarizzazione e, soprattutto, della cattura di elettroni del mezzo è difficilmente esprimibile con un calcolo teorico. Di questi effetti si tiene conto empiricamente ottenendo risultati espressi sotto forma di curve «percorso-energia».

8. La distanza attraversata dalla particella nella materia fino al suo arresto definitivo, cioè fino al momento in cui essa entra in equilibrio termico con il mezzo circostante, si chiama *percorso*. Per calcolare il percorso R osserviamo che su un cammino dx l'energia cinetica della particella $\mathscr{E} = \frac{1}{2} Mv^2$ cambia di una quantità $d\mathscr{E}$ in modo che $dx = (dx/d\mathscr{E})d\mathscr{E} = (dx/d\mathscr{E})\, Mv\, dv$. Sostituendovi al posto di $d\mathscr{E}/dx$ l'espressione (80.10) otteniamo l'equazione differenziale

$$dx = -\frac{Mmv^3\, dv}{4\pi n\, z^2 e^4 \ln \dfrac{mv^2}{\bar{I}(1-\beta^2)}}$$

integrando la quale abbiamo

$$R = \frac{M}{z^2} f(v_0), \tag{80.14}$$

dove v_0 è la velocità iniziale del moto della particella e la funzione f è determinata dall'integrale

$$f(v_0) = - \int_{v_0}^{0} \frac{mv^3}{4\pi ne^4 \ln \frac{mv^2}{I(1-\beta^2)}} dv. \qquad (80.15)$$

È importante che questa funzione per un mezzo considerato sia uguale per tutte le particelle. Se trascuriamo la debole dipendenza logaritmica dalla velocità della particella, allora

$$R \approx \frac{M}{z^2} v_0^4. \qquad (80.16)$$

Tuttavia, come abbiamo visto, l'applicabilità della formula (80.10) è limitata dagli effetti della cattura di elettroni del mezzo. Una formula che esprima più precisamente R si può ottenere dalle considerazioni seguenti. Dividiamo in due parti il cammino percorso dalla particella: la parte dove la cattura di elettroni praticamente non si verifica e dove è applicabile la formula (80.10) e la parte restante dove la cattura gioca un ruolo importante. Alla prima parte è applicabile l'espressione (80.14). La lunghezza della seconda parte è indipendente dalla velocità iniziale v_0, essendo cioè una costante C. Il valore di questa costante varia per le diverse particelle e i diversi mezzi in cui esse si muovono. In tal modo otteniamo una formula approssimata che esprime il percorso totale:

$$R = \frac{M}{z^2} f(v_0) + C. \qquad (80.17)$$

Per una particella α nell'aria a temperatura ambiente e pressione normale l'esperienza dà $C = 0{,}2$ cm. Nell'alluminio il percorso di un protone di energia 5 MeV vale 0,06 mm, e se l'energia è di 10 MeV il percorso vale 0,17 mm.

La formula (80.17) è valida a condizione che $R \ll \lambda_{nuc}$, dove λ_{nuc} è la lunghezza del percorso di un urto nucleare relativo. Questa condizione non si verifica per gli adroni di alte energie.

§ 81. *Passaggio di particelle cariche leggere attraverso la materia*

1. Grazie alla piccola massa della particella in moto (elettrone o positrone) il cambiamento del suo impulso dopo ogni urto è relativamente grande. Perciò il cammino percorso dalla particella leggera nel mezzo non è rettilineo ma sinuoso. Se un fascio di particelle è diretto su un mezzo omogeneo, esso si comporta diversamente a seconda che sia composto di particelle pesanti o leggere. Nel caso di particelle pesanti l'intensità del fascio resta co-

stante, se il cammino x da esso attraversato è molto inferiore alla lunghezza del percorso R. In uno strato sottile prossimo alla frontiera $x = R$ le particelle escono dal fascio, che praticamente s'interrompe. Nel caso di un fascio di particelle leggere l'intensità del fascio decresce a poco a poco e con continuità lungo tutto il suo percorso. Perciò è impossibile parlare di un determinato percorso R della particella leggera. Si può introdurre la nozione di *percorso massimo* (o *estrapolato*) e di *percorso medio*. Si chiama percorso massimo lo spessore minimo dello strato di materia in cui siano trattenute tutte le particelle. Esso coincide evidentemente con la lunghezza totale del cammino curvilineo attraversato nella materia da una singola particella. Per ottenere il percorso medio bisogna considerare il cammino rettilineo percorso dalla particella nella materia prima che essa abbandoni il fascio e calcolarne la media rispetto a tutte le particelle del fascio.

La seconda distinzione è che, cambiando impulso per urto l'elettrone (o positrone) irradia. Perciò oltre alle perdite per ionizzazione compaiono quelle *per radiazione*, cioè le perdite di energia per emissione di fotoni.

Infine, come terza distinzione, in seguito al moto dell'elettrone nel mezzo, compaiono *effetti di scambio quantistici* che si osservano in qualsiasi sistema di particelle identiche. Questi effetti, ovviamente, non si verificano in seguito al moto del positrone nel mezzo poiché elettrone e positrone non sono particelle identiche. Ma in questo caso è possibile il *processo di annichilazione* del positrone con un elettrone. Occorre tuttavia osservare che il ruolo dei processi di annichilazione e degli effetti di scambio è relativamente piccolo. Perciò il frenamento dell'elettrone e del positrone nel mezzo avviene praticamente allo stesso modo. Nel seguito, per rendere l'idea più concreta, si parlerà del frenamento degli elettroni poiché i fasci positronici si usano assai più raramente.

2. Il meccanismo qualitativo delle perdite per ionizzazione nel caso di particelle leggere è lo stesso che nel caso di altre particelle cariche. Perciò nel caso degli elettroni è applicabile la precedente formula (80.2) con la sola differenza che, a causa della piccola massa elettronica e degli effetti di scambio quantistici, i limiti dell'integrale $b_{\min}$ e $b_{\max}$ devono essere determinati in un altro modo. Tenuto conto di questi e di altri fattori, Bethe (n. 1906) ottenne la seguente formula che esprime le perdite per ionizzazione degli elettroni:

$$-\frac{d\mathscr{E}}{dx} = \frac{2\pi n e^4}{mv^2}\left[\ln\frac{mv^2\mathscr{E}}{2\bar{I}(1-\beta^2)} - \ln 2\left(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2\right) + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}\left(1-\sqrt{1-\beta^2}\right)\right], \tag{81.1}$$

dove $\bar{I}$ è il potenziale di ionizzazione medio per gli atomi dell'assorbitore, dato dalla precedente formula approssimata (80.5), e $\mathscr{E}$ l'energia cinetica

relativistica dell'elettrone:

$$\mathscr{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - mc^2. \tag{81.2}$$

Al limite non relativistico ($\beta \to 0$) abbiamo:

$$-\frac{d\mathscr{E}}{dx} = \frac{4\pi ne^4}{mv^2} \ln \frac{mv^2}{2\bar{I}} \text{ (approssim. non relativistica).} \tag{81.3}$$

Nel caso ultrarelativistico

$$-\frac{d\mathscr{E}}{dx} = \frac{2\pi ne^4}{mc^2} \left(\ln \frac{\mathscr{E}^2}{2\bar{I}^2\sqrt{1 - \beta^2}} + \frac{1}{8} \right] \text{ (approssim. ultrarelativistica).} \tag{81.4}$$

A causa della piccola massa elettronica, tutte e tre le formule (81.1), (81.3) e (81.4) trovano applicazione pratica. Infatti, per l'elettrone, $mc^2 = 0{,}511$ MeV, perciò elettroni con energie di qualche MeV sono già ultrarelativistici.

3. Nel confronto tra perdite per ionizzazione delle particelle pesanti e leggere, si deve rivolgere l'attenzione al fatto che, nelle formule (80.10) e (80.11) da una parte e nelle formule (81.1), (81.3) e (81.4) dall'altra, il fattore che precede il logaritmo è determinante in quanto il logaritmo varia lentamente al variare dei parametri che caratterizzano il moto delle particelle. Per particelle di carica unitaria questo fattore è infatti identico in tutte le formule suindicate. Perciò, se le velocità sono uguali, le perdite per ionizzazione delle particelle pesanti e leggere sono pressappoco le stesse. Le perdite per ionizzazione compaiono per influsso del campo elettrico della particella in moto sugli elettroni del mezzo. Ma questi campi sono assolutamente uguali nel caso di particelle pesanti e leggere a condizione che siano uguali la carica e la velocità di moto.

Le cose stanno altrimenti se il confronto tra le perdite per ionizzazione si fa tra particelle di carica unitaria pesanti e leggere a parità di energia. Nel caso in cui il moto delle due particelle non sia relativistico, le velocità delle particelle si trovano in rapporto inverso delle radici quadrate delle loro masse. Questa è la ragione per cui la particella pesante urta efficacemente più a lungo con ciascun elettrone del mezzo e perciò perde più energia. In questo caso, come abbiamo visto nel paragrafo precedente, le perdite per ionizzazione dell'energia sono proporzionali alla massa della particella. Le perdite per ionizzazione del protone, ad esempio, superano di circa 2000 volte le perdite per ionizzazione dell'elettrone di uguale energia, quando questa sia piccola.

Presenta interesse maggiore il caso in cui l'elettrone sia relativistico mentre il protone di uguale energia può essere considerato come non relativistico. In questo caso il campo elettrico del protone in moto è sfericamente simmetrico, mentre quello dell'elettrone è fortemente schiacciato nella di-

rezione del moto e allungato nella direzione trasversale. Grazie a ciò le perdite per ionizzazione dell'elettrone aumentano molto. Confrontiamo, per esempio, un elettrone ed un protone di energia cinetica $\mathscr{E} = 5$ MeV. Con questa energia l'elettrone deve essere considerato ultrarelativistico mentre il protone rimane non relativistico. Poiché l'energia a riposo dell'elettrone $\mathscr{E}_0 = 0{,}5$ MeV e l'energia cinetica coincide con quella totale, allora $\mathscr{E} \approx \mathscr{E}_0/\sqrt{1-\beta^2}$ di modo che $1/\sqrt{1-\beta^2} \approx 10$. Dal confronto delle formule (80.13) e (81.4) ricaviamo

$$\frac{(d\mathscr{E}/dx)_p}{(d\mathscr{E}/dx)_e} = \frac{Mc^2}{\mathscr{E}} \frac{\ln A}{\ln B},$$

dove

$$A = \frac{2\mathscr{E} m}{M\bar{I}} = \frac{2\cdot 5\cdot 10^6}{2000\cdot 10} \approx 5\cdot 10^2 \text{ (è posto } \bar{I} = 10 \text{ eV)},$$

$$B = \frac{\mathscr{E}^2}{2\bar{I}^2\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{5^2\cdot 10^{12}\cdot 10}{2\cdot 10^2} \approx 2{,}5\cdot 10^{12},$$

cioè

$$\ln A = 2 \ln 10 + \ln 5 = 2\cdot 2{,}3 + 1{,}6 = 6{,}2,$$
$$\ln B = 12 \ln 10 + \ln 2{,}5 = 12\cdot 2{,}3 + 0{,}9 = 28{,}5.$$

Quindi, il rapporto fra i logaritmi vale circa 1/5 e il fattore che precede i logaritmi $Mc^2/\mathscr{E} = 938/5 \approx 200$. Le perdite per ionizzazione del protone superano le perdite dell'elettrone di circa 40 volte.

Infine, consideriamo ambedue le particelle, pesante e leggera, ultrarelativistiche e di uguale energia cinetica che, in questo caso, si può supporre uguale all'energia totale $\mathscr{E} = mc^2/\sqrt{1-\beta_e^2} = Mc^2/\sqrt{1-\beta_p^2}$, dove β_e è il rapporto v/c per la particella leggera e β_p per quella pesante. Quindi,

$$1/\sqrt{1-\beta_e^2} = \frac{\mathscr{E}}{mc^2}, \quad 1/\sqrt{1-\beta_p^2} = \frac{\mathscr{E}}{Mc^2}.$$

Per la particella pesante (protone) ricorriamo alla formula (80.10) ponendovi $v = c$, e per la particella leggera alla formula (81.4). Otteniamo così

$$\frac{\left(\frac{d\mathscr{E}}{dx}\right)_p}{\left(\frac{d\mathscr{E}}{dx}\right)_e} = 2\,\frac{\ln A}{\ln B},$$

dove

$$A = \frac{mc^2}{\bar{I}(1-\beta_p^2)} = \frac{m}{M}\frac{\mathscr{E}^2}{\bar{I}Mc^2}, \quad B = \frac{\mathscr{E}^2}{2\bar{I}^2\sqrt{1-\beta_e^2}} = \frac{\mathscr{E}^3}{2\bar{I}^2 mc^2}.$$

Consideriamo il seguente esempio numerico: $\mathscr{E} = 10$ GeV $= 10^{10}$ eV, $\bar{I} = 10$ eV, $m/M = 1/2000$, $Mc^2 = 1$ GeV $= 10^9$ eV, $mc^2 = 0{,}5$ MeV =

$= 0{,}5 \cdot 10^6$ eV. Allora $\ln A = 15{,}4$, $\ln B = 50{,}6$ e

$$\frac{(d\mathscr{E}/dx)_p}{(d\mathscr{E}/dx)_e} \approx 0{,}6.$$

Le perdite per ionizzazione dell'elettrone ultrarelativistico in questo caso sono più grandi (di circa due volte) di quelle del protone ultrarelativistico di uguale energia. La ragione sta nel fatto che, a differenza del campo elettrico della particella immobile, il campo elettrico dell'elettrone ultrarelativistico cambia più fortemente (si schiaccia più fortemente nella direzione del moto e si allarga nella direzione trasversale) del campo elettrico del protone ultrarelativistico di uguale energia ($\beta_e > \beta_p$).

Il comportamento diverso delle particelle cariche con diversa energia si manifesta, per esempio, negli strummenti di registrazione. Così, un protone di 5 MeV lascia in una fotoemulsione nucleare una traccia molto netta, mentre un elettrone della stessa energia è praticamente inosservabile. Le particelle ultrarelativistiche, invece (nella camera a bolle), sono difficilmente distinguibili tra loro poiché le tracce di tutte le particelle cariche ultrarelativistiche hanno praticamente lo stesso spessore.

4. Una particella carica in moto, quando subisce un'accelerazione, emette, come è noto, onde elettromagnetiche. In particolare, ciò avviene nelle collisioni con le particelle della materia attraverso la quale essa passa. La radiazione elettromagnetica che così compare si chiama *radiazione di frenamento* (bremsstrahlung) e le perdite di energia subite dalla particella per radiazione di frenamento si dicono *perdite per radiazione*. Un esempio di radiazione di frenamento è lo spettro continuo X che compare per frenamento di elettroni sull'anticatodo di un tubo Röntgen. Il frenamento di elettroni di alta energia viene usato negli acceleratori di elettroni per ottenere fasci di raggi γ. È stato mostrato nel vol. III, § 141 che l'intensità della radiazione di frenamento (cioè l'energia elettromagnetica emessa dalla particella per unità di tempo) nell'approssimazione non quantistica non relativistica è data dall'espressione

$$w = \frac{2}{3}\frac{z^2 e^2}{c^3}\dot{v}^2, \tag{81.5}$$

dove ze è la carica della particella e $\dot{v}$ la sua accelerazione. L'accelerazione è $\dot{v} = F/m$, dove F è la forza agente sulla particella e m la sua massa. Ne segue che praticamente tutta la radiazione di frenamento deriva dalla radiazione emessa da elettroni poiché la radiazione del protone, a parità di forze agenti, è più debole di $(m_p/m_e)^2 = 1836^2 \approx 3{,}4 \cdot 10^6$ volte di quella dell'elettrone. Le perdite per ionizzazione di un elettrone in moto sono determinate dagli urti con elettroni dei gusci atomici. Esse sono proporzionali al numero di elettroni Z dell'atomo del mezzo. Le perdite per radiazione, invece, sono dovute soprattutto a collisioni fra elettrone in moto e nuclei atomici del mezzo. Esse sono proporzionali al quadrato della forza d'attra-

zione coulombiana fra elettrone e nucleo. Questa forza, a sua volta, è proporzionale a Ze e, quindi, le perdite per radiazione devono crescere proporzionalmente a Z^2 e non a Z. Questa conclusione resta valida anche nella teoria conseguente quantistica relativistica della radiazione di frenamento sviluppata da Bethe e Heitler (1904-1981).

5. La radiazione di frenamento che compare in ogni singola collisione dell'elettrone con l'atomo dipende notevolmente dalla presenza degli elettroni atomici i quali schermano il campo elettrico del nucleo. Da un punto di vista classico questa dipendenza è determinata dal rapporto fra il parametro d'urto b dell'elettrone incidente e il «raggio del nucleo» a. Se $b/a \ll 1$ lo schermaggio è inessenziale, ma per $b/a \gg 1$ lo schermaggio è totale. Cionondimeno, il campo elettrico del nucleo ha un'importanza fondamentale nel frenamento dell'elettrone. A prescindere dallo schermaggio l'energia perduta dall'elettrone per radiazione di frenamento nell'attraversare un medesimo cammino b in materia è proporzionale al numero di nuclei incontrati dall'elettrone nel suo percorso. In altre parole, questa energia è proporzionale alla densità ϱ del materiale e al cammino percorso dx. Perciò le perdite per radiazione di energia per elettrone saranno determinate dall'espressione

$$-\left(\frac{d\mathscr{E}}{dx}\right)_{\text{rad}} = \frac{\mathscr{E}}{l_r}, \tag{81.6}$$

dove la costante l_r si chiama *lunghezza di radiazione*. Ma, come è stato già detto nel paragrafo precedente (n. 6), nel considerare processi di assorbimento al posto dello spessore x si suole introdurre il suo prodotto per la densità della sostanza ϱx (chiamando questa grandezza ancora «spessore»). A scanso d'equivoci indicheremo la lunghezza di radiazione, intesa in questo senso, con la maiuscola L_r. Nelle tavole, di solito, si danno i valori di L_r in g/cm^2. Senza dare espressioni teoriche di L_r, ricavate dalla teoria di Bethe e Heitler, limitiamoci ai valori numerici di L_r per alcune sostanze (cfr. la tavola 13). Da questa tavola troviamo, ad esempio, che per aria secca, a temperatura di 18 °C, a pressione normale (ϱ = 0,001213 g/cm^3),

$$l_r = \frac{36{,}5}{0{,}00121} = 30200 \text{ cm} = 302 \text{ m}.$$

Secondo la formula (81.6), le perdite per radiazione aumentano linearmente con l'energia, mentre le perdite per ionizzazione ad alte energie sono proporzionali al logaritmo dell'energia, cioè praticamente non dipendono dall'energia. Per il confronto si può ricorrere al rapporto approssimato

$$\frac{(d\mathscr{E}/dx)_{\text{rad}}}{(d\mathscr{E}/dx)_{\text{ioniz}}} \approx \frac{Z\mathscr{E}}{800}, \tag{81.7}$$

dove l'energia $\mathscr{E}$ è misurata in MeV. Si vede dalla formula che per $\mathscr{E} > 800/Z$ le perdite per radiazione superano le perdite per ionizzazione.

Lunghezze di radiazione ed energie critiche per diverse sostanze

Sostanza	$\mathscr{E}_{cr}$, MeV	L_r, g/cm^2	Sostanza	$\mathscr{E}_{cr}$, MeV	L_r, g/cm^2
H	340	58	Al	47	23,9
He	220	83	Fe	24	13,8
C	103	42,5	Cu	21,5	12,8
aria	83	36,5	Pb	6,9	5,8

L'energia $\mathscr{E}_{cr}$, per la quale le perdite per radiazione divengono uguali a quelle per ionizzazione, si dice *critica*. Per questa energia la formula (81.7) dà $\mathscr{E}_{cr} \approx 800/Z$ MeV. Per energie molto alte si possono trascurare le perdite per ionizzazione e integrare l'equazione (81.6). Allora si ottiene

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 e^{-x/l_r}. \tag{81.8}$$

§ 82. *Passaggio di quanti gamma attraverso la materia* [1]

1. Con l'espressione «radiazione γ» ci si riferisce a onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda notevolmente inferiore alle distanze interatomiche, cioè $\lambda \ll 10^{-8}$ cm. Negli acceleratori moderni si ottengono quanti γ di energia $\mathscr{E} \approx 20$ GeV, cioè di lunghezza d'onda $\lambda = 2\pi\hbar c/\mathscr{E} \approx 6 \times \times 10^{-15}$ cm $= 0{,}06$ fermi. Per applicazioni pratiche la regione di maggiore interesse è quella compresa tra la decina di keV fino a 200-300 MeV.

La teoria del passaggio dei quanti γ nella materia è un problema di elettrodinamica quantistica, e perciò non possiamo trattarla qui. È da notare soltanto che un fascio di quanti γ viene assorbito dalla materia attraverso interazioni elettromagnetiche. Tuttavia, dissimili dalle particelle cariche, i quanti γ non hanno carica elettrica, e perciò non sono soggetti all'azione delle forze coulombiane. L'interazione del quanto γ con l'elettrone è limitata ad una zona le cui dimensioni lineari sono dell'ordine della lunghezza d'onda Compton dell'elettrone, cioè dell'ordine di 10^{-11} cm. Perciò nell'attraversare la materia i quanti γ si scontrano in modo relativamente raro con elettroni e nuclei atomici. Questi urti quando avvengono, di regola sono accompagnati da un brusco cambiamento di direzione dei quanti γ i quali, quindi, lasciano il fascio. La seconda particolarità dei quanti γ è che essi, essendo particelle prive di massa, possono muoversi solo con velocità c. Essi non possono rallentare, ma possono essere assorbiti o deflessi oppure possono produrre coppie « particella-antiparticella ».

Quindi, i quanti γ escono dal fascio, di regola, in seguito ad urti singoli con elettroni o nuclei atomici dell'assorbitore. Per un quanto γ non è possi-

[1] Quanto detto in questo paragrafo vale altrettanto per radiazione X di uguale energia.

bile introdurre la nozione di cammino libero come nel caso delle particelle cariche pesanti, soggette a frenamento per ionizzazione. Il numero di quanti γ che escono da un fascio monoenergetico nell'attraversare uno strato di materia di spessore dx è proporzionale a dx e all'intensità del fascio incidente. Perciò l'intensità del fascio monoenergetico parallelo di quanti γ deve decrescere esponenzialmente con la distanza x:

$$I(x) = I(0)e^{-n\sigma x}, \tag{82.1}$$

dove σ è la sezione d'urto totale di assorbimento e di diffusione dei quanti γ sull'atomo e n il numero di atomi per unità di volume. La grandezza $\tau = n\sigma$ si chiama *coefficiente lineare di assorbimento quanti* γ, tuttavia spesso viene usato il coefficiente di assorbimento di massa $\mu = \tau/\varrho$. Se la distanza x è espressa in g/cm^2 l'espressione (82.1) si può riscrivere nella forma

$$I(x) = I(0)e^{-\mu x}. \tag{82.2}$$

L'effetto fotoelettrico, l'effetto Compton e *la produzione di coppie elettrone-positrone* sono i processi fondamentali per cui i quanti γ escono dal fascio.

2. L'effetto fotoelettrico è stato trattato già nel § 2 dove si è parlato prevalentemente dell'effetto fotoelettrico sulla superficie di metalli. Qui, invece, ci interessiamo soprattutto all'effetto fotoelettrico su atomi di un mezzo nel quale si propaga un fascio di quanti γ.

In linea di massima un elettrone libero è incapace di assorbire o emettere un quanto γ poiché, in caso contrario, sarebbe violato il soddisfacimento contemporaneo delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso (cfr. § 1, n. 5). Nell'effetto fotoelettrico tutta l'energia e l'impulso del quanto γ incidente si trasmettono all'elettrone ed al resto dell'atomo. Percio l'elettrone deve essere necessariamente legato. L'energia cinetica $\mathscr{E}_e$ acquisita dall'elettrone reso libero è determinata dalla relazione

$$\mathscr{E}_e = \mathscr{E}_\gamma - I_i, \tag{82.3}$$

dove I_i è l'energia di ionizzazione di quel guscio al quale è stato strappato l'elettrone ($i = K, L_I, L_{II}, L_{III}, \ldots$). L'energia di rinculo acquisita dall'atomo, e più precisamente dallo ione formato, la possiamo trascurare a causa della sua piccolezza.

È chiaro che l'effetto fotoelettrico dall'i-esimo guscio è impossibile se $\mathscr{E}_\gamma < I_i$ poiché, per il suo significato, l'energia cinetica $\mathscr{E}_e$ è necessariamente positiva. Se, invece, $\mathscr{E}_\gamma > I_i$, è naturale aspettarsi che all'aumentare di $\mathscr{E}_\gamma$ la probabilità dell'effetto fotoelettrico debba decrescere poiché, in questo caso, l'elettrone appare come se fosse meno legato e il suo comportamento deve avvicinarsi a quello dell'elettrone libero. L'esperienza e la teoria confermano questa attesa.

In fig. 145 è rappresentato schematicamente l'andamento della sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico σ_{ef} in funzione dell'energia $\mathscr{E}_\gamma$ del quanto γ incidente. Per $\mathscr{E}_\gamma$ molto grandi, la sezione σ_{ef} è piccola. Al diminuire di $\mathscr{E}_\gamma$ essa aumenta ma per $\mathscr{E}_\gamma = I_K$ decresce bruscamente. Questa diminuzione è dovuta al fatto che per $\mathscr{E}_\gamma < I_K$ l'estrazione dell'elettrone dal guscio K dell'atomo diviene impossibile. Dopo questa discesa, al diminuire ulteriore di $\mathscr{E}_\gamma$, la sezione d'urto σ_{ef} comincia di nuovo a crescere finché non si produce una nuova diminuzione brusca sul guscio L. Poiché quest'ultimo consta di tre sottogusci L_{I}, L_{II}, L_{III} disposti vicino l'uno all'altro, sulla curva $\sigma_{ef} = \sigma_{ef}(\mathscr{E}_\gamma)$ compaiono tre denti, come mostra la fig. 145. Passato il guscio L, al diminuire ulteriore di $\mathscr{E}_\gamma$, la sezione d'urto σ_{ef} di nuovo aumenta finché non si raggiunge il guscio M e, quindi, si ha la corrispondente discesa brusca di σ_{ef}, e via di seguito. Per $\mathscr{E}_\gamma < 0{,}2$ MeV la sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico decresce all'aumentare dell'energia pressappoco come $\mathscr{E}_\gamma^{-7/2}$, e per $\mathscr{E}_\gamma > 0{,}5$ MeV pressappoco come $\mathscr{E}_\gamma^{-1}$. In questo caso, quando $\mathscr{E}_\gamma > I_K$, il contributo fondamentale ($\approx 80\%$) alla sezione d'urto σ_{ef} è dovuto all'estrazione di elettroni dal guscio K (per $Z > 60$). La probabilità dell'effetto fotoelettrico aumenta all'aumentare di Z ed è circa proporzionale a Z^n, dove n è generalmente compreso fra 4 e 5. Questa forte dipendenza è sempre dovuta al fatto che negli elementi leggeri gli elettroni atomici sono legati più debolmente che negli elementi pesanti. Perciò l'effetto fotoelettrico è notevole nell'interazione di radiazione γ con atomi pesanti.

Con questa descrizione dell'andamento della sezione d'urto dei raggi γ abbiamo avuto già a che fare nel § 48 quando abbiamo considerato l'assorbimento dei raggi X nella materia.

Nella zona di energie dell'ordine delle energie di legame degli elettroni nei gusci atomici la sezione dell'effetto fotoelettrico è molto grande rispetto alla stessa sezione per energie più alte. Nell'alluminio, ad esempio,

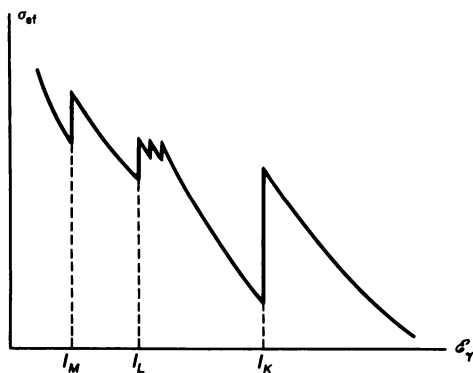



Fig. 145.

$\sigma_{ef} \approx 6 \cdot 10^{-18}$ cm^2 per $\mathscr{E}_\gamma = 1$ keV, e $\sigma_{ef} \approx 6 \cdot 10^{-25}$ cm^2 per $\mathscr{E}_\gamma = 0{,}1$ MeV. Ecco perché l'effetto fotoelettrico è un meccanismo che prevale nel processo di assorbimento per raggi γ di bassa energia, mentre per energie alte il suo ruolo diviene trascurabilmente piccolo.

3. All'aumentare dell'energia dei quanti γ l'assorbimento fotoelettrico cede il posto all'*effetto Compton* studiato nel § 3. L'effetto Compton comincia a giocare un ruolo notevole quando l'energia dei quanti γ supera l'energia di legame dell'elettrone nell'atomo. Quando l'energia di legame dell'elettrone è piccola rispetto all'energia del quanto γ si può supporre l'elettrone libero, come abbiamo fatto nel § 3. L'indebolimento del fascio di quanti γ nella materia per effetto Compton porta anche alla diffusione di raggi γ (che intanto escono dal fascio parallelo) ed alla diminuzione (cioè all'assorbimento) parziale dell'energia di raggi γ mediante trasmissione di una parte dell'energia agli elettroni Compton di rinculo.

La sezione d'urto di diffusione dei quanti γ molli ($\hbar\omega/m_e c^2 \ll 1$) sull'elettrone è determinata dalla formula classica di Thomson:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 0{,}665 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2, \tag{82.4}$$

dove r_e è il «raggio classico dell'elettrone», cioè

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2{,}82 \cdot 10^{-13} \text{ cm}. \tag{82.5}$$

La formula di Thomson è stata dedotta nel § 10 (n. 2). La diffusione Thomson o classica è coerente, cioè avviene senza cambiamento della lunghezza d'onda. Se la condizione $\hbar\omega/m_e c^2 \ll 1$ non è soddisfatta, la formula di Thomson non è più valida. In questo caso si deve ricorrere alla formula di Klein-Nishina-Tamm (10.4) fornita dall'elettrodinamica quantistica. A differenza della diffusione Thomson, lo scattering Compton (quando l'energia dei quanti γ è superiore all'energia di legame dell'elettrone nell'atomo) è *incoerente* e avviene con diminuzione della lunghezza d'onda. Questa diminuzione, come è stato precisato nel § 3, è uguale per tutte le sostanze.

Osserviamo anche che la probabilità della diffusione Compton sui nuclei è trascurabilmente piccola poiché, in questo caso, anziché il «raggio classico dell'elettrone» r_e interviene la grandezza $Z^2 e^2/M_{nuc} c^2$ che è migliaia, decine o centinaia di migliaia di volte più piccola di quella per l'elettrone.

4. I quanti γ, qualora la loro energia sia sufficientemente grande, interagiscono con la materia provocando la *formazione di coppie elettrone-positrone*. Non ci soffermeremo sulla storia della previsione dell'esistenza del positrone, fatta teoricamente da Dirac, poiché la sua prima interpretazione (secondo la quale il positrone è un «buco» negli stati elettronici con energia negativa) è stata scartata. Ricordiamo soltanto che il positrone è l'antiparticella dell'elettrone. Esso possiede la stessa massa, lo stesso spin

e momento magnetico e una carica di grandezze uguali ma di segni opposti rispetto all'elettrone. Il progresso ulteriore della fisica delle particelle elementari ha mostrato che ogni particella elementare, di regola, ha una sua antiparticella.

Elettrone e positrone in collisione reciproca possono scomparire trasformandosi in radiazione elettromagnetica. Questo processo ha il nome (poco appropriato) di *annichilazione*. Per annichilazione di un elettrone ed un positrone liberi, non può comparire un solo quanto γ poiché, in caso contrario, sarebbe violato il soddisfacimento contemporaneo delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso. Ciò è evidente quando elettrone e positrone prima dell'urto si trovavano in stato di riposo. In questo caso l'impulso totale è nullo mentre l'impulso del quanto γ formato differisce da zero. Ma la formazione di un solo quanto γ è impossibile anche se prima dell'urto elettrone e positrone si muovevano con velocità diverse.

Per capirlo è sufficiente considerare il processo di annichilazione nel sistema del centro di massa. In questo sistema l'impulso totale prima dell'urto è nullo, mentre l'impulso del quanto γ formato differisce, come prima, da zero di modo che la conclusione precedente resta valida. Ma essa vale anche quando si considera il processo di annichilazione in un qualsiasi sistema di riferimento, poiche il numero di quanti γ formati è indipendente dal sistema di riferimento. Quindi, per annichilazione dell'elettrone e del positrone devono comparire almeno due quanti γ. Seguendo le considerazioni fatte in ordine inverso, vediamo che un quanto γ che si propaga liberamente è incapace di generare una coppia, cioè di trasformarsi in elettrone e positrone. Ma il processo di formazione delle coppie può avvenire e infatti avviene nel campo elettrico del nucleo atomico.

Come mostra il calcolo quantistico in accordo con l'esperienza, i quanti γ si trasformano in coppie elettrone-positrone non all'interno del nucleo ma nelle sue vicinanze, ossia in una zona di dimensioni lineari dell'ordine della lunghezza d'onda Compton dell'elettrone. Il nucleo acquisisce l'impulso di rinculo e garantisce così che la legge di conservazione dell'energia-impulso sia verificata. La trasmissione dell'impulso al nucleo si realizza mediante il campo coulombiano di quest'ultimo. I quanti γ possono generare coppie elettrone-positrone anche nel campo coulombiano dell'elettrone. È possibile inoltre la produzione di coppie per collisione fra due quanti γ. Tuttavia la produzione di coppie dovuta a quanti γ nel campo coulombiano del nucleo è il processo più importante.

Siccome la massa del quanto γ è nulla, esso può trasformarsi in coppia elettrone-positrone se e solo se la sua energia $\mathscr{E}_\gamma$ è superiore alla somma delle energie a riposo dell'elettrone e del positrone, cioè se $2mc^2 \approx 1{,}02$ MeV. La sezione d'urto σ_{cop} per produzione di coppie è nulla se $\mathscr{E}_\gamma < 2mc^2$. Tale è in effetti la soglia di produzione di coppie se la generazione avviene nel campo elettrico della particella pesante, ossia del nucleo atomico, poiché la particella pesante porta seco una piccola energia. Se, invece, la coppia

è generata per collisione fra quanto γ ed elettrone, quest'ultimo acquisisce un'energia dello stesso ordine di quella di una particella della coppia. Perciò, in questo caso, la generazione della coppia è possibile soltanto per energie del quanto γ notevolmente superiori a $2m_e c^2$. Nella zona di energie dell'ordine di $5m_e c^2 < \mathscr{E}_\gamma < 50m_e c^2$ i calcoli teorici nell'elettrodinamica quantistica per la sezione d'urto σ_{cop} di produzione di coppia sul nucleo atomico conducono alla relazione seguente:

$$\sigma_{cop} \sim Z^2 \ln \frac{\hbar\omega}{m_e c^2}. \tag{82.6}$$

La sezione d'urto σ_{cop} in valore assoluto è dello stesso ordine di grandezza della sezione d'urto per radiazione di frenamento. Per energie molto alte la grandezza $\ln(\hbar\omega/m_e c^2)$ viene sostituita da una costante che tiene conto dello schermaggio del campo del nucleo dovuto agli elettroni del guscio atomico.

In tal modo, sopra la soglia di produzione di coppie la sezione d'urto σ_{cop} cresce gradualmente e per energie molto alte (dell'ordine di $1000m_e c^2$) praticamente tende ad un valore limite costante:

$$\sigma_{cop} \approx 0{,}08 Z^2 r_e^2. \tag{82.7}$$

Viceversa, le sezioni d'urto per effetto Compton e fotoelettrico ad alte energie praticamente si annullano. All'aumentare dell'energia la produzione di coppie dapprima diviene fondamentale e, all'ulteriore aumento dell'energia, praticamente l'unico meccanismo di assorbimento dei raggi γ nella materia.

5. Se ci limitiamo ai soli tre meccanismi fondamentali di indebolimento trattati precedentemente, allora nel determinare il coefficiente τ di indebolimento totale dei quanti γ nella materia si deve tener conto del fatto che nel caso dell'effetto fotoelettrico e della produzione di coppie i centri diffondenti sono gli atomi e nel caso dell'effetto Compton gli elettroni, il cui numero è di Z volte superiore a quello degli atomi. Perciò

$$\tau = n\sigma_{ef} + nZ\sigma_K^e + n\sigma_{cop}, \tag{82.8}$$

dove n è il numero di atomi per unità di volume della sostanza, e σ_{ef}, σ_K^e, σ_{cop} sono le sezioni d'urto per effetto fotoelettrico sull'atomo, per effetto Compton sull'elettrone e per produzione di coppie sul nucleo atomico. Il primo termine nell'espressione (82.8) prevale per energie basse, il secondo per energie medie (qualche MeV) e il terzo per alte energie. Perciò τ ha un minimo nella zona in cui l'influsso della diffusione Compton è più grande. Questo minimo è particolarmente netto per gli elementi pesanti. A titolo d'esempio nella fig. 146 sono rappresentate le curve per il piombo, dalle quali risulta con evidenza il ruolo relativo di tutti e tre i meccanismi di indebolimento nelle diverse zone di energia.

6. Nel tirare le somme dei tre paragrafi precedenti osserviamo che una particella carica in moto nell'atmosfera crea in media una coppia di ioni

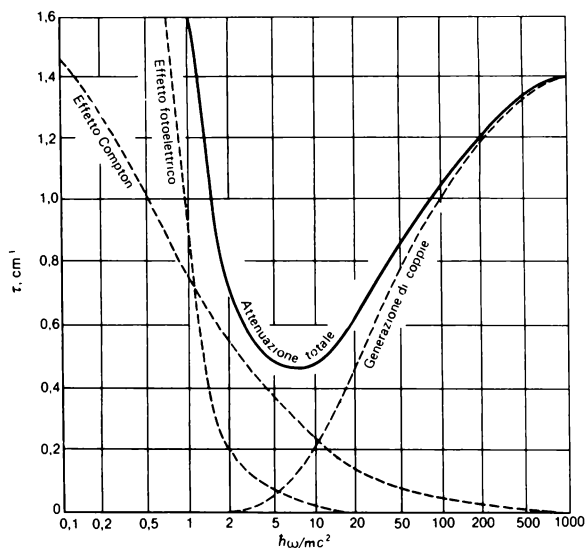



Fig. 146.

di segno opposto con una perdita di 33 eV. Una particella α di energia di 5 MeV, ad esempio, crea nell'atmosfera $5 \cdot 10^6 : 33 \approx 150\,000$ coppie di ioni. Il potere di ionizzazione della particella carica in altri mezzi gassosi è pressappoco lo stesso. Potere di ionizzazione analogo hanno i quanti γ poiché nell'attraversare la materia, cedono la loro energia agli elettroni.

Diamo un esempio per illustrare questa affermazione. Supponiamo que elettroni di energia $\mathscr{E}_e = 1$ MeV e raggi γ della stessa energia incidano sulla superficie di alluminio. Il cammino estrapolato di un elettrone di questa energia può essere calcolato in modo approssimato secondo la formula $R(\text{r/cm}^2) \approx 0{,}5\ \mathscr{E}_e\ (\text{MeV}) - 0{,}1$.

Per $\mathscr{E}_e = 1$ MeV il valore $R \approx 0{,}4$ r/cm$^2 \approx 0{,}15$ cm. Il valore medio del cammino libero di raggi γ nella materia $\lambda = \dfrac{1}{n_0 \sigma}$ (si vede dalla formula (82.1) che nel trascorso $x = \lambda$ l'intensità di raggi γ si diminuisce di e volte). Per quanti γ di $\mathscr{E} = 1$ MeV i valori $n_0 \sigma = 0{,}165$ cm^{-1} e $\lambda = 6$ cm. Ma a differenza dalle particelle cariche, il potere di penetrazione dei quanti γ è molto grande. Per radiazione con particelle cariche si ionizza unicamente uno strato sottile superficiale, mentre per radiazione con quanti γ si ionizza tutto lo spessore di materia attraversata.

§ 83. Altre forme di interazione delle particelle nucleari con la materia

1. Una particella carica nell'attraversare la materia è soggetta a frenamento a causa dell'interazione coulombiana sia con elettroni sia con *nuclei atomici*. Si tratta di collisioni elastiche con trasmissione di energia. La perdita di energia della particella in virtù di questo effetto è data da un'espressione della forma (80.2):

$$-\left(\frac{d\mathscr{E}}{dx}\right)_{\text{nuc.coul}} = \frac{4\pi z^2 Z^2 e^4 N}{M_{\text{nuc}} v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \frac{m_e}{m_p}\frac{Z}{A}\left(-\frac{d\mathscr{E}}{dx}\right)_{\text{el}}, \quad (83.1)$$

dove $N = n/Z$ è il numero di nuclei per unità di volume e m_p la massa del protone. In un confronto qualitativo di questa formula con la (80.2), il fattore logaritmico diventa inessenziale. È importante il fattore $\frac{m_e}{m_p}\frac{Z}{A} \approx$ $\approx 1/4000$ che precede il logaritmo. Esso compare a causa della differenza fra masse e cariche dell'elettrone e del nucleo atomico. Grazie a questo fattore la perdita di energia per frenamento coulombiano dovuto a nuclei atomici è di migliaia di volte inferiore a quello dovuto a elettroni. Tuttavia siccome la massa del nucleo è relativamente grande, la diffusione coulombiana sui nuclei può prodursi sotto grandi angoli (e anche all'indietro) come risultato di un singolo evento di diffusione. È proprio l'effetto che permise a Rutherford di confermare l'esistenza del nucleo atomico (cfr. § 9).

2. Tutte le particelle, tranne fotoni, neutrini, elettroni, positroni e muoni, sono capaci di produrre interazioni forti (nucleari). Queste particelle portano il nome di *adroni*.

Le interazioni forti fra adroni di carica positiva e nuclei atomici cominciano da energie di circa 20-30 MeV (nel caso degli adroni di carica negativa non esiste barriera coulombiana). Poiché esse avvengono a distanze dell'ordine delle dimensioni del nucleo atomico, la particella entra in collisione con il nucleo con interazione forte circa $Z(R_{\text{at}}/R_{\text{nuc}})^2 \approx 10^{10} Z$ volte più raramente che con gli elettroni in interazione coulombiana. Perciò la particella in moto nella materia è soggetta al frenamento per ionizzazione e molto raramente ad urti nucleari. Questa circostanza rende possibile operare con apparecchi di registrazione di particelle nucleari cariche (camera Wilson o camera a bolle, per esempio) trascurando gli urti nucleari e tenendo conto del solo frenamento per ionizzazione per cui, come è noto, a causa della piccolezza della massa elettronica il cammino percorso dalla particella pesante (traccia) resta rettilineo. Ma per ogni urto nucleare la particella talvolta deflette bruscamente (diffonde sotto un grande angolo), oppure viene assorbita o genera nuove particelle. Questi atti vengono registrati in base a una brusca deflessione della traccia, al cambiamento del suo spessore e

della lunghezza e alla comparsa di tracce nuove provenienti da un punto («stella»). È necessario tener conto degli urti nucleari nei calcoli della protezione da radiazione per gli acceleratori relativistici e per le navi spaziali.

3. Se la velocità della particella carica è superiore alla velocità di fase della luce nel mezzo considerato, compare la *radiazione Vavilov-Čerenkov* (cfr. § 6, e anche vol. IV, § 38). Questa radiazione implica una perdita di energia della particella. È ovvio che questa perdita entra nel novero delle perdite per ionizzazione determinate precedentemente e ha lo stesso ordine di grandezza delle perdite per radiazione. Se è noto l'angolo ϑ, sotto il quale si propaga la radiazione Vavilov-Čerenkov, si può determinare la velocità della particella, cosa che è realizzata nei contatori Čerenkov. Se inoltre è noto l'impulso della particella (dalla curvatura della sua traiettoria in campo magnetico) si può definire il tipo della particella (la ionizzazione relativistica non sempre rivela la differenza fra particelle). I contatori Čerenkov sono perciò elementi integranti dei rivelatori di particelle relativistiche.

4. I positroni nel passare attraverso la materia, oltre alle perdite per ionizzazione e radiazione, sono soggetti anche ad *annichilazione* con gli elettroni della materia:

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma.$$

La sezione d'urto di questo processo ad alte energie è inferiore alla sezione d'urto per ionizzazione. Ma per i positroni lenti essa è determinante.

5. Assorbiti dal nucleo, i quanti γ possono generare un *effetto fotoelettrico nucleare*, cioè espellere dal nucleo nucleoni (di solito neutroni) e anche disintegrare il nucleo atomico. Ma questi processi sono praticamente inessenziali nell'assorbimento della radiazione γ. La soglia dell'effetto fotoelettrico nucleare corrisponde all'energia di legame del nucleone, cioè appartiene alla zona di energie di 6-10 MeV. Le sezioni d'urto dei processi indicati, di regola, aumentano all'aumentare del numero atomico Z. Se l'energia del quanto γ supera di più volte l'energia media di legame del nucleone, è possibile la fotofissione del nucleo con fuoruscita di qualche nucleone (neutroni e protoni). Se i quanti γ hanno un'energia superiore a $2m_\mu c^2 = 212$ MeV (m_μ è la massa del muone) nel campo coulombiano del nucleo comincia il processo di generazione di coppie muoniche (μ^+, μ^-), analogo al processo di generazione di coppie elettrone-positrone. Per $\mathscr{E}_\gamma > m_\pi c^2 \approx 140$ MeV (m_π è la massa del mesone π) comincia la fotogenerazione di mesoni π, cioè l'emissione di queste particelle. L'assorbimento della radiazione γ nei processi suindicati, ad alte energie, è trascurabilmente piccolo rispetto all'assorbimento per produzione di coppie elettrone-positrone nel campo coulombiano del nucleo.

6. La radiazione per frenamento di elettroni è accompagnata dalla comparsa di intensi flussi di quanti γ che vengono emessi prevalentemente in avanti. Questi flussi richiedono una protezione sicura poiché il potere di penetrazione dei quanti γ è notevolmente superiore a quello degli elettroni.

Elettrone, positrone o quanto γ, qualora la loro energia sia di circa 1 GeV o più, propagandosi nella materia generano *sciami di coppie elettrone-positrone*. Questo fenomeno consiste in quanto segue. La particella iniziale, elettrone ad esempio, frenata nel campo coulombiano del nucleo, emette un quanto γ di alta energia. Questo quanto γ genera una coppia elettrone-positrone nel campo elettrico di altro nucleo. Le coppie elettrone-positrone, a loro volta, generano ciascuna quanti γ di frenamento e via di seguito. Così compare un intenso flusso di particelle che praticamente si muovono nella direzione della particella iniziale poiché tutte queste particelle sono relativistiche. Questo fenomeno porta il nome di *sciame*. Nella materia il flusso dello sciame, appena generato, bruscamente si rafforza, ma dopo aver percorso una certa distanza comincia a diminuire. Quando l'energia di alcune particelle dello sciame diminuisce in modo tale che le perdite per ionizzazione superano quelle per radiazione, lo sciame cessa. Simili processi multipli di generazione di particelle ma di composizione più varia sono causati anche da particelle cariche pesanti (protoni, mesoni $\pi^{\pm}$, ecc.). Dapprima questi processi sono stati osservati nell'atmosfera terrestre come risultato dell'azione di raggi cosmici di alte energie (cfr. § 103, n. 12). Gli sciami generati da particelle iniziali con energie $\mathscr{E} \geqslant 10^5$ GeV contengono 10^6-10^9 particelle e portano il nome di *sciami atmosferici larghi*. Uno sciame può coprire un'area terrestre di qualche km^2. Con la comparsa degli acceleratori ad alte energie, le ricerche fondamentali dei processi multipli si svolgono in questi acceleratori.

7. Particelle incidenti di energia sufficientemente alta collidendo anelasticamente con nuclei atomici possono distruggerli parzialmente, possono espellere protoni, neutroni, per esempio, o generare altre trasformazioni nucleari. Come risultato si creano nuovi nuclei atomici e nuovi isotopi. Questi ultimi, in generale sono radioattivi in modo che nella sostanza compare una *radioattività indotta*. La reazione di fuoruscita dal nucleo di protoni o di neutroni e altre reazioni nucleari realizzate con elettroni e quanti γ sono fortemente endotermiche e hanno una soglia di circa 10 MeV. Ma anche sopra questa soglia, a causa della debolezza delle interazioni elettromagnetiche, la sezione d'urto di questi processi è molto piccola, ossia di qualche ordine di grandezza inferiore all'area della sezione trasversale del nucleo stesso. La penetrazione dei protoni e delle particelle α nel nucleo è ostacolata dalla *barriera di potenziale coulombiana* che è particolarmente alta nel caso dei nuclei pesanti. Perciò i protoni e le particelle α sono capaci di generare un'attività indotta sensibile soltanto per energie relativamente alte (comunque superiori a circa 10 MeV). È da notare anche che le particelle α, β ed anche i quanti γ, prodotti nei decadimenti radioattivi dei nuclei, possiedono energie di qualche MeV. Queste emissioni radioattive, di regola, non possono generare radioattività indotta.

XII. SORGENTI E METODI DI REGISTRAZIONE DELLE PARTICELLE NUCLEARI

§ 84. *Acceleratori*

1. L'unico metodo per indagare la struttura dei nuclei e delle particelle elementari, a parte alcune caratteristiche dei nuclei (spin, momenti di quadrupolo elettrici e magnetici), consiste nel realizzare urti di una particella con l'altra associati alla registrazione ed alla successiva analisi del processo. Dapprima a tale scopo (nell'esperienza di Rutherford e altre) venivano usate le particelle α e β generate nel decadimento di nuclei naturali radioattivi e le particelle di alta energia provenienti dai raggi cosmici. Con l'invenzione degli acceleratori la ricerca del tipo indicato si realizza con particelle cariche accelerate in modo artificiale mediante campi elettrici e magnetici.

Gli *acceleratori* sono dispositivi molto complicati. La loro struttura e funzionamento costituisce un problema non di fisica nucleare ma di elettrotecnica fisica. Tuttavia il ruolo degli acceleratori nella fisica nucleare e, in particolare, nella fisica delle particelle elementari è così importante (per non dire decisivo) da rendere assolutamente indispensabile la conoscenza dei principi del loro funzionamento. Una breve considerazione di questi principi costituisce lo scopo del presente paragrafo. Cionondimeno, trascureremo numerosi dettagli tecnici e anche fisici, anche se molto importanti per il funzionamento degli acceleratori. Oltre alle applicazioni fisiche, gli acceleratori trovano un impiego sempre più largo fuori della fisica (chimica, biofisica, geofisica) e a scopi applicativi (sterilizzazione di prodotti, rivelazione di difetti, radioterapia, ecc.). Ma non tratteremo applicazioni simili.

Nella realizzazione degli urti le particelle più pesanti, di solito, sono a riposo e si chiamano *bersaglio* o *targhetta*, mentre quelle più leggere vi incidono sotto forma di *fascio accelerato.* Negli acceleratori a fasci contrapposti (collider) le particelle si muovono le une verso le altre, in modo che la distinzione in particelle bersaglio e particelle del fascio perde senso. Inoltre, i bersagli possono essere solo particelle e nuclei, parti integranti di corpi macroscopici, con durata di vita media sufficientemente lunga (non meno di qualche minuto), ed anche protoni ed elettroni. Di tutte le altre particelle e nuclei non si riesce a fare bersagli. Non abbiamo perciò dati sperimentali

diretti sulla diffusione di neutroni su neutroni, mentre la diffusione di protoni su neutroni e, in particolare, di protoni su protoni è stata studiata sperimentalmente in modo molto intenso.

Le particelle accelerate, nella maggioranza degli acceleratori, sono protoni o elettroni. Per usi particolari si accelerano anche fasci di deutoni e particelle α. Esistono, inoltre, acceleratori di ioni pesanti: ioni a carica multipla di carbonio, azoto, ossigeno, ecc. Questi acceleratori si adoperano sia per sintetizzare elementi transuranici ultrapesanti (cfr. § 94) sia per la ricerca sullo stato della materia nucleare. Esistono sorgenti per accelerare positroni e antiprotoni. Le energie delle particelle cariche accelerate variano da qualche MeV fino a centinaia di GeV, e la realizzazione del limite superiore dipende non tanto da difficoltà di principio quanto dal livello di sviluppo della tecnica di accelerazione. Questo limite è in costante aumento di circa un ordine di grandezza ogni decennio.

2. Il primo acceleratore che ebbe applicazione pratica nella fisica nucleare (all'inizio degli anni '30) è il *generatore elettrostatico di E.J. van de Graaff* (1901-1967). Il principio di funzionamento del generatore è stato già descritto (cfr. vol. III, § 11). Da una sfera metallica vuota caricata ad un potenziale molto elevato esce un tubo a più sezioni sotto vuoto nel quale avviene l'accelerazione delle particelle cariche. Quando il generatore funziona la tensione nel tubo acceleratore aumenta finché la corrente di perdita non diventa uguale a quella di carica, cioè alla corrente causata dal moto del nastro trasportatore caricato, oppure finché non si innesca una scarica disruptiva. Il limite superiore della tensione che si ottiene sul tubo è determinato dalla tensione della scarica disruptiva fra la sfera e gli oggetti circostanti. I generatori di Van de Graaff ordinari permettono di ottenere una tensione fino a 2-5 MV e quelli perfezionati fino a 15-20 MV.

Con un semplice procedimento si riesce a raddoppiare la tensione efficace del generatore di Van de Graaff. A tale scopo si usano due tubi di accelerazione disposti uno dopo l'altro, e tra i tubi vengono collocati un elettrodo ad alta tensione (positivo) e un foglio metallico sottile. All'estremo superiore del tubo superiore si trova la sorgente di ioni e all'estremo inferiore del tubo inferiore un foro d'uscita. La sorgente di ioni e il foro d'uscita sono a terra e perciò hanno potenziale nullo. Dalla sorgente devono uscire ioni negativi, cioè particelle con eccesso di elettroni. Molto spesso si usano ioni di idrogeno o di deuterio. Essi si ottengono facendo passare l'idrogeno o il deuterio attraverso la zona di scarica elettrica dove le molecole del gas si dissociano e gli atomi si ionizzano. Così, di solito, si ottengono ioni positivi, ma una parte di ioni ha carica negativa. In quest'ultimo caso per ionizzazione dell'atomo d'idrogeno lo ione risulta costituito da un protone attorno al quale ruotano due elettroni debolmente legati. Lo ione negativo così formato si dirige verso l'elettrodo positivo ad alta tensione e viene accelerato. Alla fine del suo cammino esso attraversa la foglia metallica che lo «denuda», privandolo cioè dei due elettroni. Qui lo ione negativo si trasfor-

ma in positivo e continua a muoversi nella stessa direzione verso il foro d'uscita, ora respingendosi dall'elettrode di alta tensione. Come risultato la particella carica di segno cambiato si avvicina al foro d'uscita ricevendo ancora energia, cioè la stessa quantità di energia ricevuta nella prima metà del suo cammino. Un acceleratore funzionante in base a questo principio si chiama *acceleratore cambiacarica* o *generatore tandem*. Il suo vantaggio rispetto al generatore di Van de Graaff è che la sorgente del gas si trova a terra, anziché ad alto potenziale, ciò che ne semplifica fortemente l'uso e l'alimentazione.

Il difetto del generatore di Van de Graaff è nella rigida limitazione dell'energia del fascio. Ma questo generatore ha dei vantaggi importanti e uno di essi sta nell'alto grado di monocromatismo del fascio (fino a 10^{-6}, superiore a qualsiasi altro acceleratore) e nella facilità di regolazione della sua energia. Grazie a questo fatto la sezione d'urto di diffusione del protone sul protone, ad esempio, a basse energie è misurata nel generatore di Van de Graaff con una precisione non realizzabile nella misura di altre sezioni d'urto nella fisica nucleare. Questa è la ragione per cui il generatore di Van de Graaff si applica tuttora nella ricerca a basse energie. Uno dei vantaggi importanti del generatore di Van de Graaff è anche la possibilità di ottenere fasci di grande potenza con alto rendimento. La corrente nel fascio prodotto dai generatori di Van de Graaff arriva a qualche centinaio di microamperi.

3. Passiamo ora allo studio degli *acceleratori lineari*. Essi appartengono alla classe degli *acceleratori di risonanza* poiché in essi per accelerare le particelle cariche si usano campi variabili ad alta frequenza, la cui frequenza è in accordo rigoroso con la velocità della particella accelerata. Il più semplice è l'*acceleratore di Weaderow* (n. 1902) nel quale gli elettrodi cilindrici vuoti (detti *tubi di deriva* o *di passaggio*) di lunghezza sempre crescente sono disposti l'uno dopo l'altro come nella figura schematica 147. I tubi sono alternativamente collegati — i dispari con uno dei poli del generatore a tensione alternata, ed i pari con l'altro polo. L'acceleratore funziona ad impulso, accelerando cioè singoli gruppi (bunches) di particelle anziché fornire una corrente di particelle accelerate. Nella metà superiore della fig. 147 sono indicati i segni delle cariche nei tubi e le direzioni dei campi elettrici negli interspazi fra questi tubi in un dato istante di tempo t. Lo stesso è fatto nella metà inferiore per il semiperiodo successivo del generatore a tensione alternata.

Supponiamo, ad esempio, che una particella positiva (protone) si trovi nel primo interspazio fra i tubi muovendosi nella direzione del campo elettrico. Allora in questo interspazio la velocità della particella aumenta; in seguito la particella entra nel canale del tubo cilindrico di deriva e si muove per inerzia in quanto il campo elettrico non penetra all'interno del tubo metallico. La lunghezza del tubo di deriva è tale que quando la particella arriverà al secondo interspazio fra i tubi, la direzione del campo elettrico diventa opposta, cosicché in questo interspazio la particella viene

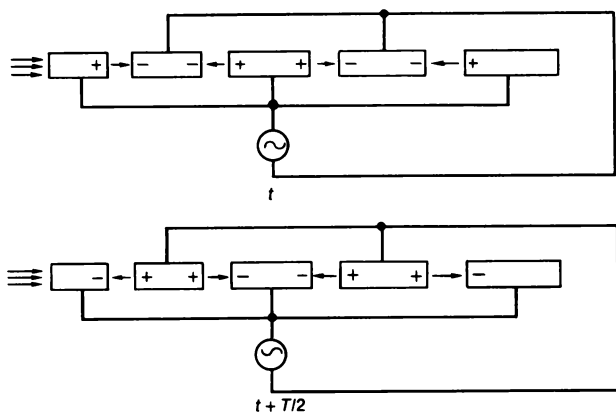



Fig. 147.

nuovamente accelerata. Lo stesso succede nel terzo e in tutti gli interspazi consecutivi fra i tubi di deriva.

In tal modo, in ciascun interspazio fra i tubi di deriva la particella si muove accelerando. A tale scopo è necessario che la lunghezza dei tubi consecutivi cresca in continuazione in accordo con la velocità ottenuta dalla particella. Affinché i tubi di deriva non siano troppo lunghi è indispensabile l'applicazione di generatori ad alta frequenza.

Nella considerazione suindicata è stato supposto tacitamente che le fasi dei potenziali di accelerazione fra i tubi vicini cambiano *sincronicamente.* In realtà il sincronismo rigoroso è violato dalla velocità finita di propagazione delle perturbazioni elettromagnetiche. Per piccole velocità della particella questa circostanza è praticamente inessenziale. Ma quando la velocità della particella si avvicina a quella della luce la violazione del sincronismo diviene considerevole cosicché occorre tenerne conto. Perciò gli acceleratori lineari di Weaderow possono dare particelle (protoni) accelerate di energie relativamente basse (fino a 10 MeV). Attualmente essi si applicano raramente e soltanto per un'accelerazione iniziale quando la velocità della particella è piccola rispetto a quella della luce.

4. Alvarez (n. 1911) propose e realizzò praticamente un *acceleratore lineare di risonanza* in cui i tubi di deriva non sono collegati con il generatore ad alta tensione. L'acceleratore di Alvarez è costituito da un tubo cilindrico (risonatore volumetrico) nel quale viene eccitata un'onda elettromagnetica stazionaria di tipo elettrico, cioè un'onda il cui vettore elettrico sia diretto lungo l'asse del tubo. Il campo elettrico in un siffatto risonatore ha la forma $E = A(r) \cos kx \cos \omega t$, dove la coordinata x è calcolata lungo il tubo e l'ampiezza $A(r)$ dipende dalla distanza r dal suo asse. La frequenza ω non può essere arbitraria poiché, in virtù delle condizioni limitrofe sulle pareti

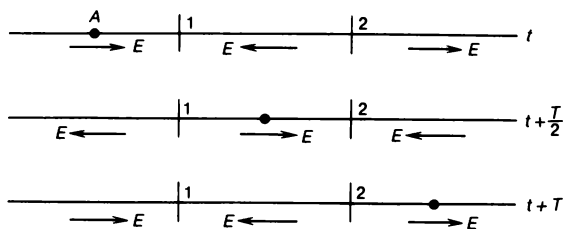



Fig. 148.

del tubo, in esso si possono eccitare onde stazionarie di caratteristiche ben determinate. È chiaro che negli acceleratori di Weaderow la frequenza del generatore non è sottoposta a questa condizione. Nei nodi 1, 2, 3, ... il campo elettrico si annulla, come risulta dalla fig. 148. Dopo un semiperiodo $T/2$ il campo elettrico cambia ogni volta la sua direzione in quella opposta.

Supponiamo che in questo campo una particella di carica positiva, ad esempio p, si muova con una velocità costante v e in modo tale che essa arrivi nel punto A nell'istante in cui il campo elettrico è massimo. Allora la particella avrà un'accelerazione, ossia aumenterà la propria energia. Supponiamo che dopo un quarto del periodo essa si trovi nel nodo 1 dove il campo elettrico si annulla. In questo istante il campo E ovunque cambia la direzione in quella opposta in modo che accelererà la particella anche fra i nodi 1 e 2. Al nodo 2 la particella deve arrivare all'istante in cui il campo elettrico cambia nuovamente di direzione. Perciò dopo il nodo 2 il moto sarà di nuovo accelerato. Lo stesso avviene fra i nodi 2 e 3 e via di seguito. Affinché la particella abbia ovunque un moto accelerato la sua velocità v deve soddisfare la condizione

$$v = (\lambda/2) : (T/2) = \lambda/T = v_f, \tag{84.1}$$

dove v_f è la velocità di fase dell'onda elettromagnetica propagantesi lungo il tubo. Ma la velocità di fase nel tubo (non riempito di sostanza) è sempre superiore alla velocità della luce c nel vuoto. Perciò la particella non può avere velocità v_f. Per un moto reale essa attraverserà quindi settori di accelerazione e di frenamento. Alvarez superò questa difficoltà collocando nei settori di frenamento i tubi di deriva e, quindi, annullando il campo elettrico in questi settori. Non occorre collegare questi tubi con sorgenti ad alta tensione poiché essi stessi si caricano dal campo elettromagnetico oscillante.

È vero che il campo elettromagnetico in un tubo contenente tubetti di deriva non ha più la forma così semplice come in assenza di quest'ultimi. Il campo è spinto negli interspazi fra i tubetti di deriva. Ma questa circostanza è inessenziale. È importante che la particella capiti sempre negli interspazi di accelerazione fra i tubetti e si muova in assenza di campo all'interno dei tubetti stessi. A tale scopo la lunghezza dei tubetti di deriva

deve aumentare in un determinato modo all'aumentare della velocità della particella. E precisamente, la particella deve attraversare i tubetti di deriva in quei semiperiodi durante i quali nel risonatore non contenente tubetti il campo elettrico la frenerebbe. Perciò la lunghezza del tubetto di deriva è legata alla velocità della particella dalla relazione

$$l = v\frac{T}{2} = \frac{v}{c}\frac{cT}{2} = \frac{v}{c}\frac{\lambda}{2}. \tag{84.2}$$

Questa relazione si verifica anche nel caso del moto non uniforme della particella accelerata. Ma in questo caso con v si deve intendere la velocità della particella all'istante del suo passaggio attraverso il tubetto di deriva in esame. La stessa relazione è valida nel caso dell'acceleratore di Weaderow.

5. Il funzionamento di un risonatore elettromagnetico vuoto agente come acceleratore si può trattare da un altro punto di vista. A tale scopo rappresentiamo un'onda stazionaria nel risonatore come sovrapposizione di due onde progressive di frequenza uguale propagantesi l'una verso l'altra:

$$A \cos kx \cos \omega t = \frac{A}{2}\cos(\omega t - kx) + \frac{A}{2}\cos(\omega t + kx).$$

La prima onda si dice *diretta* e la seconda *inversa*. Supponiamo che la particella si muova con velocità di fase $v = \omega/k$ trovandosi sempre sulla cresta della prima onda $\frac{A}{2}\cos(\omega t - kx)$. Allora questa onda accelererà con continuazione la particella. La seconda onda, invece, eserciterà sulla particella azioni di accelerazione e di frenamento che si sostituiscono con enorme frequenza. Come risultato compariranno piccole ma veloci oscillazioni attorno a un moto medio piano della particella, le quali però sono inessenziali. È ovvio che per capire queste oscillazioni non occorre sviluppare l'onda stazionaria in somma di due onde progressive. È sufficiente notare che non tutte le particelle del fascio arrivano ai nodi del campo elettrico esattamente quando quest'ultimo cambia di direzione. Ciò implica un ritardo di queste particelle da quella che negli istanti di questo cambiamento arriva ai nodi, un peggioramento del monocromatismo del fascio e fenomeni di carattere oscillatorio.

Per accelerare le particelle si può usare la sola prima onda eliminando l'azione dannosa della seconda. Un acceleratore di questo tipo si chiama *acceleratore ad onda progressiva*. Per un'accelerazione reale delle particelle occorre anche un rallentamento della prima onda riducendone la velocità di fase fino ad essere inferiore alla velocità della luce nel vuoto. A tale scopo si usano delle guide d'onda «caricate», ad esempio, di pareti divisorie con fori sufficientemente grandi. Ciò consente di ottenere anche che la velocità di fase dell'onda e con essa la velocità della particella aumentino lentamente lungo la guida d'onda. Questo aumento della velocità dell'onda non occorre

nel solo caso degli elettroni ultrarelativistici, quando le loro velocità hanno raggiunto praticamente il limite relativistico, ossia la velocità della luce nel vuoto. Ma anche le guide d'onda a velocità di fase lentamente crescente si possono adoperare solo per accelerare particelle già sufficientemente veloci, in quanto in queste guide d'onda non si riesce ad ottenere un grande rallentamento delle onde (rispetto al vuoto). Nell'acceleratore di Alvarez il tubo (risonatore volumetrico) ha gli estremi chiusi con coperchi conduttori sui quali le onde elettromagnetiche si riflettono formando onde stazionarie. Negli acceleratori ad onda progressiva bisogna eliminare la riflessione dall'estremo esterno. A tale scopo all'estremo posteriore del tubo viene posto un risonatore di grandezza determinata nel quale l'onda incidente scompare sviluppando calore per effetto Joule.

Nel 1964 all'Istituto di fisica tecnica di Kharkov dell'Accademia delle scienze dell'Ucraina è stato costruito un grande acceleratore lineare ad onda progressiva per accelerare elettroni fino a 1,8 GeV. La sua lunghezza è di 240 m. Il più grande acceleratore lineare ad onda progressiva che accelera elettroni fino a 22,3 GeV è stato costruito a Stanford (USA). La sua lunghezza è di 3,05 km. Per rallentare le onde elettromagnetiche nella guida d'onda vengono collocati diaframmi speciali che la dividono in celle. Quest'ultime si possono considerare come risonatori lineari vuoti nei quali l'onda progressiva eccita il campo elettromagnetico. A causa di perdite inevitabili sulle pareti l'ampiezza dell'onda diminuisce con continuità lungo la guida d'onda. Per il suo mantenimento si usano generatori speciali disposti su tutta la lunghezza dell'acceleratore. L'acceleratore lineare a Stanford conta più di 80 mila di tali generatori.

Gli acceleratori lineari sono molto costosi. Negli acceleratori a protoni più potenti l'incremento dell'energia del protone è di 1-1,5 MeV ogni metro dell'acceleratore, e negli acceleratori di elettroni di 10 MeV. L'energia limite ammissibile di un fascio di particelle è determinata esclusivamente dal costo dei risonatori di accelerazione e delle sorgenti d'energia a radiofrequenza.

Attualmente sta per terminare la costruzione di una installazione per fasci opposti di elettroni e positroni, sulla base dell'acceleratore lineare di Stanford, la cui energia è aumentata fino a 50 GeV. Gli elettroni e positroni vengono accelerati nell'acceleratore lineare, al termine del quale le loro traiettorie vengono separate e inviate in due semicirconferenze che si ricongiungono in un punto dove avverranno le collisioni tra i due fasci divenuti contrapposti.

All'Istituto di fisica nucleare della Sezione Siberiana dell'Accademia delle Scienze dell'ex URSS è stato elaborato il progetto di un acceleratore lineare (VLEP) che consente di ottenere fasci contrapposti di e^-, e^+ con possibilità di accelerazione fino a 100 MeV/m. Ciò permette di ottenere con dimensioni relativamente piccole dell'acceleratore fasci contrapposti con energia di 500 e persino di 1000 GeV ciascuno. A tale livello di accelerazione sarà possibile accelerare anche particelle instabili (mesoni $\pi^\pm$) fino a

1000 GeV. La creazione di gradienti di campo così alti ha richiesto una tecnologia totalmente nuova (vuoto, purezza delle superfici, ecc.).

Un acceleratore lineare ad alta intensità (fabbrica di mesoni) di 800 GeV funziona già a Los Alamos e un altro di 680 GeV è in costruzione a Krasnaja Pachra (Russia).

Uno dei pregi importanti degli acceleratori lineari di elettroni è che in virtù della traiettoria rettilinea delle particelle accelerate essi sono praticamente esenti da radiazione elettromagnetica (un alta intensità dovuta ad assenza di perdite all'uscita). Ma in numerose esperienze si manifesta un difetto: le particelle accelerate si ottengono sotto forma di pacchetti di corta durata i quali non vengono registrati dagli strumenti elettronici attuali.

Gli acceleratori lineari ad alta intensità possono avere notevole importanza pratica, ad esempio, per la produzione del combustibile nucleare ^{239}Pu, ^{233}U da ^{238}U, ^{232}Th (cfr. § 95, n. 11).

6. Negli *acceleratori ciclici* la particella non attraversa più una lunga serie di risonatori d'accelerazione, ma passa reiteratamente e periodicamente negli stessi interspazi d'accelerazione. Grazie a questo diminuiscono notevolmente le dimensioni ed il costo dell'acceleratore. Il primo acceleratore ciclico è stato costruito nel 1930 da Lawrence (1901-1958) e battezzato con il nome di *ciclotrone*. Per capire l'idea del ciclotrone ricordiamo che in un campo magnetico omogeneo costante $\boldsymbol{H}$ la particella carica, qualora la sua velocità sia perpendicolare ad $\boldsymbol{H}$, ruota uniformemente descrivendo una circonferenza con frequenza ciclica

$$\Omega = \frac{eH}{mc}, \tag{84.3}$$

cioè con periodo di rotazione $T = 2\pi/\Omega$. Quel che più importa è che nel moto non relativistico il periodo T sia *indipendente* dalla velocità di moto della particella, e questa idea sta alla base del ciclotrone.

Il ciclotrone è costituito da una scatola metallica cilindrica schiacciata nella quale lungo il diametro è praticata una fessura che divide la scatola circolare in due metà semicircolari A e B, a forma di D (fig. 149). La scatola è collocata in un campo magnetico omogeneo costante fra i due poli opposti di un elettromagnete. Fra le due metà semicircolari A e B è applicata una tensione elettrica proveniente da un generatore ad alta frequenza Ω (84.3). La sorgente di ioni (positivi) è fornita da un piccolo arco acceso al centro del ciclotrone fra il catodo arroventato e la parete della cavità, che funge da anodo. Grazie ad un pompaggio ininterrotto in A e B è mantenuta una pressione di 10^{-4}-10^{-5} mm di mercurio, mentre al centro della cavità, dove è acceso l'arco, la pressione è superiore di circa 100 volte. Uno ione positivo uscente dall'arco è attratto dalla metà semicircolare negativa e acquisisce un'energia. All'interno della cavità semicircolare esso è animato da un moto uniforme descrivendo una semicirconferenza. Passato il tempo $T/2$ esso arriva alla fessura fra le cavità semicircolari. A questo istante il campo

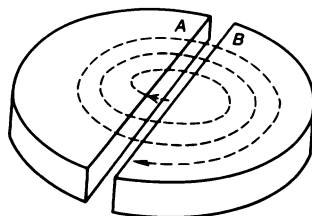



Fig. 149.

elettrico cambia di direzione in modo che lo ione si trova di nuovo nel campo accelerante e riceve una nuova accelerazione. In seguito, durante lo stesso tempo $T/2$ lo ione con la velocità acquisita descrive una semicirconferenza nella seconda cavità. Passato il tempo $T/2$ lo ione si avvicina di nuovo alla fessura fra le cavità quando il campo cambia di direzione e viene nuovamente accelerato, e via di seguito. Lo ione descrive una spirale acquistando periodicamente un'accelerazione dopo ogni $T/2$. All'ultima spira è applicato un campo elettrico deflettore che fa uscire all'esterno il fascio. L'intensità del campo accelerante è limitata dalle possibilità di scarica disruptiva, e difficilmente è superiore a 100 kV.

L'energia acquisita dalla particella all'uscita dall'acceleratore è indipendente dal campo accelerante. Essa è determinata unicamente dall'intensità del campo magnetico H e dal raggio R della cavità cilindrica nella quale è creato il campo. Infatti, la velocità ottenuta dalla particella è $v = \Omega R$ e l'energia cinetica

$$\mathscr{E} = \frac{1}{2} m\Omega^2 R^2 = \frac{1}{2} \frac{(eHR)^2}{mc^2} . \tag{84.4}$$

Così, per $H = 15$ kgf e $R = 0{,}4$ m nel caso dell'accelerazione di protoni ($mc^2 = 938$ MeV) otteniamo

$$\mathscr{E} = \frac{1}{2} \frac{(4{,}8 \cdot 10^{-10} \cdot 1{,}5 \cdot 10^4 \cdot 40)^2}{938 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}} \text{ erg} = \frac{1}{2} \frac{(4{,}8 \cdot 1{,}5 \cdot 4 \cdot 10^{-5})^2}{938 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}} \text{ eV} = \\ = 17 \cdot 10^6 \text{ eV} = 17 \text{ MeV}.$$

Se l'intensità fra le due cavità semicircolari vale 100 kV, allora per ogni rotazione l'energia del protone aumenterà di 200 keV in quanto esso attraversa due volte la fessura acceleratrice. Quindi, per avere un'energia di 17 MeV il protone deve compiere $17 \cdot 10^6 : 2 \cdot 10^5 = 85$ giri.

È importante per il funzionamento del ciclotrone che la particella si muova sempre nel piano centrale delle due semiciambelle o almeno ritorni in questo piano anche a seguito di piccole deviazioni e non caschi su una di esse. I ciclotroni infatti godono di questa proprietà reale detta *focalizzazione*. La focalizzazione è garantita dalla disomogeneità del campo magne-

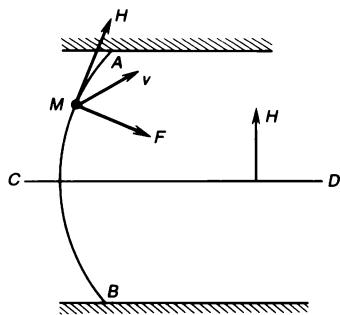



Fig. 150.

tico e, in parte, di quello elettrico nella fessura fra le cavità semicircolari. L'azione focalizzatrice del campo magnetico si ottiene perché esso decresce dal centro verso la periferia. Grazie a questo fatto le linee di forza magnetiche hanno le convessità rivolte verso l'esterno, cioè sono a forma di botte.

Nella fig. 150 è rappresentata una delle linee di forza magnetica AB nell'ipotesi che il campo magnetico che la trattiene sia rivolto verso l'alto. Per fissare le idee, consideriamo una particella positiva supponendo che essa sia spostata dal piano intermedio CD nella posizione M. In questa posizione il campo magnetico la costringe a muoversi nella direzione che parte dal lettore e attraversa il piano della figura. Di conseguenza, la forza di Lorentz F ha una componente rivolta verso il basso. Sarà questa forza a far tornare la particella deviata di nuovo nel piano intermedio CD. Se il campo magnetico aumentasse in modo sufficientemente rapido nella direzione centrifuga le linee di forza magnetiche avrebbero le convessità rivolte verso il centro e comparirebbe una forza di Lorentz di componente rivolta verso l'alto la quale farebbe deviare ancora di più la particella dal piano CD e, alla fine la porterebbe nel piano superiore della cavità semicircolare [1)].

Il difetto essenziale del ciclotrone è che esso consente di accelerare particelle *soltanto fino ad energie non relativistiche.* Soltanto in questo caso si ha sincronismo fra il campo elettrico oscillante e la rotazione circolare della particella. Nel caso di moto relativistico la formula (84.3) può ancora essere verificata, a patto di considerare m non come massa a riposo bensì come massa relativistica della particella. Questa massa relativistica e anche il periodo di rotazione T della particella crescono con la velocità della particella, e ciò conduce alla violazione del sincronismo.

[1)] La capacità di un campo magnetico disomogeneo di trattenere le particelle oggi è sfruttata in numerose installazioni, comprese quelle termonucleari («specchi magnetici» o «tappi magnetici»).

In accordo con quanto detto, è possibile accelerare protoni in un ciclotrone soltanto fino a 20-25 MeV, mentre praticamente è impossibile accelerare elettroni. Nella regione di basse energie invece, il ciclotrone, che dà correnti fino a 1 mA, supera per intensità tutti gli altri acceleratori. Per questa ragione i ciclotroni hanno tuttora una vasta applicazione nello studio delle reazioni nucleari a basse energie e anche nella produzione industriale di isotopi (prevalentemente di quelli aventi carenza di neutroni) che non si possono ottenere nei reattori nucleari. I ciclotroni si usano anche per ottenere fasci di deutoni, di particelle α e di ioni pesanti più volte ionizzati. Si riesce ad accelerare gli ioni pesanti fino a qualche centinaio di MeV poiché, in virtù della grande massa, le correzioni relativistiche per essi diventano importanti solo per energie maggiori rispetto ai protoni.

7. Il *sincrociclotrone* permette di accelerare le particelle anche ad energie relativistiche. La sua differenza dal ciclotrone sta nel fatto che per accelerare particelle si usano campi elettrici di frequenza lentamente variabile e uguale alla frequenza di rotazione della particella, la quale diminuisce in conseguenza dell'aumento relativistico della massa. Questo campo accelera la particella ad ogni giro malgrado il cambiamento relativistico della massa. Il sincrociclotrone funziona esclusivamente in modo pulsato, ossia a ogni istante nella camera viene accelerato un solo pacchetto di particelle (o al massimo alcuni pacchetti).

Una delle condizioni fondamentali per la possibilità di funzionamento del sincrociclotrone e della maggioranza degli altri acceleratori di risonanza moderni per energie relativistiche è l'*autofasamento* scoperto nel 1944-1945 da V.I. Wexler (1907-1966) e quasi contemporaneamente da E.C. Mc-Millann (n. 1907). Il fatto è che negli acceleratori ciclici di risonanza non si verifica mai una esatta coincidenza (come è stato supposto finora per semplificare le idee) fra le frequenze del campo accelerante e della particella accelerata.

Queste frequenze infatti sono un po' differenti. Quanto alle particelle stesse, esse a causa di una dispersione delle velocità ruotano con frequenze un po' diverse. Ma questa circostanza non implica la perdita di stabilità nel moto longitudinale di un insieme di particelle? Se così fosse l'insieme si smusserebbe nella direzione longitudinale e il funzionamento dell'acceleratore sarebbe impossibile.

Per chiarire il principio di autofasamento immaginiamo l'intensità del campo elettrico E negli intervalli di accelerazione in funzione del tempo t. Il campo E è rappresentato da una curva sinusoidale ma la sua frequenza cambia lentamente con il tempo. È importante notare che il tempo T impiegato dalla particella nel passare da un intervallo di accelerazione a quello vicino dipende dalla sua energia. Questa dipendenza è determinata da due fattori opposti. All'aumentare dell'energia della particella aumenta la sua velocità, il che diminuisce T, ma diventa più lungo il cammino fra due accelerazioni consecutive.

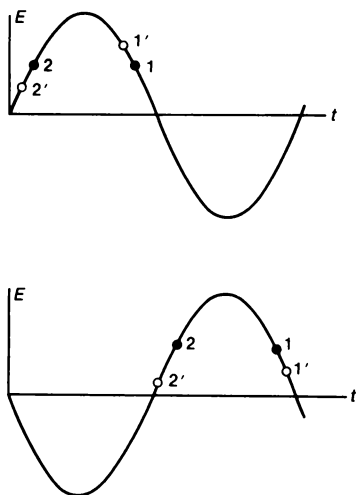



Fig. 151.

L'effetto risultante dipende dalla struttura dell'acceleratore. Così, in un acceleratore lineare di risonanza il secondo fattore non agisce e il tempo T diminuisce all'aumentare dell'energia. In altri acceleratori questa dipendenza può essere opposta. Per concretezza supponiamo che all'aumentare dell'energia il tempo T diventi più lungo. L'ipotesi opposta non incide sulla considerazione e sulla conclusione definitiva.

Supponiamo che due particelle con velocità poco differenti escano contemporaneamente da un intervallo di accelerazione. All'avvicinarsi del successivo intervallo di accelerazione la particella più veloce 1 supererà quella più lenta 1′ (fig. 151, in alto). Supponiamo inoltre che le particelle passino per l'intervallo di accelerazione quando il campo elettrico, raggiunto un massimo, comincia ad indebolirsi. Allora, per ipotesi, nel nuovo intervallo di accelerazione la particella 1′ avrà un incremento maggiore di velocità rispetto alla particella 1. Nel moto verso il successivo intervallo di accelerazione la particella 1′ colmerà il suo ritardo e, forse, supererà la particella 1, come nella fig. 151, in basso. Se è così, nel nuovo intervallo di accelerazione la particella 1′ avrà un incremento di velocità minore di quello della particella 1. Nel moto ulteriore l'anticipo della particella 1′ sarà diminuito e può succedere che, avvicinandosi all'intervallo di accelerazione successivo, essa sia di nuovo in ritardo. Quindi, nel moto di due particelle vicine, la distanza fra di esse ora aumenta ora diminuisce.

In particolare, la variazione della frequenza del campo può essere stabilita in modo che la particella 1 sia quella di risonanza, cioè che essa passi attraverso tutti i tratti di accelerazione negli istanti in cui la fase del campo

accelerante torni a un medesimo valore. In questo caso compariranno piccole oscillazioni delle particelle vicine attorno alla posizione della particella di risonanza 1, vale a dire si forma un *gruppo stabile* (pacchetto) di particelle accelerate.

Da quanto detto risulta con chiarezza che ciò succede quando il pacchetto di particelle accelerate passa attraverso gli intervalli di accelerazione negli istanti in cui il campo accelerante dopo aver raggiunto un massimo comincia a decrescere. Se, invece, esso non ha raggiunto ancora il massimo il ritardo della particella 2′ dalla particella 2 (fig. 151, in basso) aumenterà via via a causa di un'energia complementare acquisita negli intervalli di accelerazione. Le particelle si separeranno l'una dall'altra e il pacchetto, essendo instabile, si decomporrà. La situazione cambia quando all'aumentare dell'energia della particella il tempo T diminuisce. In questo caso si forma un pacchetto stabile di particelle solo a condizione che esso passi attraverso gli intervalli di accelerazione prima che il campo accelerante raggiunga il massimo. Comunque il pacchetto stabile si forma ora a destra ora a sinistra dal massimo del campo elettrico, cioè si forma proprio dove passa la particella di risonanza corrispondente. La formazione automatica di un pacchetto stabile di particelle negli acceleratori di risonanza costituisce il fenomeno detto *autofasamento.*

Dopo aver trattato il principio di autofasamento diamo alcuni dati sui sincrociclotroni. Sono degli acceleratori usati per produrre fasci accelerati di particelle pesanti: protoni, deutoni, particelle α. Essi accelerano le particelle fino ad energie di 1 GeV producendo in un secondo da qualche decina ad alcune centinaia di impulsi. Ogni impulso contiene 10^9-10^{10} particelle. Quanto all'intensità del fascio nel sincrociclotrone, essa è notevolmente inferiore a quella del ciclotrone, ma è sufficientemente grande — dell'ordine di 2 μA [1]. La tensione accelerante è di 10-30 kV. Perciò in un sincrociclotrone di 700 MeV la particella deve compiere all'incirca 10^5 giri. L'energia massima raggiunta nel sincrociclotrone è determinata da considerazioni più economiche che non fisiche, soprattutto dal costo dei magneti che sono costruiti con ferro per trasformatori di alta qualità e rappresentano la parte più costosa dell'installazione. Il fatto è che nel sincrociclotrone la particella comincia a ruotare dal centro verso la periferia. Perciò il campo magnetico deve essere creato in tutto il volume della camera in cui si compie la rotazione. A tale scopo il magnete deve essere munito di espansioni polari di grande dimensione. Qualunque sia la velocità, l'impulso della particella è determinato dalla relazione

$$p = eHr/c. \tag{84.5}$$

[1] Nel tempo presente esiste un acceleratore detto SIN (Svizzera) con intensità di I = 200 μA (essendo raggiungibile anche 2 mA). L'intensità del acceleratore installato nel Istituto Unito di Ricerche Nucleari di Dubna (Russia) è stata portata a 20 μA.

L'area del polo aumenta come l'area dell'ultima spira della spirale, cioè come il quadrato dell'impulso della particella. Allo stesso modo circa, e quindi molto rapidamente, aumenta il costo del magnete. Con ciò viene determinato il campo di variazione dell'energia in cui si usa un sincrociclotrone. Per energie da 25 a centinaia di MeV il metodo sincrociclotronico di accelerazione dei protoni, deutoni e delle particelle α al presente è fondamentale.

8. Alla classe degli acceleratori a campo magnetico costante nel tempo appartiene il *microtrone* che si usa per accelerare elettroni. L'idea del microtrone fu proposta da V.I. Wexler nel 1944, ma la prima installazione sperimentale fu realizzata nel 1948 in Canadà. A differenza del ciclotrone e del sincrociclotrone, la sorgente di elettroni accelerati nel microtrone è collocata non al centro, ma alla periferia del campo magnetico. In quella zona periferica si trova anche il risonatore cavo di accelerazione, attraversando il quale l'energia dell'elettrone ogni volta aumenta dell'energia a riposo dell'elettrone $m_0c^2 = 0{,}511$ MeV (o di una quantità multipla). L'elettrone, dopo aver descritto una circonferenza nel campo magnetico, torna nell'intervallo di accelerazione dove la sua energia aumenta ancora di m_0c^2. In seguito a n passaggi attraverso l'intervallo di accelerazione, la massa relativistica dell'elettrone diviene uguale a $m_n = (n + 1)m_0$ e la frequenza di moto circolare è

$$\omega_n = \frac{eH}{m_nc} = \frac{eH}{(n+1)m_0c} = \frac{\omega}{n+1}.$$

Quindi, la frequenza di rotazione diminuisce di $(n + 1)$ volte rispetto alla frequenza della particella non relativistica e il tempo di rotazione aumenta di $(n + 1)$ volte. Questa è la condizione per cui l'elettrone passa attraverso l'intervallo di accelerazione ogni volta che il campo elettrico si trova nella fase di accelerazione.

L'energia totale dell'elettrone dopo n passaggi attraverso l'intervallo di accelerazione è determinata dalla formula $\mathcal{E}_n^2 - (pc)^2 = \mathcal{E}_0^2$ e perciò

$$pc = \sqrt{n^2 + 2n}\,\mathcal{E}_0.$$

Di qui e dalla formula (84.5), concludiamo che all'aumentare di n i raggi delle traiettorie descritte dall'elettrone nel campo magnetico del microtrone aumentano come $\sqrt{n^2 + 2n}$. Le traiettorie circolari descritte successivamente dall'elettrone nel microtrone sono rappresentate schematicamente in fig. 152.

Nel microtrone, così come negli altri acceleratori di particelle relativistiche, si realizza l'autofasamento. Esso fa sì che sia accelerato non il solo elettrone di risonanza, passante attraverso il risonatore accelerante nell'istante di massimo del campo elettrico, ma acquisiscono un'accelerazione anche gli elettroni vicini, che compiono in sua prossimità piccole oscillazioni. L'ampiezza di queste oscillazioni è determinata dalla zona di stabilità

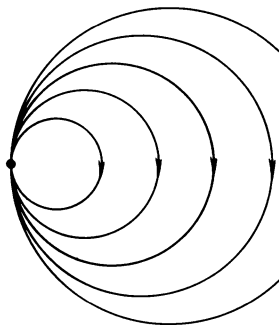



Fig. 152.

e implica piccole oscillazioni dell'energia elettronica attorno a un valore medio, cioè conduce ad una determinata perdita di monocromaticità. Ciononondimeno la monocromaticità del fascio accelerato resta sufficientemente alta. Sotto questo aspetto il microtrone è inferiore al solo generatore elettrostatico di Van de Graaff. Malgrado ciò, data una monocromaticità sufficientemente alta per la realizzazione di numerose esperienze, il microtrone consente di ottenere intensi fasci di elettroni con una energia irraggiungibile nei generatori elettrostatici.

La maggioranza dei microtroni funziona sulla lunghezza d'onda $\lambda = 10$ cm. L'intensità del campo magnetico, di regola, non è molto grande e vale circa 1000 Gs. Il diametro delle espansioni polari del magnete e della camera è determinato dalla lunghezza dell'ultima orbita: $D_n = \lambda n/\pi$. Il numero di orbite di solito è di 10-20. Il microtrone, così come il ciclotrone, può funzionare sia in regime continuo che pulsato. Per energia di 5 MeV la corrente in impulso è di 1-2 mA. La corrente media, di solito, è mille volte più piccola.

L'energia limite realizzabile nei microtroni di solito è di 50-100 MeV. Un aumento ulteriore dell'energia è connesso con tolleranze assai rigide imposte sul campo magnetico per garantire la stabilità. I microtroni esistenti permettono di accelerare elettroni fino a 30 MeV. In questo caso l'intensità del fascio accelerato cade bruscamente all'aumentare dell'energia. Così, un microtrone di 13 MeV fornisce una corrente in impulso di 100 mA, e un microtrone di 30 MeV soltanto di 0,05 mA.

I microtroni si usano solo per accelerare elettroni, poiché persino nel caso di particelle così leggere occorre produrre nei risonatori tensioni di oltre $0{,}5 \cdot 10^6$ V, il che è connesso con serie difficoltà tecniche.

Se vicino al risonatore piano si colloca un bersaglio pesante (di spessore dell'ordine della lunghezza di radiazione), allora per frenamento degli elettroni possono comparire quanti γ di alta energia i quali, a loro volta, generano coppie elettrone-positrone. Accanto agli elettroni i positroni così

formatisi saranno accelerati dallo stesso microtrone ma si muoveranno in direzione opposta.

9. L'accelerazione degli elettroni si può realizzare mediante un campo elettrico prodotto dal rapido aumento di un campo magnetico a simmetria assiale nel tempo. Questo processo si ottiene nel *betatrone*. Questo è un acceleratore in cui l'elettrone descrive un'orbita stazionaria, cioè un'orbita di raggio costante r e, quindi, non sono necessari nessun campo elettrico di alta frequenza e nessun rispetto di sincronismo.

Troviamo la condizione necessaria per l'esistenza di questa orbita stazionaria. L'impulso dell'elettrone p aumenta in valore assoluto in accordo con l'equazione $dp/dt = eE$, dove e è la carica dell'elettrone in valore assoluto ed E l'intensità del campo elettrico sull'orbita stazionaria. Essa è determinata dalla legge dell'induzione

$$2\pi r E = \frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt},$$

dove il flusso magnetico passante per l'area delimitata dall'orbita stazionaria è $\Phi = \pi r^2 \bar{H}$, dove $\bar{H}$ è l'intensità media del campo magnetico su quest'area. In tal modo

$$\frac{dp}{dt} = \frac{e}{2\pi r c}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{e}{2c}\frac{d\bar{H}}{dt}.$$

D'altra parte, in virtù della formula (84.5) per il raggio costante r abbiamo

$$\frac{dp}{dt} = \frac{e}{c}\frac{dH}{dt},$$

dove H è l'intensità del campo magnetico sull'orbita stazionaria. Dal confronto delle due ultime formule e per integrazione otteniamo

$$H = \frac{1}{2}\bar{H}, \tag{84.6}$$

tenendo conto, fra l'altro, che per $t = 0$ abbiamo $H = \bar{H} = 0$, il che ha luogo soltanto all'aumentare del campo magnetico con il tempo. Si vede anche senza calcolo che l'intensità del campo magnetico deve aumentare e non diminuire con il tempo in quanto l'acceleratore deve aumentare l'energia dell'elettrone. Per trattenere un elettrone sulla stessa orbita all'aumentare dell'energia occorre un campo magnetico più forte.

Quindi, per l'esistenza dell'orbita stazionaria elettronica è necessario che l'intensità del campo magnetico sull'orbita sia metà dell'intensità media dello stesso campo sull'area delimitata da questa orbita e che, fra l'altro, il campo magnetico debba aumentare con il tempo a partire da zero. Questo risultato costituisce la base strutturale e funzionale del betatrone.

Nel betatrone gli elettroni sono accelerati fino ad energie ultrarelativistiche, e perciò, in virtù della formula (84.5), l'energia cinetica finale

dell'elettrone accelerato è determinata dalla formula

$$\mathscr{E}_{cin} = \mathscr{E}_{total} = pc = eHr = \frac{1}{2} e\bar{H}r, \qquad (84.7)$$

dove H e $\bar{H}$ indicano le intensità dei campi magnetici di trattenimento e medio allo scadere del tempo di accelerazione. Si vede che l'energia $\mathscr{E}_{cin}$ è determinata soltanto dalle intensità H, $\bar{H}$ e dal raggio dell'orbita stazionaria, ma è indipendente dal numero di giri compiuti dall'elettrone sull'orbita stazionaria.

Supponiamo ad esempio che l'avvolgimento elettrico del magnete sia alimentato da una corrente sinusoidale alternata di frequenza $\nu = 50$ Hz che crea un campo magnetico medio di ampiezza $\bar{H} = 10\,000$ Gs. Il betatrone accelera gli elettroni nei soli intervalli in cui aumenta il campo magnetico. Supponiamo approssimativamente che la durata di questo intervallo sia $\tau = T/4 = 1/4\nu \approx 1/200$ s e ammettiamo che il diametro dell'orbita stazionaria valga $D = 1$ m. Allora l'energia cinetica massima dell'elettrone sarà

$$\mathscr{E}_{cin} = \frac{1}{2} \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-10} \cdot 10^4 \cdot \frac{10^2}{2} = 1{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ erg} = 75 \text{ MeV}.$$

Per percorrere l'orbita stazionaria l'elettrone ultrarelativistico impiega $t = 2\pi r/c = 3{,}14 \cdot 10^{-8}$ s in modo che durante il tempo di accelerazione esso compie $\tau/t = \frac{(1/2) \cdot 10^{-2}}{3{,}14 \cdot 10^{-8}} \approx 160\,000$ giri.

La stabilità del moto lungo l'orbita stazionaria nella direzione verticale è garantita dalla forma a botte delle linee di forza magnetiche fra le espansioni polari del magnete del betatrone. Sull'orbita stazionaria la forza centrifuga $mv^2/r = pv/r$ è equilibrata dalla forza di Lorentz eHv/c. Perciò affinché il moto sia stabile nella direzione radiale il campo H deve decrescere all'aumentare del raggio più lentamente di $1/r$. Soltanto in questo caso la forza di Lorentz supererà la forza centrifuga e potrà far tornare la particella sull'orbita stazionaria. Anche una particella deviata verso il centro tornerà sull'orbita stazionaria poiché, in questo caso la forza centrifuga supererà quella di Lorentz.

Di solito i betatroni si usano per accelerare elettroni fino ad energie tra 1 e 50 MeV quando il flusso medio non supera i 10^{-2} μA per 10^9-10^{10} particelle in un impulso. Dapprima esistevano betatroni per energie più alte, fino a 240 MeV. Tuttavia ciò è innopportuno poiché nei betatroni bisogna creare un campo magnetico su tutta l'area all'interno della traiettoria elettronica. Questa difficoltà dei betatroni si sente ancora di più che nei sincrociclotroni in quanto il campo magnetico medio nei betatroni deve essere doppio del campo necessario per trattenere l'elettrone sull'orbita stazionaria. Inoltre, per energie di 100 MeV e più il regime di accelerazione degli elettroni nei

betatroni peggiora notevolmente a causa della radiazione elettromagnetica.

Il maggiore tra i difetti dei betatroni è la difficoltà e praticamente anche l'impossibilità di far uscire il fascio dalla camera. I betatroni vengono usati spesso per ottenere quanti γ di alta energia. A tale scopo gli elettroni accelerati vengono diretti contro un bersaglio collocato nella camera. Ciò si ottiene mediante l'avvolgimento che crea il campo magnetico il quale viola la condizione (84.6). Come risultato il raggio dell'orbita aumenta o diminuisce e gli elettroni arrivano sul bersaglio dove generano i quanti γ.

10. L'impulso della particella è legato alla sua energia totale $\mathscr{E}$ dalla relazione $p = (\mathscr{E}/c^2)v$ ossia $pc = \mathscr{E}\beta$, dove $\beta = v/c$. Dall'altra parte $\mathscr{E}^2 - (pc)^2 = \mathscr{E}_0^2$. Da queste due relazioni si ricava

$$\beta^2 = \frac{\mathscr{E}^2 - \mathscr{E}_0^2}{\mathscr{E}^2}, \tag{84.8}$$

e per $\beta \sim 1$ si ha

$$1 - \beta \approx \frac{1}{2}\mathscr{E}_0^2/\mathscr{E}^2. \tag{84.8a}$$

Per l'elettrone $\mathscr{E}_0 = 0{,}511$ MeV. Quando l'energia dell'elettrone è relativistica, per essempio $\mathscr{E} = 10$ MeV, dalla formula (84.8) troviamo che $\beta = 1 - 0{,}000013$. Quindi, se l'energia dell'elettrone è superiore a 10 MeV la sua velocità è praticamente costante e non differisce dalla velocità della luce c. Perciò il periodo di rotazione dell'elettrone lungo l'orbita stazionaria è praticamente costante anch'esso. Questo fatto è sfruttato nei *sincrotroni*, ossia negli acceleratori di risonanza ciclici a forma di anello per elettroni ad orbita di raggio quasi costante, nei quali la frequenza del campo elettrico accelerante è costante mentre l'intensità del campo magnetico di trattenimento varia con il tempo. Nel sincrotrone il campo magnetico si deve creare soltanto lungo l'anello accelerante e non al suo centro, il che diminuisce notevolmente il peso del magnete e ne diminuisce il costo. Nel sincrotrone si possono accelerare solo particelle ultrarelativistiche, il che rende difficile l'iniezione di particelle nel sincrotrone. Nei grandi sincrotroni si impiegano elettroni già accelerati (fino ad energie di 1-50 MeV) e in quelli più piccoli si usa l'iniezione betatronica. L'acceleratore funziona dapprima come un betatrone fino alla realizzazione di energie ultrarelativistiche e in seguito passa al regime sincrotronico. L'uscita di particelle accelerate dal sincrotrone è resa difficile per la costanza del raggio dell'orbita. Cionondimeno essa si realizza nella maggioranza dei sincrotroni moderni. Spesso il fascio di elettroni accelerati, restando nella camera, viene diretto contro un bersaglio interno dove si generano quanti γ di frenamento che servono a vari scopi di ricerca. Nei sincrotroni di alta energia il numero di particelle per pacchetto è di circa 10^{10}, e il numero di pacchetti al secondo è di qualche decina, di modo che si ottiene un flusso medio di circa 0,1 μA.

Gli elettroni ultrarelativistici che percorrono nel sincrotrone orbite cir-

colari (in quanto posseggono accelerazioni normali) sono possenti sorgenti di radiazione elettromagnetica. L'energia di radiazione emessa in un giro dell'elettrone cresce proporzionalmente alla quarta potenza dell'energia dell'elettrone stesso per un determinato raggio (cioè per H assegnato) [1]. La perdita di energia per radiazione implica uno smorzamento delle oscillazioni degli elettroni in prossimità dell'orbita d'equilibrio, mentre il carattere discreto (quantistico) della radiazione conduce alla loro oscillazione. Sono le difficoltà di creazione di installazioni di accelerazione con compensazione delle perdite per radiazione a limitare le energie realizzabili. Nei sincrotroni vengono ottenute energie massime di 5-10 GeV. Per energie più piccole sono più redditizi betatroni e microtroni, e per energie più grandi gli acceleratori lineari, tuttavia sono in corso di progettazione sincrotroni da 100-150 GeV.

11. Per accelerare particelle pesanti (protoni o ioni) fino ad energie molto elevate si usano i *sincrofasotroni* che sono acceleratori di risonanza ciclici per particelle pesanti, nei quali variano con il tempo sia il campo magnetico che la frequenza del campo elettrico accelerante, in modo tale da rendere quasi costante il raggio dell'orbita d'equilibrio. È necessario cambiare la frequenza del campo elettrico nel sincrofasotrone poiché i protoni con energia di 1 GeV non sono ancora sufficientemente ultrarelativistici, di modo che il loro periodo di rotazione lungo un'orbita di raggio costante varia con l'energia ($\beta = 0,767$ per $\mathscr{E}_{\text{cin}} = 1$ GeV). Il moto delle particelle avviene in una camera anulare sotto vuoto collocata in un campo magnetico prodotto da un sistema di magneti disposti in un determinato ordine lungo l'anello. Il campo magnetico varia in modo sincrono con l'energia delle particelle. Negli intervalli rettilinei fra i magneti (sfruttati per sistemare gli elettrodi acceleranti e anche i dispositivi d'entrata e d'uscita del fascio) il campo magnetico si annula. I sincrofasotroni di energia maggiore sono *a più stadi*: un acceleratore lineare (*iniettore*) manda le particelle in un piccolo sincrofasotrone (*booster*) dove esse sono accelerate fino ad un'energia intermedia e in seguito passano al grande sincrofasotrone per l'ulteriore accelerazione. Nei sincrofasotroni di energie più piccole l'iniezione di particelle si realizza direttamente dall'acceleratore lineare.

L'intensità dei fasci accelerati nei sincrofasotroni è relativamente piccola, soprattutto quando le energie sono grandi. Così, il sincrofasotrone a Dubna (Russia) per 10 GeV produce pacchetti con circa 10^{12} protoni (7,5 pacchetti al minuto). Esso permette di accelerare non solo protoni, ma anche nuclei atomici fino ad un'energia di 10 GeV per carica protonica. Per

---

[1] Si può diminuire la radiazione di sincrotrone costruendo R più grande (H più piccolo). Al CERN (Svizzera) è in costruzione un acceleratore a fasci contrapposti e^+, e^-, ciascuno di 50 GeV (ed in seguito di 100 GeV). La lunghezza della sua circonferenza è di circa 30 km. Le perdite per radiazione di sincrotrone valgono decine di MeV.

esempio, l'atomo totalmente ionizzato dell'isotopo di carbonio $^{12}_{6}C$ viene accelerato nel sincrofasotrone fino ad un'energia di 60 GeV, cioè fino a 5 GeV/nucleone (l'intensità del pacchetto è di 10^4 nuclei di $^{12}_{6}C$).

Nei sincrofasotroni è stata ottenuta l'energia massima delle particelle accelerate. Nel 1967 a Serpuchov (Russia) è stato messo in funzione un sincrofasotrone di 76 GeV. Il raggio del suo anello accelerante è di 236,14 m. Il flusso medio è di $2 \cdot 10^{-12}$ μA (10^{12} particelle in un pacchetto, 8 pacchetti al minuto). L'incremento di energia per giro è di 190 keV in modo che durante l'intero ciclo di accelerazione la particella compie nell'acceleratore $(76 \cdot 10^9) : (190 \cdot 10^3) = 400\,000$ giri. Fino al 1972 il sincrofasotrone di Serpuchov è stato il più grande acceleratore di protoni nel mondo. Verso il 1980 è stata ottenuta un'energia massima di 500 GeV (Batavia, USA e CERN); ora sono in progetto sincrofasotroni di qualche migliaio di GeV. La realizzazione di energie superiori è ostacolata soprattutto da possibilità economico-tecniche (dimensioni dell'installazione e suo costo). L'energia minima per cui ottenimento si usano i sincrofasotroni è di 1 GeV, e per energie più piccole è più opportuno l'uso dei sincrociclotroni.

Per mezzo dell'acceleratore da 500 GeV presso il CERN (Svizzera) sono stati creati fasci contrapposti $\bar{p}$, p di 200 e 310 GeV con i quali si è riusciti a produrre i bosoni $W^{\pm}$, Z^0. Nel 1985 a Batavia (USA) è stato messo in funzione un acceleratore (a magneti superconduttori) capace di raggiungere un'energia di 1000 GeV e fasci contrapposti di 800 GeV. A Serpuchov (Russia) è in costruzione un complesso di accelerazione è di accumulazione basato su un acceleratore protonico di 3-3,5 TeV (a magneti superconduttori) con la realizzazione di fasci contrapposti $\bar{p}$, p e p, p. La lunghezza della sua circonferenza è di 20 km. Il ruolo del booster compierà un sincrofasotrone di 76 GeV. In Germania è in costruzione l'acceleratore HERA con fasci contrapposti e, p ($\mathscr{E}_e$ = 20-30 GeV, $\mathscr{E}_p$ = 800 GeV). È in progetto un acceleratore protonico da 20 TeV (USA) a fasci contrapposti.

12. Per aumentare l'energia delle particelle accelerate nel sincrofasotrone e in altri acceleratori di alta energia, importanza primaria ha avuto l'applicazione della *focalizzazione dura* o *forte* proposta nel 1950 da N. Christophilos (n. 1917) e, indipendentemente da lui nel 1952, da E.E. Courant, H. Snyder (n. 1913) e M. Livingstone (n. 1917). L'idea della focalizzazione forte è stata gia esposta nel vol. IV, § 12. Essa è basata sul fatto che due lenti, una convergente e l'altra divergente con distanze focali uguali, formano sempre un sistema convergente, se la prima lente è divergente. Se, invece, la prima lente è convergente questa proprietà si conserva quando la distanza fra le lenti è inferiore alla distanza focale. Il risultato è stato da noi ottenuto per lenti sottili, ma esso (in forma un po' precisata) resta valido anche per lenti spesse.

Nel sincrofasotrone la focalizzazione forte viene realizzata mediante lenti magnetiche *quadrupolari*. Una di tali lenti è rappresentata schematicamente in fig. 153. Quattro poli magnetici sono rivolti l'uno verso l'altro con

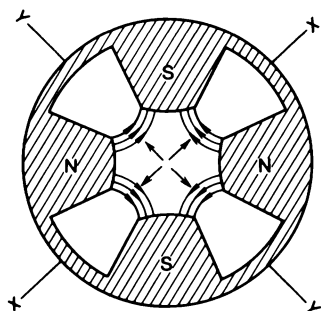



Fig. 153.

i poli posti in modo che al centro della lente il campo magnetico sia nullo. In fig. 153 sono rappresentate le linee di forza magnetiche. Si suppone che la particella positiva si muova in direzione del lettore. Con piccole frecce è indicata la direzione delle forze di Lorentz agenti sulle particelle da parte del campo magnetico della lente quadrupolare. Si vede dalla figura che nella direzione dell'asse X la forza di Lorentz tende ad avvicinare la particella all'asse della lente (cioè a focalizzare) e nella direzione dell'asse Y ad allontanarla (cioè a defocalizzare).

Quindi, la lente magnetica quadrupolare agisce come l'insieme di due lenti magnetiche una delle quali focalizza le particelle nella direzione dell'asse X e l'altra nella direzione dell'asse Y. Consideriamo ora due lenti quadrupolari disposte in successione ma ruotate di 90° una rispetto all'altra. Allora nella direzione dell'asse X una lente focalizza e l'altra defocalizza. Ne risulta che l'insieme delle due lenti focalizza nella direzione dell'asse X. Lo stesso discorso si può fare per la direzione dell'asse Y. Ne segue che il sistema considerato di due lenti quadrupolari focalizza anche in una qualsiasi direzione trasversale.

Nei sincrofasotroni a focalizzazione forte si crea, ovviamente, anche un campo magnetico verticale variabile nel tempo che trattiene le particelle sull'orbita circolare d'equilibrio. A questo campo viene aggiunto, ad intervalli lungo l'anello, il campo magnetico delle lenti quadrupolari. Queste ultime sono disposte in successione in modo che le lenti, ad esempio, di numero dispari focalizzino nella direzione verticale e quelle di numero pari defocalizzino nella stessa direzione. Viceversa, nella direzione orizzontale le lenti dispari defocalizzano e quelle pari focalizzano. Perciò qualunque sia la direzione di deviazione della particella dalla traiettoria d'equilibrio, essa incontrerà sul suo cammino successivamente coppie di lenti quadrupolari, ciascuna delle quali focalizza. Come risultato il fascio di particelle si stringe e si riesce ad ottenere fasci accelerati di grande intensità. Le particelle compiono, attorno all'orbita d'equilibrio, piccole oscillazioni le cui fre-

quenze superano di decine di volte la frequenza di rotazione delle particelle lungo l'orbita d'equilibrio, ragione per cui la focalizzazione mediante lenti magnetiche quadrupolari si dice dura o forte. La focalizzazione forte si usa non soltanto nei sincrofasotroni, ma in tutti i grandi acceleratori. In particolare, essa si usa anche nel sincrofasotrone di Serpuchov i cui parametri sono stati indicati precedentemente.

La focalizzazione forte ha permesso di ridurre le dimensioni trasversali della camera e, di conseguenza, il peso del magnete. Per esempio, il peso del magnete nell'acceleratore da 10 GeV a Dubna senza focalizzazione forte è di 36 000 tonnellate. Nell'acceleratore da 76 GeV a Serpuchov, invece, a focalizzazione forte il magnete pesa meno di 20 000 tonnellate. In virtù della diminuzione del peso del magnete e, quindi, dell'induzione si può ottenere un aumento del numero di giri e della frequenza dei pacchetti di particelle.

13. Un ciclotrone (cfr. n. 6), in cui viene mantenuto un campo magnetico costante, può essere modificato e reso adatto all'accelerazione di *particelle relativistiche*. A tale scopo è necessario applicare un campo magnetico costante $H(r)$ dipendente in un determinato modo dal raggio r. E precisamente, secondo la formula (84.3) il campo magnetico deve variare con il raggio come la massa relativistica della particella, cioè $H = H_0/\sqrt{1 - \beta^2}$. Allora la frequenza di rotazione Ω della particella resterà la stessa e uguale alla frequenza del campo accelerante. Siccome $\beta = v/c = \Omega r/c$, la condizione suindicata sarà soddisfatta da un campo magnetico della forma

$$H = \frac{H_0}{\sqrt{1 - (\Omega r/c)^2}} \tag{84.9}$$

con Ω costante. Gli acceleratori basati su questo principio si chiamano *ciclotroni isocroni*. Essi funzionano in regime continuo e danno la possibilità di ottenere flussi altrettanto intensi (0,1-1 mA) di quelli dei ciclotroni ordinari.

I ciclotroni isocroni sono muniti di enormi magneti e perciò sono piuttosto costosi. Sembrerebbe che questi acceleratori non possano funzionare poiché il campo magnetico in essi aumenta con il raggio (cfr. n. 6). Tuttavia l'instabilità verticale, dovuta a questa circostanza, può essere compensata da una disomogeneità azimutale del campo magnetico di forma sufficientemente complicata. È vero che ciò può essere ottenuto, come risulta dai calcoli, per energie non superiori a 1 GeV. La maggioranza dei ciclotroni isocroni è progettata e costruita per accelerare protoni fino a 50-100 MeV. I ciclotroni isocroni si usano per lo studio di processi rari nelle reazioni con protoni di energia di 50-100 MeV. Essi hanno una seria concorrenza da parte degli acceleratori lineari di particelle pesanti.

14. Di solito un fascio accelerato è diretto dall'acceleratore verso un bersaglio immobile. Nell'urto con la particella-bersaglio l'impulso totale delle due particelle si conserva. Perciò non cambia anche quella parte di energia

legata al moto del baricentro. Questa parte non partecipa a nessuna trasformazione interna delle particelle collidenti e sotto questo aspetto è inutile. Nel sistema del baricentro questa parte inutile dell'energia cinetica è nulla cioè tutta l'energia resta utile, cioè può essere usata per le trasformazioni interne delle particelle collidenti.

Nel vol. IV (§ 111, problema 1) è stato studiato un caso elementare di collisione fra due particelle di massa uguale che si muovono l'una verso l'altra. È stato posto e risolto il problema dell'energia $\mathscr{E}_{lab}$ che deve essere posseduta da una di queste particelle nel sistema inerziale del laboratorio, dove la seconda particella (bersaglio) è a riposo, affinché per urto si ottenga lo stesso effetto utile (nel senso che siano possibili le trasformazioni interne delle particelle) che nel sistema del baricentro. Intendiamo con $\mathscr{E}_{lab}$ l'energia totale (relativistica) di una particella in moto e con $\mathscr{E}_0$ la sua energia a riposo. Nel problema suindicato è stata dedotta la formula

$$\mathscr{E}_{lab} = 2\frac{\mathscr{E}_{bar}^2}{\mathscr{E}_0} - \mathscr{E}_0, \tag{84.10}$$

dove $\mathscr{E}_{bar}$ è l'energia relativistica di una particella nel sistema del baricentro. L'energia cinetica corrispondente della particella è

$$\mathscr{E}_{lab}^{cin} = \mathscr{E}_{lab} - \mathscr{E}_0 = 2\left(\frac{\mathscr{E}_{bar}^2}{\mathscr{E}_0} - \mathscr{E}_0\right). \tag{84.11}$$

Nel caso non relativistico abbiamo $\mathscr{E}_{bar} = \mathscr{E}_0 + \mathscr{E}_{bar}^{cin}$. Sostituendo questo valore nella formula (84.11) e trascurando i quadrati di $\mathscr{E}_{bar}^{cin}$, otteniamo

$$\mathscr{E}_{lab}^{cin} = 4\mathscr{E}_{bar}^{cin} = 2(2\mathscr{E}_{bar}^{cin}).$$

Quindi, se il bersaglio è immobile, per ottenere lo stesso effetto occorre il doppio dell'energia cinetica rispetto al sistema del baricento (poiché in questo sistema l'energia cinetica totale di ambedue le particelle vale $2\mathscr{E}_{bar}^{cin}$). Questo risultato è stato già ottenuto nel vol. I, § 26.

Presenta maggiore interesse il caso ultrarelativistico. In questo caso nella formula (84.11) si può trascurare l'autoenergia della particella. Allora il legame fra le energie cinetiche delle particelle nei sistemi del laboratorio e del baricentro diviene non lineare ma quadratico:

$$\mathscr{E}_{lab}^{cin} = 2\frac{(\mathscr{E}_{bar}^{cin})^2}{\mathscr{E}_0}. \tag{84.12}$$

Quindi si può ottenere un vantaggio energetico maggiore realizzando lo scontro di particelle che si muovono in direzioni opposte. Per esempio, nel caso dei protoni ($\mathscr{E}_0$ = 0,938 GeV) per energia $\mathscr{E}_{bar}^{cin}$ = 5 GeV si ottiene $\mathscr{E}_{lab}^{cin}$ = 53 GeV. Un *acceleratore a fasci contrapposti* con una energia di 5 GeV produce lo stesso effetto di un acceleratore a bersaglio fisso con energia di 53 GeV. Un effetto ancora più grande si ottiene nel caso delle parti-

celle leggere, elettroni ad esempio. In questo caso $\mathscr{E}_0 = 0{,}511 \cdot 10^{-3}$ GeV di modo che per lo stesso valore di $\mathscr{E}_{\text{bar}}^{\text{cin}}$ si ottiene $\mathscr{E}_{\text{lab}}^{\text{cin}} \approx 10^5$ GeV, che non è realizzabile in nessun acceleratore reale a bersaglio fisso.

Quanto detto è sufficiente per chiarire il principio di funzionamento dei sistemi a fasci contrapposti (colliders). Le più usate sono le installazioni con fasci elettronico-elettronici (e^-, e^-), elettronico-positronici (e^-, e^+) e protonico-protonici (p, p). Il problema più rilevante nei sistemi a fasci contrapposti è la piccola intensità dei fasci stessi. Per aumentare l'intensità dei fasci prima della collisione si realizza una accumulazione di particelle in *anelli accumulatori* speciali finché la corrente di circolazione non raggiunge qualche decina di amperi. L'anello accumulatore è una camera circolare sotto vuoto collocata in un campo magnetico. Le particelle accelerate cariche vi entrano dopo essere passate in un sincrotrone, sincrofasotrone o in un acceleratore lineare. Il campo magnetico di regola è creato da magneti settoriali divisi da intervalli rettilinei (senza campo magnetico) introdotti per intersezione dei fasci di particelle, per la compensazione della radiazione di sincrotrone e per altri scopi.

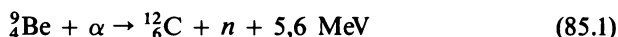
Se le particelle collidenti sono di carica uguale il sistema deve contenere due anelli accumulatori nei quali le particelle si muovono in direzioni opposte. Se invece le particelle hanno cariche opposte, è sufficiente un solo anello accumulatore poiché in un medesimo campo magnetico è possibile il moto delle particelle con cariche opposte in direzioni opposte e la loro accelerazione in un medesimo campo elettrico. Attualmente i fasci contrapposti si possono usare per le sole particelle stabili. Un acceleratore a bersaglio fisso è sorgente di particelle secondarie le più disparate: mesoni π^-, K, iperoni Λ, Σ, neutrini, mesoni μ, ecc.

§ 85. *Sorgenti di neutroni e di altre particelle neutre*

1. Neutroni, così come le particelle elettricamente neutre, non si possono accelerare e focalizzare mediante campi elettromagnetici. Queste particelle vengono solitamente prodotte nelle reazioni nucleari. Nel quanto segue sono descritti i principi funzionali di sorgenti di neutroni e anche, per dare una nozione generale, sono esposte le caratteristiche delle sorgenti. Le sorgenti di neutroni si possono dividere in tre gruppi: 1) sorgenti in cui i neutroni sono il prodotto della disintegrazione radioattiva; 2) sorgenti in cui i neutroni sono prodotti da particelle uscenti dagli acceleratori; 3) reattori nucleari. In tutti i tipi i neutroni di regola riescono veloci. L'interazione dei neutroni con i nuclei è particolarmente intensa nel caso dei neutroni lenti (in questo caso la sezione d'urto d'interazione è proporzionale a $1/v$). I neutroni cosi ottenuti debbono essere adoperati immediatamente o subito dopo un frenamento preliminare. Particolare importanza hanno le sorgenti di neutroni lenti (con energie dell'ordine di 1/40 eV).

2. Nelle cosiddette sorgenti (α, n) le particelle α bombardano un bersaglio la quale, di conseguenza, emette neutroni. Oltre la energia dei neutroni prodotti, la sorgente è caratterizzata da *uscita* di neutroni e da *intensità*. Con l'uscita si intende il numero medio dei neutroni che si creano in uno solo atto di interazione della particella α con un nucleo del bersaglio (ossia per l'attivita di 1 Ci, cioè per $3{,}7 \cdot 10^{10}$ disintegrazioni α). L'intensità della sorgente si determina dal numero di neutroni creatisi nelle stesse condizioni al secondo.

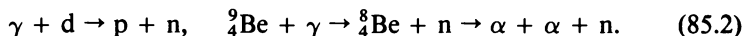
Le prime sorgenti di neutroni sono state ottenute usando la reazione

$$ {}^{9}_{4}\mathrm{Be} + \alpha \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + n + 5{,}6\ \mathrm{MeV} \qquad (85.1) $$

per mezzo della quale era stata osservata originariamente la radiazione neutronica da Bothe e Bekker (cfr. § 92). Le successive esperienze hanno mostrato che i neutroni si ottengono anche bombardando con particelle α gli isotopi degli elementi Li, B, N, F, Na, Mg, Al, ... Tuttavia, per intensità di radiazione la reazione con il berillio supera notevolmente tutte le altre. Perciò per lungo tempo questa reazione è stata fondamentale nella creazione delle sorgenti di neutroni. La sorgente è costituita da un'ampolla ermetica nella quale è collocata una miscela di berillio in polvere assieme con un preparato α-radioattivo, per esempio ^{210}Po, che emette particelle α con energia di 5,298 MeV. Le particelle α non possono superare le pareti dell'ampolla in quanto il loro cammino è trascurabilmente piccolo. I neutroni, che si formano in seguito alla reazione (85.1), passano liberamente attraverso le pareti. Lo spettro energetico dei neutroni, emessi dalla sorgente a polonio-berillio, è continuo e si estende all'incirca da 0,5 a 10 MeV; l'intensità della radiazione neutronica ottenuta è di circa $0{,}8 \cdot 10^{-4}$ neutroni al secondo per una particella α emessa dal polonio ($3 \cdot 10^{-6}$ neutroni al secondo per 1 Curie del polonio). Il vantaggio della sorgente a polonio-berillio sta in un insignificante fondo di radiazione γ indesiderabile, e il difetto nel piccolo periodo di dimezzamento (140 giorni). Oltre al polonio, si usano anche il radio, il radon, il plutonio quali sorgenti di particelle α. La sorgente a radio-berillio è caratterizzata da un'azione praticamente illimitata (il periodo di dimezzamento è di 1600 anni) e da un'intensità della radiazione neutronica sei volte più elevata, ma essa ha un fondo molto elevato di radiazione γ fastidiosa. La sorgente a plutonio-berillio è caratterizzata da un piccolo fondo di raggi γ, da grande tempo d'azione (il periodo di dimezzamento è di $2{,}3 \cdot 10^{4}$ anni) e da un'intensità di circa $0{,}46 \cdot 10^{-4}$ neutroni al secondo per particella α emessa dal plutonio.

Le particelle α vengono emesse sia per decadimento radioattivo α della sostanza genitore, che per decadimento α di tutti i suoi prodotti filiali. Nello stato d'equilibrio la radioattività α di tutti gli emettitori è uguale, ma la loro attività neutronica non è identica. L'attività neutronica dei prodotti di decadimento a vita media breve è tanto più forte quanto più corta è la loro vita media in quanto tali prodotti emettono particelle α di maggiore ener-

gia. Perciò se, ad esempio, la sorgente conteneva all'inizio il radio puro, con l'accumularsi dei prodotti α-radioattivi del decadimento la sua attività neutronica aumenta di alcune volte e per saturazione tende a un limite costante. Il difetto principale di tutte le sorgenti a particelle α è la grande dispersione in energia dei neutroni emessi.

Neutroni relativamente monocromatici, di energie 0,1-1 MeV, vengono ottenuti per radiazione γ su nuclei di deuterio e di berillio. In questo caso hanno luogo le reazioni endotermiche seguenti:

$$\gamma + \mathrm{d} \rightarrow \mathrm{p} + \mathrm{n}, \quad {}^9_4\mathrm{Be} + \gamma \rightarrow {}^8_4\mathrm{Be} + \mathrm{n} \rightarrow \alpha + \alpha + \mathrm{n}. \qquad (85.2)$$

I quanti γ usati sono quelli emessi da un isotopo radioattivo (${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$, ${}^{72}_{31}\mathrm{Ga}$, ${}^{124}_{51}\mathrm{Sb}$, ecc.). L'energia di questi quanti γ non supera qualche MeV. Perciò il bersaglio può essere costituito soltanto dai nuclei leggeri d e ${}^9_4\mathrm{Be}$, in quanto hanno una energia di separazione del neutrone anomalmente bassa (2,23 e 1,67 MeV, rispettivamente). L'intensità delle sorgenti γ-neutroniche è all'incirca di due ordini di grandezza inferiore a quella delle sorgenti α-neutroniche. Ma le sorgenti γ-neutroniche producono neutroni più monocromatici. Infatti, l'energia di un quanto γ è $\mathscr{E}_\gamma = p_\gamma c$, mentre l'energia cinetica della particella α è $\mathscr{E}_\alpha = p_\alpha^2/2m_\alpha$. Se queste energie sono uguali, allora

$$p_\gamma c = p_\alpha^2/2\mathrm{m}_\alpha$$

e di qui

$$\frac{p_\gamma}{p_\alpha} = \frac{p_\alpha}{2m_\alpha c} = \frac{v_\alpha}{2c},$$

dove v_α è la velocità della particella α. Quindi, per energie di qualche MeV, l'impulso del quanto γ è all'incirca di due ordini di grandezza inferiore all'impulso della particella α avente la stessa energia. A ciò è dovuta una notevole monocromaticità delle sorgenti γ-radioattive di neutroni rispetto alle sorgenti α-radioattive. Mediante una combinazione di vari radiatori γ con il deuterio oppure con il berillio si ottengono neutroni relativamente monocromatici, di energia compresa tra 0,12 e 0,87 MeV. Il difetto notevole di queste sorgenti, oltre alla bassa intensità, sta in un alto fondo di radiazione γ e in una breve vita media (il periodo di dimezzamento varia tra qualche ora e qualche decina d'ore).

Le sorgenti α-neutroniche e γ-neutroniche torvano uso nella ricerca applicata quali piccole sorgenti neutroniche di laboratorio e anche per la taratura dei rivelatori neutronici.

3. La produzione di neutroni mediante acceleratori differisce dal metodo suindicato in quanto al posto delle particelle α o dei raggi γ, emessi da emettitori radioattivi naturali, si applicano particelle cariche accelerate da un acceleratore. Il bombardamento con queste particelle su diversi bersagli consente di ottenere neutroni. Con questo procedimento è possibile ottenere

neutroni relativamente monoenergetici di energie le più disparate. Il fatto è che, per una data energia del fascio incidente e per il canale neutronico concreto della reazione [1], l'energia del neutrone ottenuto è determinata in modo univoco dall'angolo di uscita e dal calore della reazione. Il grado di non monoenergeticità dei neutroni così ottenuti dipende dalla non monocromaticità del fascio iniziale di particelle cariche, dal loro frenamento nel bersaglio e dall'esistenza di più canali neutronici di reazione. Per indebolire questi fattori si usano bersagli sottili nei quali il canale neutronico adoperato è l'unico o almeno quello largamente dominante.

Le particelle cariche usate come proiettili sono protoni, deutoni, particelle α, ecc. Per ottenere neutroni monocromatici di bassa energia si usa, per esempio, una reazione di tipo (p, n), cioè il nucleo-bersaglio è bombardato da protoni e per reazione compaiono un neutrone e un altro nucleo. Molto spesso si usa la reazione

$$ {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + \mathrm{p} \to {}^{7}_{4}\mathrm{Be} + \mathrm{n} - 1{,}6\ \mathrm{MeV} \tag{85.3} $$

mediante la quale si ottengono neutroni monoenergetici con energie da 30 a 500 keV. L'abbassamento del costo di produzione del tritio ha reso possibile l'uso della reazione

$$ \mathrm{p} + \mathrm{t} \to {}^{3}_{2}\mathrm{He} + \mathrm{n} - 0{,}735\ \mathrm{MeV} \tag{85.4} $$

il cui vantaggio è determinato non tanto dalla bassa soglia [2] quanto dall'assenza nel nucleo ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ di stati eccitati. Mediante la reazione (85.4) si ottengono neutroni monoenergetici con energie da 0,06 a 3 MeV. Il difetto della reazione (85.4) sta nel fondo di radiazione γ dura causata dalla reazione parallela

$$ \mathrm{p} + \mathrm{t} \to \alpha + \gamma. \tag{85.5} $$

Limitandoci agli esempi suindicati osserviamo che si usano numerose reazioni nel corso delle quali, in particolare, si ottengono neutroni di energie relativamente alte.

4. La sorgente di neutroni più intensa è un reattore nucleare, il cui principio di funzionamento sarà descritto nel § 95. Nei reattori moderni di ricerca il flusso di neutroni nella zona attiva e nel moderatore è di circa 10^{15} neutrone/cm$^2\cdot$s. Lo spettro dei neutroni prodotti dal reattore non è monoenergetico, e in ciò consiste il suo difetto, ma copre una larga zona continua di energie. Tuttavia l'intensità totale del flusso neutronico è talmente alta che da esso si possono separare fasci neutronici relativamente intensi con alto grado di monoenergeticità.

Un acceleratore può essere usato come sorgente di neutroni quando un fascio intenso di protoni o deutoni incide su un bersaglio di elementi pesanti provocando la scissione di nuclei.

---

[1] La definizione rispettiva si veda nel § 87, n. 3.
[2] La definizione rispettiva si veda nel § 88, n. 2.

Anche alcune reazioni termonucleari sono sorgenti di neutroni (cfr. § 98). Dell'uso di neutroni nell'energetica nucleare si parla in dettaglio nei §§ 95, 98.

5. Il basso grado di monoenergeticità è un serio difetto di tutte le sorgenti di neutroni. Una delle cause di questo fenomeno è la diffusione di neutroni nella sorgente stessa (e nel caso di alte energie, per di più, un'abbondanza di canali neutronici). Ma per lo studio dell'interazione fra neutroni e nuclei è particolarmente importante avere fasci neutronici molto monoenergetici per poter separare, ad esempio, le risonanze strette e vicine nelle sezioni d'urto d'interazione dei neutroni con i nuclei. Per separare da uno spettro continuo fasci monocromatici si usano vari metodi basati sul fatto che neutroni di diversa energia hanno anche velocità diversa.

Uno di questi metodi si applica nel caso si abbia una sorgente ad impulsi di neutroni non monoenergetici. I neutroni di questa sorgente si muovono in un tubo lungo un centinaio di metri. Durante il moto l'insieme dei neutroni si divide a seconda della velocità. Al termine del tubo è collocata una valvola (interruttore) che si apre sincronicamente negli istanti di passaggio di neutroni di determinata velocità. Come risultato, dal tubo escono neutroni quasi monoenergetici le cui energie sono contenute in limiti molto stretti.

Un altro monocromatore di neutroni funziona in linea di massima come il monocromatore per fasci atomici descritto nel § 18 (n. 8, fig. 37). In questo i dischi rotanti devono essere fabbricati di un materiale non attraversabile dai neutroni, ad esempio di cadmio o di allegamenti speciali trattenenti i neutroni di velocità diversa. Come il monocromatore precedente anche questo è meccanico. I monocromatori meccanici sono efficaci per ottenere neutroni con energie tra un millesimo di eV fino a qualche eV.

6. Per concludere ci soffermiamo brevemente sulla produzione di altre particelle neutre. Tali sono, prima di tutto, le particelle neutre che partecipano ad interazioni forti: π^0, η, K^0, $\bar{K}^0$, Λ, Σ^0, $\bar{n}$, $\bar{\Lambda}$, $\bar{\Sigma}^0$, ecc. ed anche neutrini ed antineutrini di tutte le specie: ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$, ν_τ, $\bar{\nu}_\tau$ che partecipano esclusivamente ad interazioni deboli. Le particelle che interagiscono fortemente si ottengono in quantità notevoli bombardando un bersaglio con un fascio di particelle cariche prodotte da un acceleratore di energia molto alta. Per effetto relativistico la grande maggioranza delle particelle ottenute si muove in avanti. Il fascio di particelle cariche si può deviare mediante un forte campo magnetico e separare così un fascio composto di particelle neutre di energie diverse. Per energie di 700-800 MeV del fascio iniziale, si ottengono in generale neutroni. Per energie superiori a qualche GeV compaiono kaoni neutri e iperoni neutri, ecc. I pioni neutri non possono formare un fascio in quanto la loro vita media è molto breve ($0{,}75 \cdot 10^{-16}$ s).

Il neutrino e l'antineutrino sono soggetti esclusivamente ad interazioni deboli e, quindi, per collisione di una qualsiasi particella con un qualsiasi bersaglio vengono prodotti in quantità trascurabili. Queste particelle vengo-

no prodotte per decadimento. Nel decadimento β^- nasce l'antineutrino elettronico $\bar{\nu}_e$, e nel decadimento β^+ il neutrino elettronico ν_e. Un reattore nucleare è una intensa sorgente di antineutrini elettronici e il Sole è una sorgente di neutrini elettronici. Il neutrino muonico ν_μ e l'antineutrino muonico $\bar{\nu}_\mu$ vengono prodotti nei moderni acceleratori di protoni: nella collisione del fascio iniziale con il bersaglio compaiono dapprima pioni carichi e in seguito si verifica la seguente catena di trasformazioni:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu, \ \pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \qquad (85.6)$$

Per effetto relativistico secondo la legge di conservazione dell'impulso tutti i prodotti di decadimento si muovono prevalentemente in avanti. Se si sbarra il cammino del fascio prodotto con una parete di ferro o di cemento di spessore sufficiente tutte le particelle saranno assorbite, tranne ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$ che passeranno liberamente attraverso la parete (cfr. anche § 74).

§ 86. *Rivelatori di particelle*

1. Gli apparecchi di registrazione delle particelle si chiamano *rivelatori.* Essi sono di due tipi: *contatori* o *rivelatori elettronici* che producono un impulso elettrico quando nel loro volume sensibile passa una particella carica, e *rivelatori di traccia*, che consentono di registrare sia l'istante di passaggio della particella carica che di ottenere una traccia, lasciata dalla particella, che ne riproduce la traiettoria. Ciò fornisce un'informazione più completa sul moto della particella, sui processi di collisione con altre particelle, ecc. Esistono rivelatori elettronici che consentono di determinare le traiettorie di un gran numero di particelle cariche.

Le particelle non cariche da sole non producono ionizzazione. Ma in questo caso la ionizzazione così come le tracce corrispondenti sono prodotte da *particelle cariche secondarie* che vengono prodotte dal passaggio delle particelle neutre attraverso la materia. Così agiscono, ad esempio, i quanti γ che strappano elettroni dagli atomi, dalle molecole o dalle pareti del contatore, così come i neutroni che causano trasformazioni nucleari con produzione di particelle cariche.

I contatori registrano il passaggio della particella in un determinato punto dello spazio a meno di 1-0,1 cm e il tempo di passaggio a meno di 10^{-4}-10^{-9} s. Alcuni contatori danno altre caratteristiche della particella: energia, carica, massa, velocità, ecc.

Tra i contatori vi sono le *camere a ionizzazione ad impulso*, i *contatori Geiger-Müller*, i contatori proporzionali, i *contatori a scintillazione*, i *contatori Čerenkov*, i *contatori a semiconduttore*.

I rivelatori di traccia fissano la traccia lasciata dalla particella carica. Ancora recentemente (10-20 anni fa) l'unico modo per registrare le tracce consisteva nel fotografarne due proiezioni. La lavorazione di tali foto è un

processo assai complicato. Ora trova maggiore applicazione il metodo che senza ricorrere alla fotografia, invia i parametri della traccia ad un calcolatore elettronico per una elaborazione ulteriore. Ciò ha ridotto di molto il tempo di lavorazione e aumentato il volume di materiale che si riesce ad esaminare.

Tra i rivelatori di traccia vi sono la *camera Wilson*, le *camere a bolle*, le *fotoemulsioni di grande spessore*, le *camere a scintilla di larga fessura*, le *camere a stream, proporzionali* e *a deriva.*

Le camere a scintilla e proporzionali agiscono come l'insieme di un gran numero di piccoli contatori. La loro somiglianza con i contatori è dovuta al fatto che esse forniscono immediatamente un'informazione senza ulteriore elaborazione. Ma esse sono simili anche ad un rivelatore di traccia in quanto l'azione di numerosi contatori consente di stabilire anche la traccia della particella.

2. Le caratteristiche fondamentali dei rivelatori sono le seguenti:

1) L'*efficacia*, ossia il rapporto (di solito percentuale) fra il numero di particelle registrate dal rivelatore e il numero totale di particelle che lo hanno attraversato.

2) Il *potere risolutivo spaziale*, ossia la precisione con la quale il rivelatore è capace di determinare la posizione della particella nello spazio.

3) Il *potere risolutivo temporale* (tempo di risoluzione), ossia l'intervallo di tempo minimo fra il passaggio di due particelle attraverso il rivelatore quando i loro segnali non sono ancora sovrapposti. Per lassi di tempo più piccoli si ha sovrapposizione di segnali e le due particelle vengono registrate dal rivelatore come un tutt'uno.

4) Il *tempo di ristabilimento* (*tempo morto*), cioè il tempo che il rivelatore, registrata una particella, impiega per tornare nella posizione di partenza ed essere pronto alla registrazione di un'altra particella. Le particelle che passano in questo intervallo non vengono registrate. Il tempo di ristabilimento è una misura dell'inerzia del rivelatore. Esso limita l'intensità massima del fascio di particelle che possono essere registrate dal rivelatore.

Nella tavola 14 sono indicate le caratteristiche di diversi rivelatori.

3. Un gruppo più vasto di rivelatori elettronici è costituito dai *rivelatori a ionizzazione* basati sulla ionizzazione di molecole e atomi, prodotta da particelle cariche primarie o secondarie. Uno dei rivelatori più tradizionali di questo gruppo è la *camera a ionizzazione*, usata già nelle prime esperienze di Rutherford. La camera a ionizzazione è costituita da un condensatore elettrico (piano, cilindrico o sferico) riempito di gas al quale viene applicata una differenza di potenziale. In fig. 154 è rappresentato lo schema della camera a ionizzazione con condensatore cilindrico. La particella ionizzante, che passa nell'interspazio fra gli elettrodi, genera nel suo cammino elettroni e ioni che si muovono nel campo elettrico e si accumulano sugli elettrodi. Nel circuito della camera compare una corrente elettrica registrata dal galvanometro G. La tensione nella camera è mantenuta tale (100-1000 V) che

Tavola 14

Caratteristiche di diversi rivelatori

Rivelatore	Potere risolutivo spaziale, cm	Potere risolutivo temporale, s	Tempo di ristabilimento, s
Camera a ionizzazione	~ 1	10^{-6}	10^{-4}
Contatore proporzionale	~ 1	10^{-7}	10^{-5}
Contatore Geiger-Müller	~ 1	$>10^{-6}$	10^{-4}
Contatore a scintillazione	~ 1	10^{-9}	10^{-8}
Rivelatore a semiconduttore	<1	10^{-9}	10^{-9}
Emulsioni fotonucleari	10^{-4}	—	—
Camera Wilson	10^{-1}	10^{-1}	10^{-2}
Camera a diffusione	10^{-1}	10^{-1}	10^{-2}
Camera a bolle	10^{-2}	10^{-3}	1
Camera a scintilla	10^{-2}	10^{-6}	10^{-3}
Camera proporzionale	10^{-2}	10^{-7}	10^{-5}
Camera a streamers	10^{-2}	10^{-6}	10^{-1}

tutti gli ioni generati arrivino fino agli elettrodi senza riuscire a ricombinarsi ed inoltre che non vengano accelerati in modo tale da produrre ionizzazione secondaria. Perciò nella camera si misura la ionizzazione totale prodotta dalla particella a condizione che il suo cammino sia contenuto totalmente nella camera. Quanto alla ionizzazione totale, essa, in accordo con quanto detto nel § 80, determina anche l'energia della particella. Le camere a ionizzazione di tipo ordinario sono adatte alla sola registrazione delle particelle di cammino corto, cioè di particelle non relativistiche pesanti in quanto le distanze percorse dagli elettroni e dalle particelle relativistiche superano le dimensioni della camera stessa.

Le camere a ionizzazione sono *a funzionamento continuo* oppure *ad impulso*. Le camere ad azione continua forniscono la quantità totale di ioni

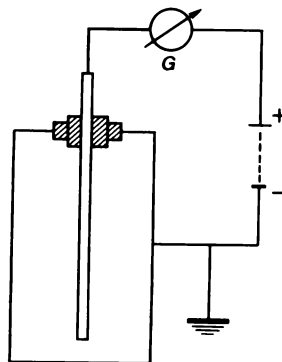



Fig. 154.

formati in 1 s. Le correnti corrispondenti, di solito, sono piccole (10^{-10}-10^{-15} A) e richiedono un'amplificazione per essere registrate. Nelle camere a ionizzazione ad impulso vengono registrati e misurati impulsi di tensione, dovuti ad una particella, su una resistenza multiohmica R che deve essere inserita nel circuito al posto del galvanometro G (fig. 154). Questa tensione compare al passaggio attraverso R di una corrente ionica causata dal moto della particella. L'ampiezza e la durata dell'impulso dipendono dal tempo di rilassamento $\tau = RC$, dove C è la capacità del condensatore. Il tempo di rilassamento τ deve essere grande rispetto al tempo che gli elettroni ottenuti impiegano per raggiungere gli elettrodi. In caso contrario l'impulso sarà smussato già durante il tempo di formazione. Le dimensioni delle camere a ionizzazione sono, di regola, di qualche centimetro. La velocità degli elettroni prodotti per ionizzazione dell'atomo supera di migliaia di volte la velocità degli ioni. Questa è la ragione per cui gli elettroni si ammassano sugli elettrodi migliaia di volte più rapidamente degli ioni. Con una scelta appropriata della resistenza R si può ottenere che gli impulsi della camera a ionizzazione corrispondano ai soli elettroni e non agli ioni. Con questo procedimento si riesce a diminuire la durata dell'impulso fino a 1 μs.

A titolo d'esempio consideriamo il passaggio di particella α di energia 5 MeV attraverso una camera a ionizzazione ad impulso riempita di argon. L'energia di ionizzazione media dell'atomo d'argon è di 25 eV. Perciò prima di fermarsi la particella α produce $5 \cdot 10^6 : 25 = 2 \cdot 10^5$ coppie di ioni. Come risultato attraverso la camera di ionizzazione passa una quantità di elettricità $Q = 2 \cdot 10^5 e = 2 \cdot 10^5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 3{,}2 \cdot 10^{-14}$ C. Se la capacità del condensatore è $C = 10^{-11}$ F, gli corrisponde un impulso di tensione $V = Q/C = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$ V. Poiché la resistenza R è multiohmica questo impulso si ripartisce totalmente su R. Questo è un impulso molto debole e perciò si trasmette alla entrata di un amplificatore. Camere riempite con un altro gas danno lo stesso risultato, in quanto i potenziali di ionizzazione medi di tutti i gas sono del medesimo ordine di grandezza (25-35 eV). Dall'altra parte, si può aumentare la tensione V diminuendo la capacità del condensatore C, sempre però entro determinati limiti poiché il tempo di rilassamento $\tau = RC$, come abbiamo visto, non può essere inferiore a un determinato valore. Per farsi un'idea approssimata degli ordini di grandezze in questione osserviamo che per una tensione del campo elettrico di 500 V/cm, in condizioni atmosferiche normali la velocità di deriva degli elettroni nell'aria è all'incirca di 10^6 cm/s e quella degli ioni di 10^3 cm/s. Quando le dimensioni della camera a ionizzazione sono dell'ordine di qualche cm il tempo di raccolta degli elettroni sugli elettrodi è di 10^{-6} s e quello degli ioni 10^{-3} s.

Le camere a ionizzazione sono tuttora in uso, in particolare, nella dosimetria. Esse sono semplici, con un alto grado di registrazione efficace e consentono, come abbiamo visto, di determinare l'energia della particella, ecc. Tuttavia l'ampiezza del segnale elettrico nella camera a ionizzazione è

piccola, richiede un'amplificazione e, quindi, rende sensibile l'apparecchio a disturbi e rumori [1].

4. I difetti propri della camera a ionizzazione sono stati ridotti in misura notevole nel *contatore proporzionale.* Questo è una varietà del contatore a gas in cui si usano elettrodi coassiali: il catodo è un cilindro e l'anodo un filo sottile (di spessore 10-100 μm) teso lungo l'asse del cilindro. Di regola, il contatore proporzionale è riempito di gas inerte mescolato con piccole quantità di gas poliatomici. Quando una particella ionizzante entra nel contatore la maggior parte degli elettroni che si formano è in deriva nel campo elettrico verso l'anodo. Ma in prossimità dell'anodo, a distanze comparabili con il diametro del filo, il campo elettrico E è così forte che gli elettroni causano una ionizzazione d'urto secondaria e compare così una scarica elettrica aggiuntiva (cfr. vol. III, § 112). Come risultato, l'anodo è soggetto ad una valanga elettronica e, in alcuni casi, il segnale generato dalla particella iniziale risulta così forte che per registrarlo non occore amplificazione. Sotto questo aspetto il contatore proporzionale differisce dalla camera a ionizzazione. Il rapporto tra il numero totale di elettroni raccolti ed il loro numero iniziale si chiama *coefficiente di amplificazione del gas M.* Questo coefficiente è tanto più grande quanto più grande è il rapporto $E/\mathscr{P}$ ($\mathscr{P}$ è la pressione del gas; alla formazione dell'impulso partecipano anche gli ioni). Quando il percorso totale della particella sta nel contatore proporzionale, il segnale, così come nella camera a ionizzazione, è proporzionale all'energia della particella perduta per ionizzazione. Infatti, la ionizzazione secondaria causata dagli elettroni si verifica solo in una zona molto piccola, dell'ordine di 10^{-2} cm attorno al filo. Il volume di questa zona è trascurabile rispetto al volume totale del contatore. Praticamente la ionizzazzione primaria si verifica sempre fuori di questa zona. Perciò ogni elettrone iniziale genera in prossimità del filo una valanga elettronica della stessa intensità. E siccome il numero di elettroni iniziali, prodotti per ionizzazione degli atomi causata dalla particella, è proporzionale all'energia della particella ne segue la conclusione formulata precedentemente. Questa conclusione permette di chiamare proporzionale il contatore stesso.

Le caratteristiche tipiche dei contatori proporzionali sono le seguenti: coefficiente d'amplificazione del gas $M \approx 10^3$-10^4, ma talvolta può raggiungere anche 10^6; ampiezza dell'impulso 10^{-2} V per una capacità elettrica del contatore stesso di circa 20 pF; lo sviluppo della valanga elettronica si verifica in un tempo di 10^{-9}-10^{-8} s, tuttavia l'istante in cui compare il segnale all'uscita del contatore dipende dal punto in cui si trova la particella ionizzante, cioè dal tempo di deriva degli elettroni iniziali verso l'anodo. I

---

[1] Le camere a ionizzazione ad impulso si usano per registrare particelle molto ionizzanti come le particelle α, nuclei-rottami, ecc. Per registrare il fondo di radiazione γ (nella dosimetria) si usano le camere a ionizzazione continua.

contatori proporzionali godono praticamente di un'efficacia del cento per cento rispetto alle particelle cariche. Essi sono di costo non elevato e di semplice uso.

I contatori proporzionali si usano per la registrazione di tutte le specie di particelle cariche: particelle α, elettroni, frantumi di scissione dei nuclei, nuclei atomici, ecc. e anche di tutte le particelle neutre interagenti fortemente (piuttosto di particelle cariche secondarie da esse generate). Questi contatori hanno avuto grande importanza per lo sviluppo della fisica nucleare nel periodo prebellico in quanto, accanto alla camera a ionizzazione, praticamente rappresentavano l'unico rivelatore elettronico spettrometrico.

Il difetto principale dei contatori proporzionali è una forte dipendenza dell'ampiezza dell'impulso dalla composizione della miscela di gas e dalla tensione applicata, nonché il potere risolutivo temporale insufficientemente alto (dell'ordine di 10^{-7} s). Nel lavoro con impulso totale il tempo risolutivo è deteminato da quello di deriva degli ioni positivi verso il catodo. Come ordine di grandezza questo tempo vale 10^{-4} s. Tuttavia lo si può diminuire notevolmente grazie al fatto che la velocità di crescita dell'impulso è più grande nei primi istanti di allontanamento degli ioni dal filo. Ciò dà la possibilità di lavorare nel settore iniziale dell'impulso e di ottenere un tempo risolutivo di 10^{-6}-10^{-8} s con un impulso d'uscita considerevole di 10^{-2} V. I contatori proporzionali si applicano per la sola registrazione e la misurazione dell'energia delle particelle di bassa energia.

Osserviamo anche che alla fine degli anni '60, grazie alla comparsa dei calcolatori elettronici, nella fisica delle particelle di alte energie ha trovato applicazione la *camera proporzionale*. Senza entrare in dettagli strutturali, notiamo che essa è composta da un gran numero (10^3-10^4) di piccoli contatori proporzionali collocati in un piano e, di regola, in un medesimo volume di gas. Essa permette di riprodurre la traiettoria della particella e, quindi, serve contemporaneamente come spettrografo ad azione velocissima e come rivelatore di traccia.

5. Se aumentiamo la tensione agli elettrodi del contatore proporzionale, a partire da un determinato valore della tensione la grandezza dell'impulso diviene indipendente dall'energia della particella iniziale in quanto l'apparecchio comincia a funzionare nel regime di scarica autosostenuta, ma l'intensità di siffatto impulso aumenta all'aumentare della tensione. Questa zona di tensione si chiama *zona di Geiger*. L'apparecchio funzionante in questo regime si chiama *contatore Geiger*, e lavora in un intervallo della scarica nei gas con campo fortemente disomogeneo. Nelle varianti iniziali del contatore elaborate da Geiger stesso, il campo elettrico fortemente disomogeneo compariva in prossimità di una punta metallica che serviva come anodo. Nelle varianti ulteriori, proposte insieme con Müller, l'anodo è stato sostituito con un filo sottile teso lungo l'asse del condensatore cilindrico. Questo modello ha avuto il nome di *contatore Geiger-Müller*. Uno dei suoi tipi è stato descritto nel § 8 (n. 2, fig. 15).

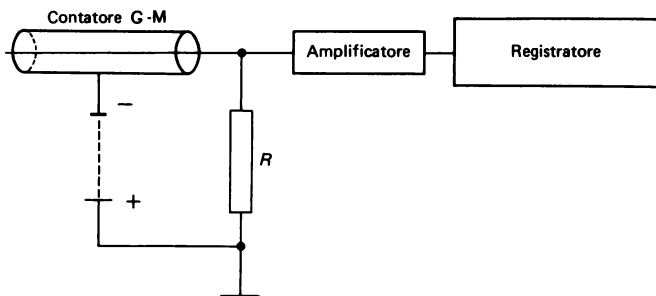



Fig. 155.

Nel contatore Geiger-Müller gli elettrodi sono collocati in un recipiente ermetico riempito di gas alla pressione di 100-200 mm di mercurio. Agli elettrodi è applicata una tensione di alcune centinaia di volt. Quando nel contatore entra una particella ionizzante, nel gas compaiono elettroni liberi che cominciano a muoversi verso l'anodo-filo. Così si forma una valanga elettronica. In prossimità dell'anodo dove la tensione del campo elettrico è molto grande, gli elettroni formatisi per ionizzazione primaria vengono accelerati in modo tale da ionizzare essi stessi il gas, rafforzando così la valanga comparsa precedentemente. Gli elettroni così formatisi possono ancora acquistare una velocità sufficiente per causare, a loro volta, una nuova ionizzazione e rafforzare ancora di più la valanga elettronica esistente. Come risultato compare una scarica autosostenuta a corona propagantesi lungo il filo. La scarica si interrompe inserendo una resistenza molto alta $R \approx 10^8$-10^9 ohm (contatore non autosmorzante, fig. 155) o usando nel contatore una miscela di gas composta di gas inerte con piccola impurità di vapori di alcool (o di altro gas poliatomico) e di alogeni (contatore autosmorzante).

Nell'ultimo caso il meccanismo di smorzamento consiste in quanto segue. Se non esistono vapori di alcool i fotoni di energia sufficiente possono estrarre dal catodo elettroni (cfr. vol. III, § 115), che muovendosi verso l'anodo rafforzano le valanghe elettroniche. Ma i vapori di alcool rendono impossibile questo processo poiché le molecole dell'alcool assorbono fortemente i fotoni, si eccitano e quindi si dissociano, ma praticamente non emettono elettroni. Gli ioni positivi di un gas nobile (argon) che compaiono per ionizzazione primaria o per quella successiva si dirigono verso il catodo. Ma nel loro cammino essi urtano contro le molecole dell'alcool e vengono neutralizzati poiché il potenziale di ionizzazione dell'alcool (11,7 V) è più basso di quello dell'argon (15,7 V), ragione per cui dal punto di vista energetico è più vantaggioso che un elettrone passi dalla molecola dell'alcool all'ione d'argon. Gli atomi eccitati di argon emettono fotoni che in assenza di molecole dell'alcool causano l'effetto fotoelettrico sulla superficie dei

elettrodi del contatore, ciò che aiuta nel svolgersi la scarica. Ma le molecole dell'alcool assorbono i fotoni dissociandosi, l'effetto fotoelettrico non ha luogo e la scarica viene interrotta.

Gli impulsi elettrici nel circuito esterno, che compaiono per scarica nel contatore Geiger-Müller, sono amplificati e registrati (cfr. fig. 155). I quanti γ vengono registrati per mezzo di particelle cariche secondarie, cioè fotoelettroni, elettroni Compton, coppie elettrone-positrone, mentre i neutroni per mezzo di nuclei di rinculo e di prodotti delle reazioni nucleari, che compaiono nel gas del contatore.

I contatori Geiger-Müller sono caratterizzati da alta efficacia e grande ampiezza del segnale (2-40 V). La registrazione efficace delle particelle cariche mediante i contatori Geiger-Müller è vicina al 100%, mentre l'efficacia di tutti i contatori a scarica nei gas nei confronti della registrazione dei quanti γ non supera l'1-3%. Fra i difetti dei contatori Geiger-Müller indichiamo l'impossibilità di misurare l'energia della particella, il potere risolutivo temporale piccolo (10^{-6} s) e il grande tempo di ristabilimento della loro sensibilità (10^{-4}-10^{-3} s). Quest'ultimo è determinato dal tempo di deriva verso il catodo degli ioni positivi che compaiono per ionizzazione delle particelle del gas.

6. I rivelatori a ionizzazione a gas hanno giocato un ruolo fondamentale agli albori di sviluppo della fisica nucleare. Essi si applicavano per la registrazione delle radiazioni radioattive naturali e dei raggi cosmici. Tuttavia con la comparsa degli acceleratori che creano intensi fasci di particelle cariche (10^6-10^7 particelle/s) di alta energia i rivelatori a ionizzazione a gas hanno manifestato la loro lentezza e sono stati completati da *contatori a scintillazione* e da *contatori Čerenkov*. Questi contatori sono molto comodi anche per l'esame dei raggi cosmici.

Il contatore a scintillazione è composto di una sostanza capace di luminescenza (scintillatore) sotto l'azione di particelle cariche e di un fotomoltiplicatore, un apparecchio fortemente sensibile e ad azione rapida (cfr. vol. III, § 103). La particella carica che entra nello scintillatore eccita gli atomi o le molecole, che tornando allo stato fondamentale emettono fotoni. Questi raggiungendo il catodo del fotomoltiplicatore estraggono elettroni e come risultato sul catodo compare un impulso elettrico che in seguito viene amplificato e registrato.

Grazie all'alta sensibilità e rapidità d'azione il metodo di rivelazione a scintillazione ha avuto larga applicazione. L'alta sensibilità è dovuta al fatto che nel fotomoltiplicatore sono collocati 10-20 emettitori (*dinodi*) fabbricati di un materiale a lavorazione speciale. In media ogni elettrone che arriva su di un dinodo estrae da esso da 3 a 10 nuovi elettroni. Dall'ultimo dinodo il flusso di elettroni amplificato raggiunge l'anodo creando un impulso elettrico che viene registrato con metodi radiotecnici. Come risultato si ottengono un grande coefficiente di amplificazione (10^6-10^8), piccolo tempo di ristabilimento (circa 10^{-8} s), alta stabilità e grande potere temporale ri-

solutivo (10^{-9} s). La linearità dell'amplificazione ben mantenuta è una delle peculiarità meravigliose del fotomoltiplicatore. La seconda e non meno importante ragione per cui il metodo ha avuto una larga applicazione è dovuta al fatto che come scintillatori si usano sostanze trasparenti rispetto all'autoradiazione dello scintillatore. Grazie a questo fatto tutto il volume dello scintillatore, e non soltanto il suo strato superficiale, diventa efficace per il rivelatore.

La quota di energia della particella registrata che si trasforma in energia luminosa si chiama *rendimento di conversione* η. Il maggior valore di η è posseduto dai cristalli di NaI attivati da Tl, cristalli di antracene e di ZnS. Per questi scintillatori il massimo della lunghezza d'onda giace nella zona visibile dello spettro in prossimità del suo estremo violetto. L'intensità della luminescenza, dopo il passaggio della particella, diminuisce nel tempo esponenzialmente: $I \sim e^{-t/\tau}$, dove τ è il tempo medio di luminescenza determinato dalla vita delle molecole e degli atomi nei livelli eccitati. Per la maggioranza degli scintillatori $\tau \approx 10^{-9}$-10^{-5} s. Quanto più piccolo è τ tanto più rapido è il funzionamento del contatore. Le materie plastiche hanno il τ più corto.

7. L'uso di liquidi trasparenti come sostanza scintillante ha dato la possibilità di avere scintillatori di enormi dimensioni. È difficile, anzi quasi impossibile costruire uno scintillatore cristallino di tali dimensioni poiché si deve far crescere un cristallo omogeneo cioè un monocristallo. A titolo d'esempio indichiamo che nel 1956 Reines e Cowan per la prima volta sono riusciti a registrare l'interazione fra antineutrino e materia (cfr. § 74, n. 15) mediante un contatore a scintillatore liquido. Per la registrazione è stato adoperato uno scintillatore contenente 5000 litri d'acqua in cui era stata disciolta una sostanza luminescente e uno sale di cadmio. La sorgente di antineutrini era un reattore nucleare che produceva un flusso di 10^{13} antineutrini/$cm^2 \cdot s$. Lo scintillatore si trovava a grande profondità sotto terra per indebolire al massimo il fondo della radiazione cosmica ed era fortemente schermato dal reattore. Si studiava la reazione

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+ \tag{86.1}$$

nel corso della quale gli antineutrini interagiscono con i protoni dell'acqua dello scintillatore. Il positrone si annichila con un elettrone del liquido con emissione di due quanti γ i quali danno il primo bagliore. Il neutrone nel lasso di qualche microsecondo rallenta fino a velocità termiche dopo di che viene catturato dal cadmio. Il nucleo di cadmio, dopo la cattura del neutrone, si trasforma in un nuovo nucleo, il quale si trova in un livello con energia di eccitazione di 9,1 MeV. Nel passaggio allo stato fondamentale esso emette una cascata di quanti γ che producono il secondo bagliore. Entrambi i bagliori venivano registrati da uno schema di coincidenza di ritardo, il che permetteva di separare con sicurezza gli eventi cercati dalle radiazioni di fondo. In media venivano registrati tre eventi all'ora e tutta l'esperienza ha

richiesto sei mesi di lavoro. Per la sezione della reazione (86.1) è stato ottenuto il valore $\sigma \approx (11 \pm 4) \cdot 10^{-44}$ cm^2.

8. I contatori Čerenkov sono basati sul fenomeno della *radiazione Vavilov-Čerenkov* (cfr. § 6, e anche il vol. IV, § 38). Questa radiazione compare quando la particella carica si muove in un mezzo con una velocità v che supera la velocità di fase c/n della luce in questo mezzo (n è l'indice di rifrazione). Nel contatore Čerenkov questo mezzo viene chiamato *radiatore*. Il radiatore deve essere trasparente per la radiazione Čerenkov ed avere un basso livello di scintillazioni, che producono segnali di fondo. Per la registrazione di particelle con velocità relativamente piccole si usa quale radiatore il vetro organico ($n = 1{,}5$), il vetro al piombo ($n = 1{,}5$) e l'acqua ($n = 1{,}33$). Il sistema ottico del contatore focalizza la luce proveniente dalla particella sul catodo di un fotomoltiplicatore che trasforma il segnale luminoso in uno elettrico. La quantità totale di luce che raggiunge il fotocatodo del contatore Čerenkov, di regola, è molto inferiore a quella prodotta nel contatore a scintillazione. Ma essa è sufficiente per la registrazione, dopo essere stata trasformata dal fotomoltiplicatore in segnale elettrico, il quale viene ulteriormente amplificato. Il fotomoltiplicatore rende possibile la registrazione sicura di particelle singole nel contatore Čerenkov, poiché l'emissione di luce nei contatori Čerenkov è istantanea ed il loro potere risolutivo temporale è di 10^{-9} s.

La radiazione Vavilov-Čerenkov è caratterizzata da una direzione precisa. Essa è tutta concentrata in uno strato sottile alla superficie di un cono le cui generatrici formano con la direzione di moto della particella un angolo

$$\vartheta = \arccos \frac{c}{nv} = \arccos \frac{1}{\beta n} . \tag{86.2}$$

Questa caratteristica della radiazione è la base dei contatori Čerenkov. Se la velocità della particella v è vicina a quella della luce si usano *radiatori a gas*. In questo caso, siccome n differisce poco da unità, l'angolo ϑ è molto piccolo e, quindi anche l'intensità della radiazione è molto piccola. Per ottenere un bagliore sufficientemente intenso per la registrazione, si deve aumentare la lunghezza del contatore Čerenkov fino a 10 m e più. Tuttavia il contatore Čerenkov a gas consente di variare in modo continuo n mediante il cambiamento della pressione del gas.

I contatori Čerenkov possono essere *a soglia, differenziali* oppure *ad assorbimento totale*. I contatori a soglia devono registrare tutte le particelle con velocità superiore ad una determinata velocità (di soglia). I contatori differenziali registrano le particelle le cui velocità sono comprese in un intervallo: $v_1 < v < v_2$. Ciò si ottiene mediante un sistema ottico che separa i raggi che si propagano ad angoli fra ϑ_1 e ϑ_2 rispetto alla direzione di moto della particella. Una lente o specchio sferico, di distanza focale f, collocato sul cammino di questi raggi li focalizza su un diaframma anulare di raggi

$R_1 = f\vartheta_1$ e $R_2 = f\vartheta_2$ (gli angoli ϑ_1 e ϑ_2 sono piccoli) e in seguito sul fotomoltiplicatore. Come risultato, viene registrata luce emessa dalle sole particelle che emettono nella direzione dell'intervallo degli angoli individuati perché hanno velocità comprese nel corrispondente intervallo di velocità. Questo procedimento consente di individuare particelle con valori di β che differiscono di 10^{-6} da quello di altre particelle.

Il contatore Čerenkov ad assorbimento totale è destinato alla registrazione e la spettrometria di elettroni e quanti γ. Esso contiene un insieme di radiatori di grande spessore in cui l'elettrone o il quanto γ genera una valanga elettro-fotonica e perde tutta la sua energia (o quasi). Di regola, il radiatore è in vetro con alto contenuto di Pb. Uno spessore del radiatore di 40 cm praticamente frena totalmente elettroni di energia fino a 10 GeV. La quantità di luce emessa nei contatori Čerenkov di questo tipo è proporzionale all'energia dell'elettrone o del quanto γ iniziale.

Per la registrazione di particelle cariche con energia dell'ordine di 10^2-10^3 GeV si usano rivelatori nei quali i bagliori di luce compaiono al passare della particella attraverso la frontiera di due mezzi di proprietà nettamente diverse (*radiazione di transizione*). L'intensità della luce emessa in questo caso è proporzionale all'energia della particella ma notevolmente più piccola che nel caso della radiazione Čerenkov. Perciò per la radiazione di transizione i rivelatori sono a più strati, cioè contengono centinaia di strati gas-solido.

9. Verso la fine degli anni '50, dopo il superamento di numerose difficoltà tecniche, sono comparsi i *contatori a semiconduttore*, che sfruttano la radiazione di transizione nella zona spettrale dei raggi X e hanno in prospettiva grandi possibilità nella fisica di alte energie (d'ordine TeV) per l'identificazione di particelle. Lo schema di un siffatto contatore è rappresentato in fig. 156. Il principio di funzionamento del contatore a semiconduttore è lo stesso della camera a ionizzazione, in cui al posto del gas si usa un semiconduttore. Il vantaggio è che, in un solido, per un medesimo cammino, la particella carica cede un'energia centinaia di volte maggiore che nel gas. Attraversando il semiconduttore la particella provoca il passaggio di elettroni dalla banda di valenza alla banda di conduzione generando una coppia elettrone-buco (cfr. vol. III, § 100). L'energia W necessaria per produrre questa coppia è di 2,9 eV nel germanio e di 3,5 eV nel silicio. Se l'energia della particella è $\mathscr{E}$, essa crea, sul suo percorso nel semiconduttore, $\mathscr{E}/W$ coppie elettrone-buco. Il campo elettrico applicato attrae le cariche negative alla superficie di carica positiva e le cariche positive alla superficie di carica negativa. Come risultato nel circuito esterno compare un segnale elettrico che viene amplificato e registrato. Affinché, in assenza di particelle, attraverso il semiconduttore non passi alcun segnale le superfici del semiconduttore sono lavorate con leghe fortemente drogate, donatrici e accettrici (cfr. vol. III, § 108). In questo caso lo strato negativo n viene collegato al polo positivo di una sorgente esterna e lo strato positivo (p) al polo negativo.

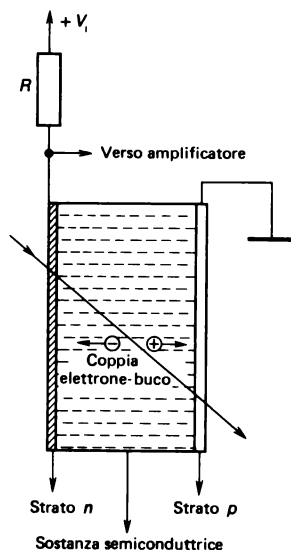



Fig. 156.

A temperatura ambiente l'eccitazione termica può generare impulsi di corrente indesiderabili nell'apparecchio, per cui i rivelatori a semiconduttore spesso vengono raffreddati fino alla temperatura dell'azoto liquido.

Le dimensioni dei contatori a semiconduttore non sono grandi e di solito raggiungono qualche centimetro cubo. Sono considerati grandi i contatori a semiconduttore il cui volume arriva a 100 cm^3. Le piccole dimensioni del volume di funzionamento permettono di ottenere un tempo di risoluzione fino a 10^{-7} s. Per basse energie (elettroni fino a 2 MeV e protoni fino a 20 MeV) i contatori a semiconduttore godono praticamente di un rendimento del cento per cento, hanno piccolo potere risolutivo temporale e superano i contatori di altri tipi per compattezza e precisione di misura dell'energia.

10. Il più tradizionale rivelatore a traccia è la *camera Wilson* (1869-1959) escogitata da lui nel 1912. Il principio di funzionamento di questa camera è stato considerato in dettaglio nel vol. III (§ 33, problema 4). Esso è basato sulla condensazione dei vapori alcoolici o d'acqua soprassaturati sugli ioni formatisi lungo la traiettoria della particella carica. Nell'istante opportuno la camera viene illuminata da una sorgente ad impulso e si scattano più foto con diversi apparecchi per ottenere immagini stereoscopiche delle tracce. La natura e le proprietà della particella vengono stabilite in base alla lunghezza del suo cammino, allo spessore della traccia ed alla sua curvatura nel campo magnetico. Misurando la curvatura della traccia in un campo magnetico forte si può determinare l'impulso della particella e il segno della

sua carica. Questo metodo è stato proposto indipendentemente nel 1923 da P.L. Kapitsa (1894-1984) e da D.V. Skobeltsin (n. 1892).

Il ruolo della camera Wilson è stato decisivo nella fisica nucleare e nella fisica dei raggi cosmici. Per alcuni decenni essa è stata l'unico rivelatore a traccia per particelle cariche. Ma negli anni '50-60 essa ha ceduto il posto alle *camere a bolle* e *a scintilla*. Attualmente la camera Wilson si adopera prevalentemente come efficace apparecchio di dimostrazione a scopi didattici.

Un principio di funzionamento molto simile a quello della camera Wilson viene adottato nella *camera a diffusione*. Nella camera Wilson la soprassaturazione viene creata mediante una espansione adiabatica del gas (contenente vapori d'acqua o di alcool) ma nella camera a diffusione essa viene ottenuta per mezzo di un flusso continuo di vapore dalla superficie calda del coperchio della camera alla superficie più fredda del suo fondo. A differenza della camera Wilson, nella camera a diffusione la soprassaturazione è presente costantemente in uno strato orizzontale di vapore nel quale si ottengono tracce delle particelle ionizzanti. Perciò la camera a diffusione è sensibile con continuità al passaggio di particelle.

11. Uno dei rivelatori a traccia più importanti è la *camera a bolle* progettata da D.A. Glaser (n. 1926) nel 1954. Il principio di funzionamento di questa camera è stato descritto nel vol. II (§ 119). Esso è basato sulla possibilità di mantenere per breve tempo un liquido sopra il punto di ebollizione. Questo liquido surriscaldato è instabile e dopo un breve lasso di tempo comincia a bollire. I liquidi di lavoro più spesso usati sono l'idrogeno liquido, il deuterio, una miscela di neon con idrogeno (nelle camere criogeniche), il propano (C_3H_8), il freon e Xe in miscela con il propano (nelle camere a liquidi pesanti). Il surriscaldamento del liquido si ottiene con un rapido abbassamento della pressione iniziale $\mathscr{P}_{\text{iniz}} > \mathscr{P}_0$ al valore $\mathscr{P} < \mathscr{P}_0$ ($\mathscr{P}_0$ è la pressione di equilibrio per una data temperatura T). L'abbassamento (eliminazione) della pressione si ottiene mediante un rapido spostamento dello stantuffo nelle camere a idrogeno liquido oppure mediante una membrana elastica (nelle camere a propano ed a freon). La pressione nella camera si toglie in 5-15 ms e il liquido diviene surriscaldato, cioè sensibile alla registrazione delle particelle cariche. Le particelle sono iniettate nella camera all'istante della sensibilità massima.

La particella carica nell'attraversare un liquido surriscaldato provoca, lungo la sua traiettoria, la formazione di centri di ebollizione. Secondo una ipotesi moderna, a causare la formazione di questi centri sono gli elettroni δ, cioè elettroni secondari strappati agli atomi del mezzo dalla particella ionizzante. Questi elettroni vengono assorbiti da piccoli volumi di liquido, ciò che provoca il riscaldamento di quest'ultimi, la comparsa di centri di ebollizione e in seguito la formazione e la crescita di bolle. In un tempo dell'ordine di 0,5-3 ms le bolle raggiungono una dimensione di 50-300 μm

e possono essere fotografate (da più macchine fotografiche) se sono illuminate da una sorgente di luce ad impulso.

Le camere a bolle vengono solitamente usate per la registrazione di atti d'interazione fra particelle di alta energia ed i nuclei del liquido che riempie la camera, nonché di atti di disintegrazione delle particelle. Nel primo caso il liquido nella camera a bolle funge contemporaneamente da bersaglio e da rivelatore di particelle.

Le distorsioni delle tracce lasciate dalle particelle nella camera a bolle non sono grandi e sono determinate soprattutto mediante diffusioni reiterate.

L'efficacia della registrazione dipende prima di tutto dalle dimensioni della camera a bolle. Le camere più moderne hanno dimensioni di 1-2 m. Tuttavia negli acceleratori di energie superalte si adoperano camere a bolle di dimensioni molto grandi. Così, la camera ad idrogeno « Mirabel » francese presso l'Istituto di fisica delle alte energie dell'Accademia delle scienze dell'ex URSS (a Serpuchov) ha un volume di 10 m^3, e il volume della camera ad idrogeno nell'acceleratore del Laboratorio nazionale degli USA è di 33 m^3.

Le camere a bolle hanno giocato un ruolo importante nella scoperta e nello studio delle particelle strane, delle particelle instabili, ossia di risonanza, ecc.

Il difetto principale delle camere a bolle e l'impossibilità di selezionare nel processo di lavoro particolari tipi di eventi, ciò che nell'analisi di eventi rari costringe ad esaminare una grande quantità di fotografie. Notiamo altri difetti. È impossibile distinguere particelle relativistiche. Per energie molto alte è necessaria una separazione del fascio, il che e difficile realizzare. Persino nelle camere più grandi è impossibile iniettare contemporaneamente più di 5-6 particelle cariche. Perciò i processi con sezione inferiore a 1 microbarn sono praticamente inaccessibili (tranne il caso del neutrino allorché passano 10^{10} particelle) mentre gli apparecchi elettronici sono capaci di registrare fino a 10^7-10^8 particelle/s.

12. Fra i rivelatori a traccia vi sono anche, e meno costose, le *fotoemulsioni nucleari di grande spessore* . A differenza delle fotoemulsioni ordinarie esse godono di alta sensibilità e di spessore più grande (centinaia di micron mentre lo spessore delle fotoemulsioni ordinarie è di circa 10 μm). Le lastre coperte da uno strato di emulsione sensibile alla luce sono collocate sul cammino della particella ionizzante e dopo il suo passaggio vengono sviluppate. Come risultato la particella lascia una traccia formata da granelli d'argento metallico (la dimensione di un granello è di circa 0,3 μm). Questa traccia è osservata mediante un microscopio con ingrandimento di 500-1000 volte. La misura della lunghezza del cammino percorso dalla particella di una massa nota dà la sua energia, e la misura della densità dei granelli determina le perdite di energia all'unità del cammino in base alle quali

si può determinare la velocità della particella. Si può collocare la lastra con fotoemulsione in un campo magnetico per la misura dell'impulso della particella. Tuttavia, a tale scopo il campo magnetico deve essere molto forte in quanto la lunghezza delle tracce è piccola. Il difetto principale di questo metodo sta nella difficoltà di lavorazione delle lastre in quanto ogni lastra deve essere analizzata a lungo sotto il microscopio.

Negli ultimi anni con lo studio delle particelle a quark pesanti la tecnica delle fotoemulsioni ha avuto un nuovo sviluppo (lo studio delle particelle con vita media di 10^{-12}-10^{-13} s).

Si usano *schemi ibridi* con rivelatori elettronici per l'identificazione e la determinazione del vertice [1] nell'emulsione. Negli schemi ibridi si adoperano anche come rivelatori di vertice piccole camere a bolle ad azione rapida e di grande potere risolutivo (con prelievo di informazione mediante laser e olografia). Il loro potere risolutivo è di qualche decina di micron.

13. Nella *camera a scintilla* comparsa alla fine degli anni '50 l'immediatezza della registrazione (cioè senza lavorazione ulteriore) è accompagnata dalla completezza dell'informazione dei rivelatori a traccia. Il principio di funzionamento della camera a scintilla è basato sulla comparsa di una scarica a scintilla nel gas nel quale passa la particella ionizzante. La camera a scintilla elementare è composta di due elettrodi piano-paralleli l'interspazio fra i quali è riempito di gas (più spesso di Ne, Ar o di loro miscela). L'area delle lastre va da una decina di cm^2 a qualche m^2. Contemporaneamente con il passaggio della particella o con un piccolo ritardo (circa 1 μs) di segnale del sistema di rivelatori (contatori a scintillazione, contatori Čerenkov, ecc.) che registrano un tipo di evento prefissato, gli elettrodi della camera a scintilla ricevono un breve impulso (10-100 ns) di alta tensione (5-20 kV/cm). Gli elettroni che compaiono lungo la traiettoria della particella nel gas vengono accelerati dal campo elettrico ed essi stessi provocano ionizzazione ed eccitazione degli atomi. Come risultato sul cammino molto corto della particella compaiono valanghe elettro-fotoniche che si trasformano in scarica a scintilla visibile ad occhio nudo oppure in zone localmente luminescenti di piccolo volume (gli *streamers*).

La camera a scintilla a fessura stretta è composta da un insieme di elettrodi piano-paralleli uguali, disposti l'uno vicino all'altro e separati da un intervallo di circa 1 cm. Gli elettrodi sono collegati in modo alternato; una metà di essi è messa a terra, e l'altra metà, nell'istante di passaggio della particella, riceve un impulso di alta tensione dell'ordine del 1 kV/cm. Una catena di scintille passanti fra le lastre nell'istante di trasmissione di questo impulso riproduce la traiettoria della particella a meno di qualche frazione di millimetro. Il potere risolutivo temporale è di 10^{-6} s e il tempo totale di ristabilimento di 10^{-3} s.

---

[1] Vertice è il punto nella fotoemulsione in cui si verifica l'interazione.

Nelle camere a scintilla a fessura larga la distanza fra gli elettrodi è di 3-50 cm. Le valanghe elettro-fotoniche, evolventisi in seguito al passaggio della particella iniziale, confluiscono in un canale luminescente lungo la traiettoria tracciata dalla particella. In questo regime si possono registrare tracce con angoli non superiori a 50° rispetto alla direzione del campo elettrico nella camera. Per l'osservazione delle tracce con angoli più grandi fino a 90° si usa il cosiddetto *regime a streamers.* La *camera a streamers* è una variante della camera a scintilla che riceve un impulso di 20 kV/cm con fronte più corto e durata di 10 ns. In questa camera la scarica causata dall'impulso di alta tensione si interrompe allo stadio iniziale. Quindi, le tracce delle particelle cariche passanti attraverso la camera hanno la forma di una catena di streamers separati lunghi qualche millimetro ciascuno.

Le camere a traccia, a scintilla e a streamers sono caratterizzate da alto rendimento di registrazione contemporanea di numerose particelle (sciami di particelle) e anche da precisione spaziale e angolare molto alta nella determinazione della traiettoria (10^{-3} radianti).

Oltre alla fotografia, nelle camere a scintilla si adopera largamente il metodo di registrazione senza lastre con l'uso di calcolatori elettronici in linea (cfr. n. 1). Le coordinate delle scintille vengono registrate e scritte nella memoria del calcolatore elettronico dove vengono immediatamente sottoposte a elaborazione matematica.

XIII. REAZIONI NUCLEARI

§ 87. *Terminologia e definizioni*

1. Nel presente Corso abbiamo parlato più volte di reazioni nucleari. Consideriamo ora le questioni corrispondenti in modo più sistematico, faremo quindi in rari casi qualche ripetizione, qualora sia necessario.

Si chiama *reazione nucleare*, in un senso ampio del termine, un processo che avviene in seguito alla interazione di più (in genere due) particelle nucleari o elementari. Questa definizione si riferisce anche alla diffusione elastica di particelle, ad esempio nucleone contro nucleone. Nel caso della diffusione elastica non compaiono nuove particelle e non si crea eccitazione; le particelle non fanno altro che scambiarsi energia e impulso. Anche per diffusione anelastica non compaiono nuove particelle, ma almeno una di esse passa allo stato eccitato.

Nel presente capitolo si dà considerazione alle sole reazioni nucleari in un senso stretto del termine. In tali reazioni c'è necessariamente almeno uno singolo nucleo fra le particelle iniziali. Il nucleo collide contra un altro nucleo o una particella elementare ciò che risulta in sviluppo della reazione nucleare e la formazione di nuove particelle.

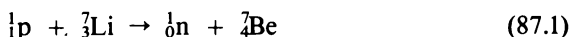
In genere, le reazioni nucleari vengono provocate dalla presenza delle forze nucleari, ma ci possono essere anche delle eccezioni a questa regola. Per esempio, il processo di fissione del nucleo, per bombardamento di quanti γ di alta energia o di elettroni veloci, è una reazione nucleare in cui intervengono solo forze elettromagnetiche, poiché le forze nucleari non agiscono sui fotoni e sugli elettroni. Allo stesso modo vengono definite come reazioni nucleari, processi che si svolgono per collisioni di un neutrino con altre particelle, ma questi processi si verificano per la presenza delle forze deboli.

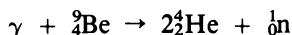
Le reazioni nucleari possono aver luogo in condizioni naturali (nelle viscere delle stelle o nei raggi cosmici, per esempio). La loro realizzazione viene riprodotta di solito in grandi installazioni sperimentali in cui le particelle cariche vengono accelerate tramite acceleratori. In questi casi le particelle più pesanti si trovano a riposo e si chiamano *particelle bersaglio*; esse vengono bombardate da particelle più leggere, fornite dal *fascio accelerato.*

Negli acceleratori a fasci contrapposti, le particelle si muovono entrambe cosicché la loro divisione in proiettile e bersaglio non ha senso. Inoltre, il bersaglio non può essere composto da neutroni e neppure dalla maggioranza delle particelle elementari poiché non esistono metodi per costruire bersagli con queste particelle.

2. Mediante accelerazione si ottiene un avvicinamento delle particelle (di due nuclei, di un nucleo e un nucleone, ecc.) a distanze di circa 10^{-13} cm, alle quali cominciano ad agire le forze nucleari. L'energia della particella positiva incidente deve essere dell'ordine (o maggiore) dell'altezza della barriera di potenziale coulombiana del nucleo (la quale per una particella di carica unitaria e nuclei medi é dell'ordine di 10 MeV, e per nuclei leggeri è più bassa). In questi casi la reazione nucleare, di regola, si realizza mediante accelerazione delle particelle proiettili. L'energia della particella può essere anche inferiore all'altezza della barriera coulombiana, come nell'esperienza classica del 1932 di Cockroft (1897-1967) e Walton (n. 1903) i quali sono stati i primi a realizzare la fissione artificiale dei nuclei di litio mediante bombardamento con protoni accelerati (cfr. la formula (87.1)). Ma nella loro esperienza la penetrazione del protone nel nucleo di litio è stata ottenuta mediante una transizione tunnel attraverso la barriera di potenziale coulombiana. La probabilità di questo processo è naturalmente molto piccola. La barriera coulombiana non esiste per particelle di carica negativa e neutre e le reazioni nucleari possono aver luogo anche per energie termiche delle particelle incidenti.

3. La scrittura più universale e visiva delle reazioni nucleari è stata presa a prestito dalla chimica. A sinistra si scrive la somma delle particelle iniziali, in seguito si mette una freccia e poi la somma dei prodotti finali della reazione. Per esempio, la scrittura

$$ {}_1^1p + {}_3^7Li \rightarrow {}_0^1n + {}_4^7Be \tag{87.1} $$

esprime la reazione nucleare di bombardamento dell'isotopo di litio ${}_3^7Li$ con protoni in seguito alla quale compaiono un neutrone e l'isotopo di berillio ${}_4^7Be$. La scrittura

$$ \gamma + {}_4^9Be \rightarrow 2{}_2^4He + {}_0^1n $$

esprime la reazione di fissione del nucleo ${}_4^9Be$ in due particelle α e un neutrone. Questo modo di scrittura delle reazioni nucleari è stato già adoperato più volte senza alcuna spiegazione.

Le reazioni nucleari in senso stretto si scrivono in forma più breve, e cioè nel seguente modo: A(a, bcd...)B dove A è il nucleo bersaglio, a la particella di bombardamento, bcd, ... sono le particelle emesse nel corso della reazione nucleare e B il nucleo restante (tra parentesi dopo la virgola si scrivono i prodotti della reazione più leggeri e dopo le parentesi quelli più pesanti. Ad esempio, la reazione (87.1) si può scrivere così: ${}^7Li(p, n){}^7Be$. La scrittura ${}^{40}Ca(\gamma, pn){}^{38}K$ significa che dal nucleo ${}^{40}Ca$ sono stati espulsi

protone e neutrone sotto l'azione del quanto γ e come risultato è stato formato il nucleo di potassio ^{38}K. Spesso si usa una scrittura più breve ancora indicando le sole particelle leggere senza indicare i nuclei partecipanti alla reazione. Per esempio, la scrittura (p, n) significa espulsione di un neutrone da un nucleo per bombardamento mediante un protone.

La reazione nucleare spesso può procedere in diversi modi, per esempio: ^{63}Cu(p, n)^{63}Zn; ^{63}Cu(p, 2n) ^{62}Zn; ^{63}Cu(p, pn) ^{62}Cu; ^{63}Cu(p, p)^{63}Cu; ^{63}Cu(p, p$'$)*^{63}Cu (diffusione anelastica dei protoni). L'insieme delle particelle collidenti in un dato stato quantistico (p e il nucleo ^{63}Cu, ad esempio) si chiama *canale d'entrata della reazione nucleare.* Le particelle che nascono in seguito alla reazione nucleare in determinati stati quantistici (ad esempio, p, n e il nucleo ^{62}Cu con determinati momenti orbitali e proiezioni degli spin in una direzione data) costituiscono il cosiddetto *canale d'uscita della reazione nucleare.*

4. La descrizione quantitativa delle reazioni nucleari dal punto di vista della meccanica quantistica può essere esclusivamente *statistica*, cioè in linea di massima si può parlare delle sole probabilità dei diversi processi che caratterizzano la reazione nucleare. La reazione a + A → b + B, per esempio, ha negli stati iniziale e finale due particelle e, in questo senso, è caratterizzata completamente dalla *sezione d'urto differenziale* $d\sigma/d\Omega$ di diffusione entro l'angolo solido $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$, dove ϑ e φ sono gli angoli polare e azimutale d'uscita di una delle particelle (di solito la più leggera), mentre l'angolo ϑ si calcola rispetto alla direzione di moto della particella incidente. La dipendenza della sezione d'urto differenziale dagli angoli ϑ e φ si chiama *distribuzione angolare* delle particelle risultanti. La *sezione d'urto integrale* o *totale*, che caratterizza l'intensità della reazione, si ottiene dalla sezione d'urto differenziale integrando rispetto a tutti i valori degli angoli ϑ e φ:

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega. \tag{87.2}$$

Se la particella incidente e le particelle bersaglio non hanno spin o sono orientate caoticamente, tutti i processi sono assialmente simmetrici rispetto alla direzione di moto della particella. In particolare, in questo caso $d\sigma/d\Omega$ dipende esclusivamente dall'angolo polare ϑ e si può scrivere $d\Omega = 2\pi \sin\vartheta d\vartheta$.

La grande maggioranza delle ricerche sperimentali viene compiuta nel *sistema di coordinate del laboratorio*, cioè in quello in cui il bersaglio è a riposo. Per le ricerche teoriche è più comodo il *sistema del baricentro* o *sistema del centro inerziale*, in cui l'impulso totale delle particelle collidenti è nullo. I risultati ottenuti nel sistema del baricentro si possono ricalcolare per il sistema del laboratorio, ma non ci soffermeremo su tali calcoli. Nelle reazioni nucleari in senso stretto la massa della particella incidente

di solito è molto inferiore alla massa del nucleo. In questo caso per moti non relativistici il baricentro praticamente coincide con il centro della particella pesante in modo che ambedue i sistemi di coordinate coincidono. Ma per alte velocità della particella incidente (quasi coincidenti con la velocità della luce), quando la sua energia cinetica supera notevolmente la somma delle energie a riposo delle due particelle collidenti, i sistemi di coordinate del laboratorio e del baricentro differiscono fortemente l'uno dall'altro.

Per caratterizzare in modo quantitativo più dettagliato la reazione nucleare di più canali, vengono introdotte le sezioni d'urto differenziale ed integrale per ogni canale della reazione. Per processi multipli hanno una grande importanza le cosiddette *sezioni inclusive*, che determinano la probabilità di comparsa, nella collisione in esame, di una determinata particella o di un gruppo di particelle.

5. Supponiamo ora che gli spin delle particelle partecipanti alla reazione non siano nulli. Si essi sono orientati in qualche modo le particelle si dicono *polarizzate*. Così, la polarizzazione della luce è legata all'orientazione degli spin fotonici. La particella, con massa a riposo non nulla e spin I, ha $2I + 1$ stati quantistici corrispondenti a diversi valori della proiezione dello spin su una direzione. Lo stato della particella è una sovrapposizione degli stati suindicati. Se i coefficienti della sovrapposizione sono totalmente determinati (*stato puro*) si dice che *la particella è totalmente polarizzata.* Se i coefficienti non sono completamente determinati e sono assegnati mediante alcune caratteristiche statistiche (*stato misto*) si dice che *la polarizzazione è parziale.* In questo caso per caratterizzare gli stati di polarizzazione, si introduce il *vettore di polarizzazione* il cui valore assoluto si chiama semplicemente *polarizzazione* ed è misurato in percentuale. Il vettore di polarizzazione è uguale alla media dello spin divisa per il valore massimo della sua proiezione. Se il vettore di polarizzazione non è parallelo all'impulso della particella incidente, la distribuzione angolare delle particelle dopo la reazione può essere non assialmente simmetrica, cioè può dipendere dall'angolo azimulate φ. Ma anche per riflessione o diffusione di un fascio di particelle non polarizzate su un bersaglio non polarizzato può comparire la polarizzazione. Questo fenomeno è simile alla polarizzazione che si ottiene per riflessione della luce naturale su dielettrici isotropi e si adopera per ottenere particelle polarizzate. Si trova che il vettore di polarizzazione delle particelle è perpendicolare al piano di diffusione.

6. Si può considerare in modo più visivo la sezione d'urto come la *superficie effettiva del bersaglio* incidendo sulla quale la particella provoca la reazione richiesta. Ma a causa delle proprietà ondulatorie e quantistiche delle particelle, questa interpretazione ha una regione di applicazione limitata. In particolare, per particelle quantistiche esiste una probabilità non nulla di passare senza deviazione attraverso la regione in cui essa è soggetta all'azione di diverse forze. Allora la vera sezione d'urto totale sarà inferiore

alla sezione trasversale della regione nella quale si verifica l'interazione. In questo caso, per analogia con l'ottica, il nucleo bersaglio si dice *parzialmente trasparente* o *grigio.*

Le proprietà ondulatorie delle particelle rendono impossibile una diffusione puramente anelastica nella quale il corpo diffondente non fa che assorbire tutte le particelle incidenti. In caso contrario dietro il corpo comparirebbe un'ombra netta il che è impossibile. L'ombra necessariamente si smussa per diffrazione. Ciò significa che compaiono particelle deflesse, vale a dire che l'assorbimento sarà accompagnato anche da diffusione elastica. Questa diffusione, per la sua origine, si dice *di diffrazione.*

Le sezioni d'urto σ delle reazioni nucleari dipendono dall'energia $\mathscr{E}$ della particella uscente, dal tipo della reazione nucleare, dagli angoli d'uscita e dall'orientazione degli spin delle particelle prodotte dalla reazione. La grandezza di σ in generale varia entro i limiti 10^{-27}-10^{-21} cm^2. Se la lunghezza d'onda di De Broglie $\lambda\!\!\!^{-}$ della particella incidente è piccola rispetto al raggio R del nucleo sono applicabili i metodi dell'ottica geometrica. In questo caso (per reazioni senza risonanza e per nuclei non trasparenti) la sezione d'urto della reazione è determinata dalla sezione trasversale geometrica del nucleo: $\sigma \approx \pi R^2$. Ma questa relazione non si può considerare, ovviamente, esatta. Infatti, la sezione σ è una grandezza esatta misurata statisticamente mentre nella definizione del raggio nucleare R è presente un elemento di indeterminazione e di convenzionalità. In particolare, al variare della velocità della particella incidente cambia anche la sezione d'urto della reazione. Per velocità piccole allorché $\lambda\!\!\!^{-} \gg R$, i metodi dell'ottica geometrica non sono più applicabili. È $\lambda\!\!\!^{-}$ in questo caso la grandezza che determina sostanzialmente la sezione d'urto della reazione, anziché R (cfr. § 88). Questo dipende dal fatto che ambedue le grandezze R e $\lambda\!\!\!^{-}$, aventi dimensione di una lunghezza, figurano nelle formule che determinano la sezione d'urto della reazione.

Per decidere quale di queste due grandezze sia quella determinante in un caso concreto diventa importante determinare l'energia $\mathscr{E}$ del nucleone incidente per cui $R = \lambda\!\!\!^{-}$. A tale scopo osserviamo che $\mathscr{E} = p^2/2m$, dove m è la massa del nucleone, $p = \hbar/\lambda\!\!\!^{-}$ in modo che, con la condizione $\lambda\!\!\!^{-} = R$, otteniamo

$$p = \hbar/R, \quad \mathscr{E} = \hbar^2/2mR^2.$$

Ricorriamo ora alla formula (65.1). Allora

$$\mathscr{E} = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2A^{2/3}} = \frac{(\hbar c)^2}{2\pi mc^2r_0^2A^{2/3}}$$

ossia, dopo la sostituzione del valore r_0 dato dalla formula (65.2),

$$\mathscr{E} \approx 10/A^{2/3}\ \mathrm{MeV}. \tag{87.3}$$

7. In un'esperienza fisica reale si è ben lungi da riuscire sempre a misurare direttamente la sezione d'urto differenziale o integrale stessa della reazio-

ne. È il *rendimento della reazione* la grandezza misurata direttamente. Si chiama rendimento della reazione nucleare W la parte del fascio di particelle soggette all'interazione nucleare con le particelle del bersaglio. Se S è l'area della sezione trasversale del fascio ed I la sua intensità, allora una uguale area del bersaglio viene colpita ogni secondo da $N = IS$ particelle. Tra queste in media ogni secondo interagiscono $\Delta N = ISn\sigma$ particelle, dove σ è la sezione d'urto di reazione di una particella del fascio e n la densità dei nuclei nel bersaglio. Quindi

$$W = \frac{\Delta N}{N} = \sigma n. \tag{87.4}$$

§ 88. *Leggi di conservazione nelle reazioni nucleari*

1. Nello studio delle reazioni nucleari, così come in altre questioni della fisica nucleare, si ricorre alle seguenti leggi di conservazione esatte:

1) *legge di conservazione dell'energia*;
2) *legge di conservazione dell'impulso*;
3) *legge di conservazione del momento della quantità di moto*;
4) *legge di conservazione della carica elettrica*;
5) *legge di conservazione della carica barionica*;
6) *legge di conservazione delle cariche leptoniche.*

Inoltre si usano altre leggi di conservazione, e precisamente:

7) *legge di conservazione di parità della funzione d'onda* se l'interazione debole può essere trascurata;

8) *legge di conservazione dello spin isotopico* se l'interazione elettromagnetica può essere trascurata. Questa legge non sarà qui trattata.

Nella fisica delle particelle elementari alle leggi di conservazione suindicate se ne aggiungono anche altre (cfr. § 109), che non saranno considerate qui, nella fisica nucleare.

Le leggi di conservazione consentono di predire quali delle reazioni in teoria possibili si possono realizzare veramente e quali sono impossibili o, come si dice, «vietate» in virtù del non soddisfacimento di una o più leggi di conservazione. Sotto questo aspetto le leggi di conservazione giocano un ruolo di particolare importanza nelle reazioni nucleari.

2. Cominciamo dalle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso. Per il processo d'urto di due particelle queste leggi nella forma relativistica si scrivono nel seguente modo:

$$\mathscr{E}_{1\,\mathrm{rel}} + \mathscr{E}_{2\,\mathrm{rel}} = \mathscr{E}'_{1\,\mathrm{rel}} + \mathscr{E}'_{2\,\mathrm{rel}} + \ldots + \mathscr{E}'_{n\,\mathrm{rel}}, \tag{88.1}$$

$$\mathbf{p}_{1\,\mathrm{rel}} + \mathbf{p}_{2\,\mathrm{rel}} = \mathbf{p}'_{1\,\mathrm{rel}} + \mathbf{p}'_{2\,\mathrm{rel}} + \ldots + \mathbf{p}'_{n\,\mathrm{rel}}, \tag{88:2}$$

dove le grandezze senza apice esprimono le energie e gli impulsi relativistici prima dell'urto e le lettere con apice indicano le grandezze per le particelle

formatesi dopo l'urto. È ovvio che le relazioni (88.1) e (88.2) sono valide in un qualsiasi sistema inerziale di riferimento. In particolare, nel sistema del laboratorio, quando la particella 2 prima dell'urto è a riposo si ha $p_{2\,\text{rel}} \equiv p_{2\,\text{non rel}} = 0$, e nel sistema baricentrico $p_{1\,\text{rel}} + p_{2\,\text{rel}} = 0$.

Nella ricerca sperimentale con energia della particella si intende sempre la sua energia cinetica $\mathscr{E} \equiv \mathscr{E}_{\text{cin}} = \mathscr{E}_{\text{rel}} - mc^2$, dove m è la massa a riposo della particella. Nel caso di particelle senza massa, $\mathscr{E}_{\text{cin}}$ e $\mathscr{E}_{\text{rel}}$ coincidono. In questo caso non esiste approssimazione non relativistica. Sottraendo dalla relazione (88.1) le energie a riposo corrispondenti otteniamo

$$\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 = \mathscr{E}_1' + \mathscr{E}_2' + \ldots + \mathscr{E}_n' + Q, \tag{88.3}$$

dove

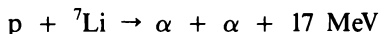
$$Q = (m_1' + m_2' + \ldots + m_n')c^2 - (m_1 + m_2)c^2. \tag{88.4}$$

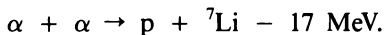
La grandezza Q rappresenta l'energia che si libera in seguito alla reazione. Come in chimica, essa spesso viene inclusa nell'equazione che esprime la reazione stessa. La reazione A(a, b)B, ad esempio, nella forma più esplicita si scrive così:

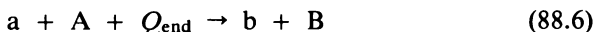
$$\text{a} + \text{A} \rightarrow \text{b} + \text{B} + Q. \tag{88.5}$$

Questa uguaglianza significa quanto segue: se le particelle a riposo a ed A entrano in mutua reazione si ottengono particelle b e B non a riposo bensì in uno stato in cui la loro energia cinetica totale vale Q. In chimica la grandezza Q si chiama *calore della reazione*. Nella fisica nucleare la si suole chiamare *energia della reazione*.

Una reazione si dice *esotermica* se $Q > 0$, cioè se essa è accompagnata da liberazione di energia. In questo caso, in accordo con la formula (88.4), con energia è sempre intesa l'energia cinetica. Un esempio di reazione esotermica (nel sistema baricentrico) è dato dalla reazione

$$\text{p} + {}^7\text{Li} \rightarrow \alpha + \alpha + 17\ \text{MeV}$$

ottenuta per la prima volta artificialmente da Cockroft e Walton. Se, invece, $Q < 0$ la reazione è accompagnata dall'assorbimento di energia e si chiama *endotermica*. Evidentemente, qualsiasi reazione inversa di una reazione esotermica sarà endotermica. Così, è endotermica la reazione

$$\alpha + \alpha \rightarrow \text{p} + {}^7\text{Li} - 17\ \text{MeV}.$$

Senza introdurre energie negative e usando la notazione $Q_{\text{end}} = -Q$, si può riscrivere l'uguaglianza (88.5) nel seguente modo:

$$\text{a} + \text{A} + Q_{\text{end}} \rightarrow \text{b} + \text{B} \tag{88.6}$$

dove Q_{end} è una grandezza positiva. Questa uguaglianza significa che per realizzare la reazione fra le particelle a ed A, è necessario trasmettere ad esse l'energia cinetica totale Q_{end} affinché i prodotti finali della reazione

b e B siano a riposo. Conveniamo di chiamare *energia della reazione endotermica* la grandezza positiva Q_{end}.

Una reazione esotermica può avvenire per qualsiasi energia delle particelle collidenti. Viceversa, la reazione endotermica può aver luogo se e solo se l'energia delle particelle collidenti supera un certo valore minimo. Questo valore minimo a partire dal quale la reazione endotermica può procedere si chiama *soglia della reazione.* È importante notare che la soglia della reazione viene misurata sempre nel sistema del laboratorio in cui la particella bersaglio è a riposo. Quanto alla grandezza Q_{end}, essa è legata soltanto al moto relativo delle particelle interagenti. L'energia cinetica legata al moto baricentrico del sistema di particelle si conserva e non partecipa alla reazione, ma tuttavia influisce notevolmente sul valore di $\mathscr{E}_{\text{soglia}}$. Perciò la soglia della reazione, $\mathscr{E}_{\text{soglia}}$, in generale, non coincide con l'energia della reazione endotermica Q.

Consideriamo ad esempio due particelle uguali che si muovono l'una verso l'altra con uguali velocità dirette in modo opposto. In questo caso il baricentro del sistema si trova a riposo e sarà a riposo dopo l'urto. Supponiamo che, dopo l'urto, le particelle confluiscano in una sola particella (urto anelastico). Questa particella si troverà in stato di riposo e per la sua formazione occorre un'energia uguale alla somma delle energie cinetiche delle particelle collidenti. Supponiamo che questa energia sia quella minima per cui è possibile la fusione delle particelle. In questo caso la reazione risulta endotermica e dotata di soglia. Supponiamo ora che una particella sia a riposo e l'altra la urti con la stessa velocità relativa del caso precedente. Allora la reazione e l'energia della reazione endotermica resteranno le stesse ma non tutta l'energia cinetica iniziale parteciperà alla trasformazione, in quanto si conserva l'energia cinetica del moto baricentrico. Quindi, la soglia della reazione diventa superiore all'energia della reazione endotermica.

3. Troviamo il legame fra la soglia e l'energia della reazione endotermica nel caso generale in cui sia le particelle collidenti che quelle che si formano in seguito alla reazione si muovono con velocità relativistiche. Supponiamo che nel sistema del laboratorio la particella 2 (bersaglio) sia a riposo e che la particella 1 si muova con velocità arbitraria. Allora $\boldsymbol{p}_{2\,\text{rel}} = 0$, $\boldsymbol{p}_{1\,\text{rel}} \neq$ $\neq 0$. In questo sistema di riferimento le leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso si scrivono:

$$\boldsymbol{p}_{1\,\text{rel}} = \boldsymbol{p}'_{1\,\text{rel}} + \boldsymbol{p}'_{2\,\text{rel}} + \dots + \boldsymbol{p}'_{n\,\text{rel}},$$

$$\mathscr{E}_{1\,\text{rel}} + m_2c^2 = \mathscr{E}'_{1\,\text{rel}} + \mathscr{E}'_{2\,\text{rel}} + \dots + \mathscr{E}'_{n\,\text{rel}}.$$

Sfruttiamo ora il fatto che, in un qualsiasi sistema di particelle con energia $\mathscr{E}_{\text{rel}}$ ed impulso $\boldsymbol{p}_{\text{rel}}$, la grandezza $\mathscr{E}^2_{\text{rel}} - (\boldsymbol{p}_{\text{rel}}c)^2$ è invariante rispetto al sistema di coordinate. Applichiamo questo risultato al sistema di particelle in questione. Consideriamo prima dell'urto l'invariante suindicata nel sistema del laboratorio e dopo l'urto nel sistema del baricentro. Poiché nel sistema

del baricentro l'impulso è nullo otteniamo così

$$(\mathscr{E}_{1\,\mathrm{rel}} + m_2c^2)^2 - c^2p_{1\,\mathrm{rel}}^2 = (\mathscr{E}'_{1\,\mathrm{rel}} + \mathscr{E}'_{2\,\mathrm{rel}} + \ldots + \mathscr{E}'_{n\,\mathrm{rel}})^2.$$

Ricordiamo che $\mathscr{E}'_{1\,\mathrm{rel}}, \mathscr{E}'_{2\,\mathrm{rel}}, \ldots$ rappresentano qui le energie totali (relativistiche) delle particelle formatesi nel sistema del baricentro. Nel caso generale le particelle si muovono relativamente l'una rispetto all'altra. Se non vi è moto relativo, allora $\mathscr{E}_{1\,\mathrm{rel}}$ sarà l'energia relativistica minima della particella 1 per la quale si può iniziare la reazione in esame. In altre parole, $\mathscr{E}_{1\,\mathrm{rel}}$ sarà la soglia della reazione se alla soglia associamo anche l'energia a riposo della particella 1. In tal modo, il valore di soglia si ricava dall'equazione precedente a condizione che in essa tutte le grandezze $\mathscr{E}'_{1\,\mathrm{rel}}$, $\mathscr{E}'_{2\,\mathrm{rel}}$, ... non contengano energie cinetiche e siano soltanto energie a riposo delle particelle prodotte nella reazione. Ciò dà

$$(\mathscr{E}_{1\,\mathrm{rel}} + m_2c^2)^2 - c^2p_{1\,\mathrm{rel}}^2 = (m'_1 + m'_2 + \ldots + m'_n)^2c^4$$

ossia, in virtù della relazione

$$\mathscr{E}^2_{1\,\mathrm{rel}} - c^2p^2_{1\,\mathrm{rel}} = \mathrm{Inv} = (m_1c^2)^2$$

abbiamo

$$2\mathscr{E}_{1\,\mathrm{rel}}m_2 + (m_1^2 + m_2^2)c^2 = (m'_1 + m'_2 + \ldots m'_n)^2c^2.$$

Escludiamo ora dalla grandezza $\mathscr{E}_{1\,\mathrm{rel}}$ l'energia a riposo m_1c^2 della particella incidente. Allora resterà la sola energia cinetica di questa particella che rappresenta l'energia di soglia nel senso abituale della parola: $\mathscr{E}_{\mathrm{soglia}} \equiv \mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_{1\,\mathrm{rel}} - m_1c^2$. Dopo semplici trasformazioni otteniamo

$$\mathscr{E}_{\mathrm{soglia}} = \frac{(m'_1 + m'_2 + \ldots + m'_n + m_1 + m_2)(m'_1 + m'_2 + \ldots - m_1 - m_2)c^2}{2m_2}. \tag{88.7}$$

Ma

$$Q_{\mathrm{end}} = (m'_1 + m'_2 + \ldots + m'_n - m_1 - m_2)c^2, \tag{88.8}$$

di modo che

$$\mathscr{E}_{\mathrm{soglia}} = Q_{\mathrm{end}}\left(1 + \frac{m_1}{m_2} + \frac{Q_{\mathrm{end}}}{2m_2c^2}\right) \text{ (relativistica).} \tag{88.9}$$

4. Questa formula diventa più semplice in una approssimazione non relativistica, quando $Q_{\mathrm{end}} \ll m_2c^2$. In chimica, anche se la formula (88.8) resta valida, non si riesce a provarla per insufficiente precisione nella misura delle masse. Nella fisica nucleare questa verifica non presenta particolari difficoltà, ma tuttavia nel caso delle reazioni nucleari ordinarie l'energia Q_{end} è piccola rispetto all'energia a riposo del bersaglio, fatto che caratterizza il caso non relativistico. Allora si può trascurare nell'(88.9) il termine

quadratico rispetto a Q_{end} e ottenere

$$\mathscr{E}_{\text{soglia}} = Q_{\text{end}} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \text{ (non relativistica).} \tag{88.10}$$

È ovvio che questa approssimazione può essere ottenuta direttamente, in modo più semplice, dalla meccanica non relativistica, ciò che lasciamo fare al lettore. Quando $m_1 \ll m_2$, allora nel caso non relativistico $\mathscr{E}_{\text{soglia}} = Q_{\text{end}}$. Ciò è chiaro poiché in questo caso si può supporre che il baricentro coincida sempre con il centro della seconda particella, restando cioè fisso.

Nella fisica nucleare di solito ci si limita alla formula non relativistica (88.10). Ma nei processi in cui partecipano particelle ultrarelativistiche, di regola, si devono applicare le formule relativistiche (88.7) e (88.9). Per esempio, nel caso della fissione di un nucleo atomico per azione di un quanto γ di alta energia, la formula (88.9) diventa

$$\mathscr{E}_{\text{soglia}} = Q_{\text{end}} \left(1 + \frac{Q_{\text{end}}}{2m_2c^2}\right).$$

5. Consideriamo ora alcuni esempi di applicazione delle formule relativistiche (88.7)-(88.9).

Esempio 1. Produzione di una coppia nucleone-antinucleone (neutrone-antineutrone, ad esempio) per urto di due protoni:

$$\text{p} + \text{p} \rightarrow \text{p} + \text{p} + \text{n} + \bar{\text{n}}. \tag{88.11}$$

In questo caso le masse a riposo di tutte le particelle sono uguali (938 MeV, se si trascura la differenza fra la massa del protone e del neutrone) e le formule (88.7) e (88.8) danno

$$\mathscr{E}_{\text{soglia}} = \frac{6m_{\text{p}} \cdot 2m_{\text{p}}}{2m_{\text{p}}} c^2 = 6m_{\text{p}}c^2 = 5{,}63 \text{ GeV},$$

$$Q_{\text{end}} = 2m_{\text{p}}c^2 = 1{,}88 \text{ GeV}.$$

In tal modo la soglia di questa reazione endotermica supera di tre volte l'energia Q_{end}.

Esempio 2. Supponiamo ora che per urto di due protoni nascano N coppie nucleone-antinucleone. Allora

$$\mathscr{E}_{\text{soglia}} = 2(N + 2)Nm_{\text{p}}c^2, \quad Q_{\text{end}} = 2Nm_{\text{p}}c^2 = \frac{\mathscr{E}_{\text{soglia}}}{N + 2}.$$

Se $N = 3$, per esempio, allora $\mathscr{E}_{\text{soglia}} = 5Q_{\text{end}}$ in modo che un quinto dell'energia di soglia partecipa alla reazione. Gli altri quattro quinti sono propri del moto baricentrico delle particelle.

Esempio 3. Produzione di una coppia elettrone-positrone. Due quanti γ di energia eguale si propagano, avvicinandosi l'uno all'altro ed interagi-

scono formando una coppia elettrone-positrone:

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+. \qquad (88.12)$$

In questo caso $m_1 = m_2 = 0$. È impossibile applicare le formule (88.7) e (88.9) in quanto in esse si suppone che la particella 2 prima dell'urto sia a riposo, ciò che è impossibile per un quanto γ. Ma è possibile usare, ovviamente, la formula (88.8). Ponendovi $m_1' = m_2' = m_e$ otteniamo $Q_{end} = 2m_e c^2$, risultato evidente anche senza calcolo. La grandezza Q_{end} nel caso considerato è, al tempo stesso, anche la soglia della reazione se, ovviamente, la soglia venga determinata nel sistema di riferimento baricentrico.

Esempio 4. Fotoproduzione di un pione da un protone

$$\gamma + p \rightarrow n + \pi^+. \qquad (88.13)$$

In questo caso $m_1 = 0$, $m_2 = m_1' = m_p = 938$ MeV; $m_2' = m_\pi = 140$ MeV $= 0{,}149\ m_p$;

$$\mathscr{E}_{soglia} = \frac{(m_p + m_\pi + m_p)(m_p + m_\pi - m_p)c^2}{2m_p} = 0{,}160\ m_p c^2 =$$

$$= 150 \text{ MeV} = 1{,}07\ m_\pi c^2, \qquad Q_{end} = m_\pi c^2 = 140 \text{ MeV}.$$

6. Nelle reazioni nucleari vale la legge di conservazione della carica elettrica, secondo la quale la somma algebrica delle cariche elettriche prima della reazione è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche delle particelle dopo la reazione. Come esempio abbiamo visto le reazioni (88.11)-(88.13). Accanto a questa legge, nella fisica nucleare vale la legge di conservazione della carica barionica, analoga alla legge di conservazione della carica leptonica (cfr. § 74, n. 10). Nelle reazioni nucleari in senso stretto, a basse energie il contenuto di questa legge si riduce al fatto che il numero totale di nucleoni non cambia in seguito alla reazione. Ma questa legge resta valida anche in senso più ampio per alte energie quando si verificano trasformazioni delle particelle elementari (generazione di antiparticelle). Anche se questa questione supera i limiti della fisica nucleare nel senso stretto ed è oggetto della fisica delle particelle elementari ci soffermiamo brevemente su di essa.

Con il termine *barioni* si indica un gruppo di particelle elementari «pesanti» con spin semintero e massa non inferiore alla massa del protone. Sono barioni il protone ed il neutrone, gli iperoni, alcune risonanze ed alcune particelle charmate («incantate») e, forse, qualche altra particella. Come per la maggioranza delle particelle elementari, anche per i barioni esistono le antiparticelle dette *antibarioni*. Questi differiscono dai barioni per il segno di alcune caratteristiche (per il segno della carica elettrica e del momen-

to magnetico, ad esempio). L'unico barione stabile è il protone (e l'unico antibarione stabile è l'antiprotone). Gli altri barioni sono *instabili* e per decadimenti successivi si trasformano in protone e in particelle leggere (allo stato libero il neutrone, ad esempio, è instabile ma esso diviene stabile in uno stato legato, ossia all'interno di nuclei stabili). I barioni partecipano a tutte le interazioni fondamentali conosciute: forte, elettromagnetica, debole e gravitazionale.

In tutti i processi osservati la differenza fra i numeri di barioni e di antibarioni è una costante. A questo risultato si può dare la forma di una legge di conservazione, simile a quella di conservazione della carica elettrica. A tale scopo si è convenuto di attribuire ad ogni particella una *carica barionica*, che vale $+1$ per un barione, -1 per un antibarione e 0 per tutte le altre particelle. Il risultato suindicato acquista allora una forma di legge di conservazione della carica barionica, secondo la quale la carica barionica totale di un sistema di particelle resta costante qualunque sia il processo avvenuto in questo sistema. Una conseguenza di questa legge è che la produzione di ogni antibarione deve essere accompagnata necessariamente dalla produzione di un barione complementare.

Fino agli anni '70 si è creduto che la legge di conservazione della carica barionica fosse verificata rigorosamente per tutte le interazioni fondamentali. Tuttavia dopo l'elaborazione di modelli diversi della teoria unitaria di campo (la cosiddetta «grande unificazione» delle interazioni debole, elettromagnetica e forte) la validità universale di questa legge è stata posta in dubbio. In particolare, si ammette la possibilità di disintegrazione del protone, ad esempio nel canale

$$p \to e^+ + \pi^0$$

con una vita media τ che varia nei diversi modelli da 10^{30} a 10^{32} anni, ciò che supera all'incirca di 10^{20}-10^{22} volte l'età della parte osservabile dell'Universo (secondo i dati sperimentali $\tau > 10^{32}$ anni). Questa previsione deve essere ancora provata sperimentalmente, il che è reso difficile dalla prevista enorme durata di vita del protone.

7. Notiamo ora un'importante circostanza legata con la legge di conservazione e di quantizzazione del momento della quantità di moto delle particelle collidenti a basse energie. Il momento orbitale della quantità di moto relativo di due particelle collidenti può assumere i soli valori numerici interi $l = 0, 1, 2, \ldots$ (in unità $\hbar$). Questo fatto e la portata limitata del raggio d'azione delle forze nucleari consentono di concludere che la reazione fra le particelle è possibile praticamente solo per piccoli valori di l. Si può ottenere il valore esatto del massimo di l soltanto sulla base della meccanica quantistica conseguente. Essendo per noi impossibile farlo, ci basta per i nostri scopi ricorrere a considerazioni semiclassiche nello spirito della teoria di Bohr, completate da considerazioni qualitative di meccanica quantistica.

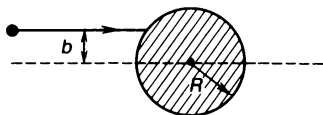



Fig. 157.

Il momento della quantità di moto di una particella con impulso p, che collide con un nucleo fisso, vale pb, dove b è il parametro d'urto (fig. 157). Secondo le rappresentazioni classiche la reazione può aver luogo nei soli casi in cui b sia inferiore al raggio d'azione delle forze nucleari: $b \leqslant \leqslant R$, dove R è il raggio del nucleo e, perciò, $bp \leqslant Rp$ oppure $\hbar l \leqslant Rp$. Di qui, introducendo la lunghezza d'onda di De Broglie, otteniamo

$$l \leqslant \frac{2\pi R}{\lambda} \approx \frac{R}{\lambdabar}. \tag{88.14}$$

Questa è la limitazione cercata, che è evidentemente importante per grandi lunghezze d'onda λ, cioè per basse energie della particella incidente.

Tenuto conto delle proprietà ondulatorie della particella, la reazione è possibile in linea di massima per tutti i valori di l, tuttavia la probabilità della reazione diminuisce bruscamente se la relazione (88.14) non è soddisfatta. Se scriviamo la sezione d'urto totale della reazione sotto forma di somma $\sigma = \Sigma\sigma_l$, dove σ_l è la *sezione d'urto parziale della reazione*, cioè la sezione d'urto della reazione che si svolge per un determinato l, si trova che, nel caso di una particella elettricamente neutra, $\sigma_l \sim (2l + 1)p^{4l} \sim \sim (2l + 1)\mathscr{E}^{2l}$, vale a dire che al diminuire dell'energia $\mathscr{E}$ della particella la sezione d'urto σ_l decresce più rapidamente quanto più grande è l. Per particelle cariche, questa diminuzione è ancora più rapida. In questi casi nel sistema baricentrico (ma non in quello del laboratorio) la distribuzione angolare delle particelle uscenti è sfericamente simmetrica, vale a dire che le particelle si muovono in tutte le direzioni con uguale probabilità.

8. Abbiamo già parlato (§ 74, n. 10) delle cariche leptoniche e delle loro leggi di conservazione. Nel § 69 abbiamo trattato la parità degli stati e la legge di conservazione della parità. Ricordiamo qui che la legge di conservazione della parità è verificata nelle interazioni forti ed elettromagnetiche e viene violata nelle interazioni deboli. Nel caso della reazione nucleare a + A → b + B la legge di conservazione della parità impone che sia verificata l'uguaglianza

$$P_a P_A(-1)^{l_{aA}} = P_b P_B(-1)^{l_{bB}}, \tag{88.15}$$

dove P_a, P_A, P_b, P_B sono le parità intrinseche delle particelle e dei nuclei iniziali e finali, e l_aA, l_bB i momenti angolari orbitali delle particelle a e b nel loro moto relativo attorno ai nuclei A e B.

Per diffusione elastica gli stati del nucleo e della particella incidente non cambiano. In questo caso può avvenire soltanto una riorientazione degli spin, e quindi la parità si conserva. Ma allora dalla formula (88.15) segue che $(-1)^{l_{aA}} = (-1)^{l_{bB}}$, cioè l può cambiare solo di un numero pari (nei limiti permessi dalla legge di conservazione del momento della quantità di moto).

§ 89. *Nucleo composto*

1. Numerose reazioni nucleari evolvono passando attraverso lo stadio di formazione del cosiddetto *nucleo composto* o *transitorio* (*compound nucleus*). La nozione di nucleo composto è stata introdotta da N. Bohr nel 1936. Egli partì dalle considerazioni seguenti. La particella penetrata nel nucleo, di regola, interagisce fortemente con i suoi nucleoni, e questa interazione è così forte che la sua energia d'interazione con un nucleone è di solito dello stesso ordine di grandezza dell'energia cinetica della particella. Perciò è molto probabile la cattura della particella da parte del nucleo. La particella «si impantana» nel nucleo e, fra l'altro, per interazione con i nucleoni la sua energia diminuisce tanto che essa per lungo tempo non riesce di abbandonare il nucleo. La particella catturata dal nucleo perde, in generale, la propria individualità e si comporta come un sistema di nuovi nucleoni associati a quelli del nucleo iniziale. A causa della molteplicità di collisioni fra nucleoni vecchi e nuovi, nel comportamento dei nucleoni scompare ogni differenza. D'altra parte, se l'energia iniziale della particella incidente non è troppo alta, nel sistema non si troveranno nucleoni di energia così grande da abbandonare immediatamente il nucleo. Trattenendosi nel nucleo per un certo tempo i nucleoni costituiscono un sistema di particelle che si può considerare, entro questo lasso di tempo, come un sistema legato. A questo sistema viene dato il nome di nucleo composto.

Il nucleo composto così formato si trova in uno stato eccitato e tende a perdere l'energia di eccitazione per conto di cualche processo possibile. In linea di principio esso non differisce da un nucleo radioattivo. Uno dei meccanismi possibili di trasformazione radioattiva consiste nel fatto che l'energia della particella catturata, distribuita a caso fra i nucleoni del nucleo composto, in seguito a processi di fluttuazione si concentra di nuovo su una delle particelle. Allora questa particella viene emessa dal nucleo. Non è necessario che questa sia la particella iniziale penetrata nel nucleo. Essa può essere un protone, un neutrone, una particella α, ecc. Sono possibili in genere più canali di disintegrazione radioattiva del nucleo composto.

2. È necessario sottolineare che ha senso parlare di stato eccitato del nucleo composto se e soltanto se esso esiste per un tempo sufficientemente lungo. La locuzione «tempo sufficientemente lungo» si deve intendere a scala nucleare e non macroscopica. Ad esempio, un neutrone con velocità

di 10^9 cm/s che passa attraverso il nucleo senza subire urti, impiega un tempo dell'ordine di 10^{-13}: $10^9 \approx 10^{-22}$ s. Questo è il «tempo nucleare» a cui si deve fare riferimento per farsi un'idea della durata dei processi che avvengono nel nucleo atomico. Se il nucleo composto vive, nello stato eccitato, 10^{-14} s, questo tempo in scala nucleare si considera come «molto grande». A causa del corto raggio d'azione delle forze nucleari, il neutrone penetrato nel nucleo sarà soggetto a più di 10^{-14}: $10^{-22} \approx 10^8$ urti, il che è largamente sufficiente perché il suo moto nel nucleo acquisti carattere disordinato del tutto indipendente dalla velocità e dalla direzione con le quali il neutrone è entrato nel nucleo iniziale. In tal modo abbiamo un sistema di nucleoni il cui comportamento è assolutamente indipendente dalla storia della sua formazione. Nella scala temporale nucleare questo sistema si comporta come se esso esistesse da tempo infinito. E questo fatto è la condizione necessaria perchè un siffatto sistema si possa considerare come un nucleo composto.

Accanto ai processi suindicati, di formazione e disintegrazione del nucleo composto, è possibile anche un processo concorrente che consiste nella *cattura radiativa.* In questo processo il nucleo passa allo stato eccitato sempre in seguito alla cattura di una qualche particella. Ma esso torna allo stato fondamentale mediante emissione di un quanto γ. Quest'ultimo processo avviene per azione delle forze elettromagnetiche, cioè lo si può considerare nell scala nucleare come un processo «lento». Perciò anche per cattura radiativa si può formare un nucleo composto.

È degno d'attenzione un fatto paradossale dal punto di vista della fisica classica: le forze di repulsione coulombiana fra protoni e altre particelle del nucleo di carica positiva (fra le particelle α, ad esempio) non contribuiscono ma ostacolano l'uscita di queste particelle dal nucleo. Di questo fatto abbiamo già parlato (§ 73, n. 12) considerando l'influsso della barriera centrifuga sul decadimento α. La sua spiegazione è nel fatto che alle forze di repulsione corrisponde una energia positiva la quale aumenta l'altezza e, quindi, la larghezza della barriera di potenziale coulombiana. Quanto all'uscita del protone e di qualsiasi particella di carica positiva dal nucleo, essa è un processo che avviene per *effetto tunnel.* E questo processo è tanto meno probabile quanto più alta e larga è la barriera di potenziale. Questa circostanza si manifesta con particolare evidenza nel caso dei nuclei medi e pesanti.

3. Quindi, il processo di collisione della particella a con il nucleo A si divide in due tappe. Nella prima tappa la particella a si avvicina al nucleo A e come risultato si forma il nucleo composto C* in uno stato eccitato. Si può rappresentare schematicamente questo processo così:

$$a + A \to C^*. \qquad (89.1)$$

Nella seconda tappa avviene la disintegrazione del nucleo composto secondo lo schema

$$C^* \to b + B. \qquad (89.2)$$

La reazione nucleare in totale si scrive schematicamente nel seguente modo:

$$a + A \to C^* \to b + B. \qquad (89.3)$$

La sezione d'urto σ_{ab} della reazione (89.3) si trova moltiplicando la sezione d'urto σ_{C^*} di formazione del nucleo composto per la probabilità W_b di disintegrazione di questo nucleo nel canale b:

$$\sigma_{ab} = \sigma_{C^*} W_b. \qquad (89.4)$$

Se lo stesso nucleo composto C^* si disintegra in un altro canale b' con probabilità $W_{b'}$, allora $\sigma_{ab'} = \sigma_{C^*} W_{b'}$. Eliminando σ_{C^*} abbiamo

$$\frac{\sigma_{ab}}{\sigma_{ab'}} = \frac{W_b}{W_{b'}}. \qquad (89.5)$$

Supponiamo ora che lo stesso nucleo composto C^* con la stessa energia d'eccitazione si possa formare per urto di altre particelle m e M: $m + M \to$ $\to C^*$. In virtù dell'identità di questo nucleo con quello vecchio, la sua disintegrazione avverrà negli stessi canali con formazione delle stesse particelle b e b'e con le stesse precedenti probabilità W_b e $W_{b'}$, e perciò $\sigma_{mb}/\sigma_{mb'} = W_b/W_{b'}$. Quindi,

$$\frac{\sigma_{ab}}{\sigma_{ab'}} = \frac{\sigma_{mb}}{\sigma_{mb'}}. \qquad (89.6)$$

Quando questa relazione è verificata, si può affermare che ambedue le reazioni suindicate si svolgono con formazione del nucleo composto. Se la relazione (89.6) non è soddisfatta, lo schema di formazione del nucleo composto o non si verifica oppure il nucleo composto non ha avuto il tempo di formarsi.

4. Un altro tratto caratteristico delle reazioni nucleari, accompagnate da formazione del nucleo composto, è dato dal fatto che, in determinate condizioni, la distribuzione angolare delle particelle emesse per disintegrazione del nucleo composto è *simmetrica nel sistema del baricentro.* Supponiamo che lo spin risultante del nucleo composto sia nullo. In questo caso le particelle formatesi per disintegrazione del nucleo composto vengono emesse con uguale probabilità avanti e indietro nel sistema baricentrico. (La direzione «in avanti» è assegnata dalla velocità della particella incidente.) Di questa distribuzione angolare si dice che essa gode di *simmetria «avanti-indietro»*. Per argomentare questa affermazione osserviamo che il sistema iniziale, in virtù degli impulsi e dei momenti angolari di cui godono la particella incidente e il nucleo iniziale, non ha simmetria «avanti-indietro». Essa compare nel processo di formazione del nucleo composto. Infatti, nel sistema baricentrico l'impulso risultante del sistema iniziale è nullo. Nella formazione del nucleo composto la nullità dell'impulso totale si conserva e, per di più, si ha una distribuzione casuale degli impulsi dei

singoli nucleoni secondo loro direzione nello spazio. Lo stesso avviene con gli spin poiché, per ipotesi, lo spin del nucleo composto è nullo. Non resta che il momento orbitale della quantità di moto delle particelle. Ma nel sistema baricentrico esso è perpendicolare all'impulso della particella incidente. È ovvio che esso si conserva nel processo di formazione del nucleo composto, ma sarà ridistribuito caoticamente fra i nucleoni del nucleo composto. Si ottiene così un nucleo composto che possiede la simmetria «avanti-indietro». È naturale che questa simmetria si conservi anche per disintegrazione del nucleo composto.

§ 90. *Reazioni nucleari in cui interviene il nucleo composto*

1. Lo spettro energetico del nucleo composto è continuo. Supponiamo infatti che il nucleo composto sia formato per fusione di una particella a e di un nucleo A. Nello stato iniziale la particella a e il nucleo A sono infinitamente lontani. Quindi, il moto di un siffatto sistema è *infinito*, perciò la sua energia totale è positiva e non deve essere quantizzata. Di conseguenza, essa non si quantizza neanche dopo la penetrazione della particella nel nucleo poiché l'energia si conserva. Ne consegue che l'energia di eccitazione del nucleo composto, in generale, supera l'energia che si deve spendere per estrarre dal nucleo almeno una particella del tipo a.

Nei casi in cui la probabilità di disintegrazione del nucleo composto sia sufficientemente piccola, ha senso parlare dei suoi *stati quasi-stazionari* in cui esso per lungo tempo si muove in una zona spaziale limitata. Questo moto, che dura un tempo limitato, si può considerare approssimativamente come finito. Il tempo τ durante il quale ciò è possibile si dice *tempo di vita del nucleo composto.* La probabilità di disintegrazione W del nucleo nell'unità di tempo è legata a τ dalla relazione $W = 1/\tau$. Per questi nuclei composti si può dire approssimativamente che essi godono di *stati quasi-stazionari* e di corrispondenti *livelli energetici quasi-stazionari.* Ma ogni livello quasi-stazionario è caratterizzato non dalla sola energia ma anche da una larghezza Γ che può essere determinata mediante la relazione di indeterminazioni

$$\Gamma = \hbar/\tau. \tag{90.1}$$

Quindi, lo spettro energetico del nucleo composto consta di una serie di bande discrete di larghezza finita. A rigore, ogni nucleo radioattivo ha la stessa struttura dello spettro energetico. Tuttavia il nucleo radioattivo vive un tempo così lungo che la probabilità di disintegrazione è trascurabilmente piccola, cosicché non è necessario distinguere i livelli quasi-stazionari da quelli stazionari.

2. Applichiamo le considerazioni suindicate alla questione della sezione d'urto delle reazioni nucleari supponendo, in modo semplificato, che la particella incidente sia elettricamente neutra. Fra queste particelle le più impor-

tanti sono i neutroni. Per essi, a differenza delle particelle di carica positiva, non esiste barriera di potenziale coulombiana, perciò essi possono penetrare facilmente nel nucleo provocando trasformazioni nucleari. Le reazioni nucleari indotte dai neutroni saranno trattate in dettaglio nel cap. XIV. Per il momento ci limitiamo a una breve considerazione della questione della dipendenza della sezione d'urto della reazione dalla velocità del neutrone incidente. Una soluzione rigorosa e conseguente di questa questione (per quanto nella teoria del nucleo in generale è consentito parlare di rigore) è possibile soltanto con i metodi di calcolo della meccanica quantistica, cosa impossibile a farsi in un corso di fisica generale. Perciò dobbiamo limitarci a sole considerazioni qualitative tutt'altro che rigorose e accettare numerosi risultati senza alcuna argomentazione.

3. Supponiamo dapprima che l'energia cinetica del neutrone sia piccola in modo che l'energia del nucleo composto generato sia notevolmente inferiore all'energia del suo primo livello eccitato. Con ciò vengono esclusi fenomeni di risonanza nelle reazioni nucleari, dei quali parleremo più avanti. Supponiamo inoltre che l'energia del neutrone sia così piccola che la lunghezza d'onda di De Broglie λ superi notevolmente le dimensioni del nucleo. In queste condizioni la probabilità di penetrazione del neutrone nel nucleo e anche il numero medio N dei atti di disintegrazione del nucleo composto per unità di tempo sono proporzionali a $|\psi|^2$, dove ψ è l'onda di De Broglie del neutrone incidente: $N \propto |\psi|^2$. D'altra parte il flusso medio dei neutroni verso il nucleo $I \propto v|\psi|^2$, dove v è la velocità media dei neutroni. Questi valori sono indipendenti dalla lunghezza d'onda di De Broglie (e quindi dalla velocità v), che è supposta infinitamente grande rispetto alle dimensioni del nucleo. In accordo con la definizione di sezione d'urto

$$\sigma = N/I \sim 1/v. \qquad (90.2)$$

La dipendenza (90.2) porta il nome di «legge $1/v$». Essa può essere ricavata anche da altre considerazioni fisiche: al diminuire della velocità del neutrone aumenta il tempo della sua interazione con il nucleo ed aumenta, quindi, la probabilità di cattura del neutrone da parte del nucleo. La legge (90.2) è di estrema importanza nell'energetica nucleare e spiega perché nei reattori nucleari occorra un rallentamento dei neutroni (cfr. § 95).

4. Consideriamo ora il caso in cui l'energia totale $\mathscr{E}$ del neutrone e del nucleo iniziale si trova nella zona a bande energetiche del nucleo composto. Secondo la meccanica quantistica, se $\mathscr{E}$ è uguale all'energia di uno dei livelli quasi-stazionari del nucleo composto, la probabilità di formazione di quest'ultimo è particolarmente grande. Per queste energie delle particelle la sezione d'urto delle reazioni nucleari bruscamente aumenta formando i cosiddetti *massimi di risonanza*. In questi casi le reazioni nucleari si dicono *risonanziali*. In prossimità del livello di risonanza la sezione d'urto della reazione è descritta da una relazione simile alla formula di dispersione in ottica in prossimità della linea d'assorbimento. Questa formula è stata de-

dotta nel 1936 da Breit (n. 1899) e Wigner (n. 1902) e porta il loro nome.

Ci limitiamo al caso di neutroni lenti, poiché è sufficiente tener conto delle sole particelle di momento orbitale $l = 0$ (cioè nello stato s). Supponiamo inoltre che sulla grandezza della sezione d'urto influisca notevolmente un solo livello di risonanza. Allora per la reazione A(n, b)B la formula di Breit-Wigner può essere scritta così:

$$\sigma_{nb} = \pi\lambda_n^2 g \frac{\Gamma_n \Gamma_b}{(\mathscr{E} - \mathscr{E}_0)^2 + \Gamma^2/4} \tag{90.3}$$

dove $\mathscr{E}_0$ è l'energia del livello di risonanza e λ_n la lunghezza d'onda del neutrone incidente. La grandezza Γ al denominatore è *la larghezza totale del livello* uguale alla somma delle larghezze dei livelli in tutti i canali d'entrata e d'uscita possibili della reazione. Nel caso particolare di un solo canale d'entrata e un solo canale d'uscita $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_b$, dove Γ_b corrisponde all'assorbimento del neutrone, cioè all'emissione della particella b, e Γ_n alla diffusione elastica del neutrone. Il fattore di peso statistico g tiene conto delle orientazioni possibili dei momenti delle quantità di moto delle particelle prima dell'urto e delle particelle formatesi dopo l'urto. In questo caso si parte dall'ipotesi che il neutrone e il nucleo iniziale A siano polarizzati linearmente, cioè che i loro spin abbiano direzioni determinate.

Per il calcolo del fattore di peso g supponiamo che il neutrone incidente e il nucleo A non siano polarizzati e che i loro spin I_n e I_A siano orientati caoticamente. Allora esistono $2I_n + 1$ orientazioni possibili del neutrone e $2I_A + 1$ orientazioni del nucleo, in totale $(2I_n + 1)(2I_A + 1)$ stati iniziali. Per urto si ha un nucleo composto, di spin I, cui corrispondono $2I + 1$ orientazioni possibili. Se tutte queste orientazioni sono equiprobabili, a ogni coppia formata da un neutrone n e da un nucleo A linearmente polarizzati corrisponde in media una sezione d'urto che è g volte inferiore che nel caso in cui la polarizzazione non esista. Quindi,

$$g = \frac{2I + 1}{(2I_n + 1)(2I_A + 1)}. \tag{90.4}$$

Se moltiplichiamo e dividiamo il numeratore e il denominatore della formula (90.3) per Γ, questa formula prende una forma analoga all'espressione (89.4) dove

$$\sigma_C = \pi\lambda_n^2 g \frac{\Gamma_n \Gamma}{(\mathscr{E} - \mathscr{E}_0)^2 + \Gamma^2/4} \tag{90.5}$$

poiché, evidentemente, la probabilità di disintegrazione del nucleo composto lungo il canale b vale

$$W_b = \frac{\Gamma_b}{\Gamma}. \tag{90.6}$$

Di conseguenza, la sezione d'urto di formazione del nucleo composto è data dall'espressione (90.5).

Siccome lo spin del neutrone $I_n = \frac{1}{2}$, allora $(2I_n + 1) = 2$. In questo caso lo spin del nucleo composto può assumere i soli due valori: $I = I_A + ½$ oppure $I = I_A - ½$.

Nella cattura del neutrone lento sono possibili diversi effetti, dei quali il più probabile è l'emissione di un neutrone (diffusione) o di un quanto γ (cattura radiativa del neutrone). Sono possibili altri processi: per esempio, il nucleo ^{14}N per cattura di un neutrone può emettere un protone, mentre ^{10}B e ^{6}Li emettono ciascuno una particella α. I nuclei più pesanti, per cattura di un neutrone lento, possono essere soggetti a fissione. Come è stato già detto più volte, la piccola probabilità di emissione di una particella carica (particella α o protone) per cattura di un neutrone lento, è dovuta al fatto che, nell'abbandonare il nucleo, la particella positiva deve superare la barriera di potenziale coulombiana. Perciò l'emissione di particelle cariche per cattura di neutroni lenti nella grande maggioranza dei casi si osserva per i nuclei più leggeri (^{10}B, ^{6}Li). Per la maggioranza dei nuclei pesanti la cattura di neutroni è accompagnata da radiazione γ, e nella cattura di neutrone da parte dei nuclei leggeri la più possibile è di nuovo l'uscita di neutroni, cioè in questo caso si verifica la reazione di diffusione elastica dei neutroni. La sezione di risonanza per cattura di neutroni termici può superare di 10^5-10^6 volte πR^2.

5. La dipendenza della sezione d'urto σ_{nb} dalla velocità v del neutrone incidente è determinata non dal solo denominatore di risonanza $(\mathscr{E} - \mathscr{E}_0)^2 + \Gamma^2/4$ nella formula (90.3), ma anche dal numeratore $\Gamma_n\Gamma_b$. Quando l'energia $\mathscr{E}$ del nucleo composto è molto vicina a $\mathscr{E}_0$, ha importanza decisiva il denominatore di risonanza. Per $|\mathscr{E} - \mathscr{E}_0| < \Gamma/2$ si può trascurare il termine $(\mathscr{E} - \mathscr{E}_0)^2$. Allora in accordo con la formula (90.3), $\sigma_{nb} = 4\pi\lambda\!\!\!^{-2} g\Gamma_n\Gamma_b/\Gamma^2$, vale a dire che σ_{nb} presenta un picco di rizonanza. Questi picchi per i neutroni lenti possono superare notevolmente (di migliaia di volte, per esempio) la sezione geometrica del nucleo πR^2. Invece, per $\mathscr{E} \ll \mathscr{E}_0$ ciò che ha luogo per neutroni molto lenti, il denominatore nella formula (90.3) cambia poco con la velocità e questo cambiamento può essere trascurato. Si può anche trascurare la dipendenza di Γ_b da v poiché Γ_b dipende solo dalla probabilità di disintegrazione del nucleo composto stesso. La dipendenza della sezione d'urto da v è determinata dai soli fattori $\lambda\!\!\!^{-2}_n$ e Γ_n, e precisamente $\sigma_{nb} \propto \lambda\!\!\!^{-2}_n\Gamma_n$. Ma $\Gamma_n = \hbar/\tau$, e il tempo τ, impiegato dal neutrone per penetrare nel campo del nucleo, è inversamente proporzionale a v in modo che $\Gamma_n \propto v$. Inoltre, $\lambda\!\!\!^{-}_n \propto 1/v$. Perciò $\sigma_{nb} \propto (1/v)^2 v \sim 1/v$. Questa è la stessa legge (90.2) che abbiamo stabilito precedentemente con un altro procedimento. In generale, essa è verificata da neutroni le cui energie appartengono all'intervallo compreso tra 1/40 eV (neutroni termici) e 1 eV. Fra l'altro, per i nuclei leggeri (He, Li, B), per i quali il primo

livello di risonanza è disposto molto in alto, la dipendenza (90.2) resta valida anche per energie fino a qualche centinaio di eV.

6. Consideriamo ora qualitativamente le reazioni fuori risonanza che, come prima, evolvono passando attraverso lo stadio di nucleo composto. Esse compaiono, ad esempio, quando la particella incidente trasmette al nucleo un'alta energia d'eccitazione, in modo che i suoi livelli energetici diventano sovrapposti. In questi casi non si può parlare di livelli di risonanza separati. Ma l'idea di nucleo composto può essere completata da considerazioni statistiche. Come risultato si ottiene la *teoria statistica delle reazioni nucleari* o *modello ad evaporazione.* La particella penetrata nel nucleo, perde rapidamente la sua energia trasmettendola a tutti i nucleoni. Si crea così uno stato interno d'equilibrio del nucleo analogo all'equilibrio termodinamico di un sistema macroscopico. Per caratterizzare questo stato si può introdurre una grandezza simile alla temperatura termodinamica ordinaria. Per un certo tempo, dato dal tempo di vita del nucleo composto, l'energia di ciascun nucleone è insufficiente a farlo uscire dal nucleo, sebbene il nucleo nel suo complesso sia fortemente eccitato. Infine, col passare del tempo, compare una forte fluttuazione in seguito alla quale uno dei nucleoni (di solito un neutrone) riceve un'energia sufficiente per «evaporare» dal nucleo. In seguito può evaporare un altro nucleone e via di seguito.

Ci si deve aspettare che, nel modello ad evaporazione del nucleo composto, la distribuzione angolare delle particelle formatesi dopo la disintegrazione del nucleo composto debba essere sfericamente simmetrica nel sistema baricentrico e non solo godere di simmetria «avanti-indietro». Ciò è dovuto al fatto che è sfericamente simmetrico il nucleo composto stesso in quanto la sua simmetria sferica si stabilisce quando si ottiene l'equilibrio termodinamico. Tuttavia, come risulta dall'esperienza, la distribuzione angolare di regola contiene una parte anisotropa che non possiede neanche la simmetria «avanti-indietro»: di solito la maggior parte delle particelle si muove in avanti. Ci si deve aspettare anche che nel modello ad evaporazione, la percentuale di particelle, emesse per disintegrazione del nucleo composto in un determinato canale, non debba dipendere dal modo di formazione del nucleo composto poiché nel processo di formazione dell'equilibrio termodinamico il nucleo «dimentica» completamente come sia stato formato. Questo però è solo approssimativamente vero. Infine, la distribuzione in energia delle particelle uscenti non è in pieno accordo con quanto predice il modello ad evaporazione. Ricordiamo anche che nel caso delle reazioni nucleari risonanziali che evolvono passando attraverso il nucleo composto si osservano alcune deviazioni dall'esperienza. Questo testimonia che, oltre alle reazioni passanti attraverso il nucleo composto, esistono anche altri meccanismi importanti delle reazioni nucleari.

§ 91. *Complementi sulle reazioni nucleari*

1. Oltre alle reazioni nucleari che evolvono passando attraverso il nucleo composto esistono *reazioni nucleari* dette *ad interazione diretta.* In queste reazioni l'energia portata nel nucleo si trasmette prevalentemente ad un nucleone o ad un piccolo gruppo di nucleoni, che abbandonano il nucleo. Le reazioni nucleari ad interazione diretta possono essere causate da tutte le particelle incidenti possibili: dai quanti γ agli ioni a più cariche in tutta la gamma accessibile di energie (fino a qualche GeV e più). Le prime di queste reazioni sono state scoperte all'inizio degli anni '50, ossia le *reazioni di denudamento* (*stripping*) (d, p) e (d, n) e le *reazioni di cattura* (*pick-up*) (p, d) e (n, d) con interazione dei deutoni con nuclei leggeri. Nella reazione di denudamento (d, p), ad esempio, il deutone incidente, interagendo con uno o più nucleoni periferici del nucleo, perde il suo neutrone che resta nel nucleo, e il protone continua a muoversi in avanti. Viceversa, nella reazione di cattura (p, d) il protone incidente porta seco uno dei neutroni periferici in modo che dal nucleo esce un deutone. Il protone e il deutone formatisi in queste reazioni si muovono uscendo prevalentemente in avanti (cioè nella direzione del fascio di particelle incidenti).

Sono note reazioni nucleari ad interazione diretta in cui un nucleone o un gruppo di nucleoni passa da uno dei nuclei collidenti all'altro (*reazione di trasferimento*), reazioni ad interazione diretta di diffusione quasi-elastica, per esempio (p, 2p), reazioni di espulsione di un deutone dal nucleo, per esempio (p, pd), ecc. Tutte le reazioni nucleari ad interazione diretta sono caratterizzate da forte anisotropia angolare di uscita delle particelle e da una dipendenza relativamente debole della sezione σ dall'energia della particella incidente. Il nucleo che ha subito una reazione nucleare ad interazione diretta, di regola, si trova nello stato fondamentale o in uno stato debolmente eccitato.

Le caratteristiche singolari delle reazioni nucleari ad interazione diretta si possono chiarire supponendo che la particella uscente dal nucleo acquisti l'energia e l'impulso per interazione diretta con la particella incidente. Si deve anche supporre che questi processi si svolgano alla periferia del nucleo atomico. Ciò è stato già fatto precedentemente parlando delle reazioni di denudamento e di cattura. Alla periferia del nucleo la densità dei nucleoni è notevolmente più bassa che al centro, in modo che un nucleone o un gruppo di nucleoni, dopo aver ricevuto energia ed impulso dalla particella incidente, può abbandonare il nucleo con notevole probabilità. Lo spessore dello strato periferico di un nucleo è dell'ordine di 1 fermi mentre il raggio di un nucleo pesante di 10 fermi. Perciò la probabilità relativa di una reazione nucleare ad interazione diretta per nuclei pesanti deve essere di circa 10% (per i nuclei leggeri essa è più alta), ciò che è confermato sperimentalmente.

2. Per basse energie delle particelle incidenti, la formazione del nucleo composto è il meccanismo fondamentale delle reazioni nucleari (eccezion fatta per le reazioni nucleari con i deutoni). Se l'energia d'eccitazione del nucleo composto è inferiore all'energia di estrazione di un nucleone o di un gruppo di nucleoni, allora l'unico modo di diseccitazione è l'emissione di quanti γ (cattura radiativa). Se i nucleoni e le particelle che si formano possono uscire dal nucleo, ciò può avvenire prima che si sia formato il nucleo composto d'equilibrio (la cosiddetta *disintegrazione prima dell'equilibrio*). Per energie alte delle particelle incidenti prevalgono processi diretti.

Se l'energia della particella incidente supera 100 MeV, le concezioni di Bohr sulla formazione del nucleo composto cessano di essere verificate. Entrando nel nucleo e urtando con suoi nucleoni, la particella di alta energia non fa in tempo a perdere tutta la sua energia poiché a tale scopo il numero di urti con i nucleoni può essere insufficiente. La particella esce dal nucleo avendo perso solo parte della sua energia. Una reazione nucleare, alle alte energie, di solito (non sempre) passa attraverso due stadi. Dapprima la particella espelle dal nucleo alcuni nucleoni veloci le cui energia e distribuzione angolare dipendono dall'energia della particella incidente e dai parametri d'urto. Parte dei nucleoni secondari per un certo tempo è animata da un moto disordinato all'interno del nucleo e come risultato si crea un nucleo composto fortemente differente dal nucleo bersaglio. Nel secondo stadio si ha la disintegrazione del nucleo composto accompagnata dall'emissione di nucleoni, di gruppi di nucleoni o di particelle elementari: pioni, kaoni, iperoni, ecc. Per energie molto alte delle particelle incidenti (molte centinaia di MeV e più) può avvenire l'esplosione dei nuclei, per cui questi ultimi si frantumano in piccoli pezzi. Questa esplosione lascia nelle fotoemulsioni o nelle camere a bolle delle tracce simili a una «stella» a più punte. I processi corrispondenti si chiamano *processi con formazione di stelle.*

Il tempo di evoluzione delle reazioni nucleari ad interazione diretta è il tempo necessario alla particella per attraversare la zona spaziale occupata dal nucleo (dell'ordine di 10^{-22} s) mentre la durata di vita media del nucleo composto è molto più grande (dell'ordine di 10^{-14}-10^{-16} s).

3. La sezione d'urto di una reazione nucleare ad interazione diretta $\sigma(\mathscr{E})$ dipende monotonamente dall'energia $\mathscr{E}$, mentre nel caso di formazione di un nucleo composto, come abbiamo visto, si osservano massimi di risonanza. I massimi di risonanza del nucleo composto si sovrappongono e lo spettro energetico diviene continuo quando l'energia della particella incidente è sufficientemente alta (1 MeV e più). In questi casi la dipendenza della sezione d'urto della reazione dall'energia viene espressa in modo soddisfacente dal cosiddetto *modello ottico del nucleo.* In questo modello il nucleo viene pensato come un mezzo continuo che rifrange ed assorbe le onde di De Broglie associate alle particelle incidenti. Quindi, il problema

a N corpi viene formalmente ricondotto al problema del moto di una particella in un campo di forze dato.

Le proprietà del nucleo nel modello ottico vengono caratterizzate, in analogia con l'ottica, da un *indice di rifrazione*. Per tener conto dell'assorbimento delle onde di De Broglie questo indice è supposto complesso e viene espresso dalla hamiltoniana d'interazione, anch'essa complessa, della particella incidente con il nucleo. Per avere un accordo con dati sperimentali, accanto all'assorbimento volumetrico del nucleo, si introduce anche un *assorbimento superficiale*. Un caso limite del modello ottico è il *modello del nucleo nero*, caratterizzato dal fatto che ogni particella incidente viene assorbita. Tuttavia, per avere accordo con l'esperienza nel caso di grandi energie delle particelle incidenti, il nucleo nero deve essere supposto in parte trasparente.

Il difetto del modello ottico sta nel fatto che tutti i parametri del nucleo — indice di rifrazione complesso, hamiltoniana complessa, assorbimento superficiale, trasparenza del nucleo nero — debbono essere scelti empiricamente e vengono introdotti in modo artificiale, ad hoc, per descrivere alcune proprietà dei nuclei e non ottenuti mediante una teoria fisica conseguente del nucleo. Ma questo difetto è proprio di qualsiasi modello introdotto artificialmente e non soltanto di quello ottico.

4. Soffermiamoci su alcuni tratti singolari di reazioni nucleari indotte da particelle incidenti di varia natura: neutroni, protoni, deutoni, particelle α, ioni a più cariche (pesanti), quanti γ.

Le reazioni indotte da neutroni, protoni e particelle α sotto molti aspetti sono simili, a causa dell'identità del meccanismo di evoluzione: nella maggioranza dei casi queste reazioni avvengono con formazione e successiva disintegrazione del nucleo composto. La differenza fra di esse è legata soprattutto alla differenza di carica delle particelle del fascio e si manifesta nel diverso grado di penetrabilità della barriera coulombiana quando la particella incidente si trova all'esterno del nucleo. Ma questa differenza diviene inessenziale per la successiva disintegrazione del nucleo composto formato, disintegrazione regolata dalle forze nucleari che determinano il meccanismo della reazione.

Le sezioni d'urto delle reazioni di cattura di particelle α di bassa energia (circa 1 keV) e di media energia (1 keV-1 MeV) sono infinitesime anche per l'interazione con i nuclei leggeri, ma aumentano rapidamente all'aumentare dell'energia. Quando si usano particelle α si svolgono prevalentemente reazioni del tipo (α, p) e (α, n). Le particelle α emesse per decadimento radioattivo possono provocare reazioni sui soli nuclei leggeri ($A \leqslant 50$) per i quali l'altezza della barriera di potenziale coulombiana è dell'ordine di 10 MeV; la probabilità della reazione (α, n) è maggiore di quella della reazione (α, p) poiché l'emissione di protoni è ostacolata dalla barriera di potenziale coulombiana, mentre per i neutroni questa barriera non esiste. Nel caso

dei nuclei pesanti ($A \geqslant 100$) l'altezza della barriera coulombiana per le particelle α è di circa 25 MeV. Quando l'energia della particella α supera questo valore, le reazioni del tipo (α, p) e (α, n) si svolgono praticamente con uguale probabilità. Per reazioni del tipo (α, p), di regola, si formano nuclei stabili e per reazioni del tipo (α, n) nuclei radioattivi. Come esempio della reazione del tipo (α, n) citiamo la reazione

$$^9_4\mathrm{Be} + {}^4_2\mathrm{He} \to {}^{12}_6\mathrm{C} + {}^1_0\mathrm{n} + 5{,}6 \text{ MeV}$$

che tuttora si usa quale sorgente elementare di neutroni (cfr. § 85).

Le reazioni accompagnate da emissione di particelle cariche dipendono in misura notevole dalla trasparenza della barriera coulombiana. Questa è la ragione per cui l'assorbimento di neutroni lenti provoca sia emissione di quanti γ (cattura radiativa) sia di neutroni di uguale energia (diffusione elastica). Fanno eccezione i soli nuclei più leggeri. Ma anche nei nuclei più leggeri, per bassa energia delle particelle incidenti, molto raramente si osservano reazioni con emissione di particelle cariche. Nei nuclei più pesanti (in ^{235}U, per esempio) è possibile anche il processo di fissione. Quindi, nella zona di bassa energia il contributo fondamentale alla larghezza totale Γ del livello è dato dalle larghezze radiativa Γ_γ e neutronica Γ_n. Le altre larghezze sono trascurabilmente piccole.

5. In accordo con la formula (89.4) le sezioni d'urto di cattura radiativa $\sigma_{n\gamma}$ e di diffusione elastica σ_{nn} si possono rappresentare nella forma

$$\sigma_{n\gamma} = \sigma_n\Gamma_\gamma/(\Gamma_\gamma + \Gamma_n), \tag{91.1}$$

$$\sigma_{nn} = \sigma_n\Gamma_n/(\Gamma_\gamma + \Gamma_n), \tag{91.2}$$

dove σ_n è la sezione d'urto di formazione del nucleo composto per cattura d'un neutrone. Quindi

$$\sigma_{n\gamma}/\sigma_{nn} = \Gamma_\gamma/\Gamma_n. \tag{91.3}$$

Per i nuclei pesanti ($A > 100$) si ha $\Gamma_\gamma > \Gamma_n$. Di conseguenza, l'assorbimento di neutroni lenti da parte di nuclei pesanti conduce soprattutto all'emissione di quanti γ. Tuttavia all'aumentare dell'energia della particella incidente aumenta anche l'energia d'eccitazione del nucleo composto. Ciò implica un aumento della larghezza neutronica Γ_n. Per una energia del neutrone incidente compresa tra 1 e 10 keV, la larghezza Γ_n comincia a superare Γ_γ. Al passare ad energie maggiori della particella incidente la diffusione elastica dei neutroni comincia a prevalere sulla cattura radiativa anche per i nuclei pesanti. Per nuclei relativamente leggeri ($A \approx 50$) e per energie dei neutroni incidenti dell'ordine di 100 eV la larghezza neutronica Γ_n raggiunge una grandezza dell'ordine di qualche eV, cioè diviene superiore a Γ_γ.

L'assorbimento di neutroni da parte di nuclei $^{10}_5$B per una larga gamma di energie (fino a 10 keV) segue la legge $1/v$. La sezione d'urto della reazione $^{10}_5\mathrm{B}(\mathrm{n}, \alpha)\,{}^7_3\mathrm{Li}$ supera di circa 10^5 volte la sezione d'urto di cattura radiativa. Una così grande probabilità di emissione della particella α carica è dovuta

al fatto che la cattura del neutrone da parte del nucleo è accompagnata da liberazione di una energia che, in gran parte (1,77 MeV), è portata via dalla particella α. Perciò la barriera coulombiana non costituisce un serio ostacolo per l'emissione della particella α dal nucleo. Si deve notare che la reazione considerata comporta una fissione particolare del nucleo composto $^{11}_{5}B$ in due frammenti ($^{4}_{2}He$ e $^{7}_{3}Li$).

6. Per neutroni incidenti con energie più elevate comincia a manifestarsi la diffusione anelastica (n, n′) poiché il nucleo finale non si trova nello stato fondamentale ma in uno stato eccitato. Si trova in questo caso che Γ_n supera notevolmente tutte le altre larghezze Γ_p, Γ_γ, Γ_α, ecc. tanto che si può porre $\Gamma \approx \Gamma_n$. Di conseguenza un nucleo fortemente eccitato possiede una grande probabilità di passare allo stato fondamentale per emissione di neutroni, mentre le probabilità delle reazioni (n, p), (n, α), ... sono trascurabilmente piccole. Se queste ultime reazioni passassero attraverso il nucleo composto ci si dovrebbe aspettare che le loro sezioni siano date dalle espressioni

$$\sigma_{np} \approx \pi R^2 \Gamma_p/\Gamma, \qquad \sigma_{n\alpha} \approx \pi R^2 \Gamma_\alpha/\Gamma.$$

Poiché $\Gamma_p \ll \Gamma$, $\Gamma_\alpha \ll \Gamma$, ecc. le sezioni d'urto di queste reazioni dovrebbero essere notevolmente inferiori alla sezione geometrica πR^2, conclusione non confermata dall'esperienza. Dalle misure eseguite su di un gran numero di nuclei bombardati da neutroni con energia di 14 MeV, nel canale della diffusione anelastica, risulta che le sezioni d'urto reali superano notevolmente quelle che si devono prevedere in base al modello del nucleo composto. Questo significa che le reazioni considerate, almeno in parte notevole, non si svolgono attraverso il nucleo composto, ma sono reazioni ad interazione diretta. Ciò può servire come conferma di quanto detto all'inizio del presente paragrafo.

7. Il bombardamento con protoni provoca reazioni del tipo (p, α), (p, n), (p, p), (p, γ) e con probabilità minore (p, d). Le reazioni (p, α) di solito sono esotermiche ed avvengono prevalentemente su nuclei leggeri in quanto l'emissione di particelle α da nuclei pesanti è fortemente ostacolata dalla barriera coulombiana. Viceversa, le reazioni del tipo (p, n) sono sempre endotermiche ed hanno soglie di 1-3 MeV. In seguito a queste reazioni la carica del nucleo aumenta di una unità e perciò esso diviene β^+-attivo o K^+-attivo. Come esempio citiamo le reazioni

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}p \rightarrow ^{7}_{4}Be + ^{1}_{0}n, \qquad ^{7}_{4}Be \rightarrow ^{7}_{3}Li + e^+ + \nu.$$

Quando l'energia dei protoni incidenti è superiore all'altezza della barriera coulombiana, le reazioni (p, p) hanno pressappoco la stessa probabilità delle reazioni (p, n). Le reazioni del tipo (p, γ) sono caratterizzate da un rendimento minore in quanto Γ_γ è minore di Γ_i per tutte le altre particelle ($i = \alpha$, n, p); queste reazioni hanno importanza nei soli casi in cui l'emissione della particella i dal nucleo sia ostacolata per qualche ragione. Le reazioni del tipo (p, d) sono in generale endotermiche, e si incontrano più

raramente poiché il deutone è un nucleo debolmente legato. L'energia di legame del deutone è di 2,23 MeV e i nucleoni in esso sono molto distanti (dell'ordine di $4 \cdot 10^{-13}$ cm).

In tal modo, il deutone può essere definito un nucleo relativamente poco denso, «soffice», e questa sofficità si manifesta nelle reazioni indotte dai deutoni quando l'energia della particella incidente è di qualche MeV. A causa delle dimensioni relativamente grandi del deutone, il neutrone che gli appartiene può penetrare nel nucleo bersaglio mentre il protone continua a rimanere al difuori del campo d'azione delle forze nucleari ma soggetto alla sola azione delle forze di repulsione coulombiane, ragione per cui è incapace di penetrare nel nucleo. È questa repulsione coulombiana a provocare la disintegrazione del deutone e a condurre alla reazione di denudamento (d, p) indotta dai deutoni. Il fatto del denudamento spiega perché la reazione (d, p) prevale fra tutte le reazioni indotte dai deutoni. È chiaro quindi perché nel caso di piccole energie la reazione (d, p) è più probabile della reazione (d, n). È altrettanto chiaro perché il rendimento della reazione indotta dai deutoni è notevolmente più grande di quello delle reazioni indotte da altre particelle. I prodotti della reazione, nel sistema baricentrico, si muovono prevalentemente in avanti, dal che risulta che tutte le reazioni di denudamento avvengono senza formazione del nucleo composto.

Un tratto caratteristico importante della reazione di denudamento è che, in seguito a questa reazione, si ottengono isotopi dei nuclei bersaglio con piccola energia d'eccitazione, la quale in alcuni casi è inferiore all'energia di legame di un neutrone. Con ciò si schiude la possibilità pratica di ottenere nuclei in stati debolmente eccitati mediante le reazioni di denudamento indotte da deutoni. Il processo di denudamento resta predominante anche nelle reazioni nucleari indotte da deutoni di alta energia. Ma in questi casi infatti la repulsione coulombiana dei protoni non è essenziale ed entrambe le reazioni di denudamento (d, p) e (d, n) sono praticamente equiprobabili.

8. Ora ci soffermiamo in breve sulle reazioni nucleari che si svolgono per azione dei quanti γ. Esse portano il nome di reazioni *fotonucleari*, anche se sono provocate da *interazioni elettromagnetiche* e non nucleari.

I fotoni o quanti γ di bassa energia nell'interagire con i nuclei possono essere soggetti alla sola diffusione elastica. All'aumentare dell'energia di quanti γ sono possibili reazioni dei tipi (γ, n), (γ, p), (γ, 2n), (γ, pn), (γ, α), ecc. Queste reazioni sono analoghe all'assorbimento di quanti γ da parte di atomi e perciò tutte queste vanno sotto il nome di *effetto fotonucleare*. Nei nuclei fissili (cfr. § 93) le reazioni di fotofissione del nucleo (γ, *f*) avvengono con notevole probabilità. Per energie superiori alla soglia di produzione dei mesoni, accanto alla fissione del nucleo si svolgono processi di *fotoproduzione* (dei pioni, per esempio).

Affinché una delle reazioni fotonucleari possa svolgersi è necessario che l'energia del quanto γ superi l'energia di estrazione della particella o del gruppo di particelle desiderate. Per estrarre un neutrone, ad esempio, deve

essere $\hbar\omega > \mathscr{E}_n$ e analogamente per il protone e la particella α. L'energia dei quanti γ emessi da sostanze radioattive naturali è insufficiente a tale scopo, tranne in due soli casi nei quali la grandezza $\mathscr{E}_n$ è particolarmente piccola. Questi casi si realizzano nelle reazioni

$$\gamma + {}^2_1\text{H} \to {}^1_0\text{n} + {}^1_1\text{p}, \qquad \gamma + {}^9_4\text{Be} \to {}^8_4\text{Be} + {}^1_0\text{n}.$$

In altri casi si usano quanti γ prodotti mediante acceleratori nella reazione (p, γ) o per radiazione di frenamento di elettroni. È necessario notare che, sotto l'aspetto sperimentale, lo studio delle reazioni fotonucleari (γ, n) e (γ, p) presenta difficoltà notevolmente maggiori rispetto alle reazoni causate da neutroni e, in particolare, da protoni e particelle α poiché i quanti γ che si ottengono negli acceleratori sono assai poco monocromatici.

La maggior particolarità delle reazioni fotonucleari consiste nell'esistenza di *risonanze giganti* nelle sezioni di assorbimento di quanti γ. Queste risonanze si manifestano in forma di picchi grandi e largi nella dipendenza delle sezioni d'urto $\sigma_{\gamma n}$ e $\sigma_{\gamma p}$ dall'energia $\mathscr{E}_\gamma$. Per nuclei leggeri (^{12}C, ^{16}O) questo massimo si trova nella zona di 20-25 MeV, per i nuclei medi e pesanti nella zona di 13-18 MeV. La larghezza del massimo è di circa 3-4 MeV. Il contributo principale nella sezione d'urto totale di assorbimento di quanti γ nella zona della risonanza gigante è portato dalle reazioni (γ, p) e (γ, *n*). La sezione d'urto d'assorbimento di quanti γ da nuclei, anche nella zona della risonanza gigante, è di $0{,}05 \cdot 10^{-24}$-$0{,}1 \cdot 10^{-24}$ cm^2, cioè di 1-2 ordini inferiore alla sezione d'urto d'assorbimento degli stessi quanti γ da parte di elettroni atomici. Quindi, le reazioni fotonucleari influiscono debolmente sull'assorbimento di radiazione γ dalla materia.

La distribuzione in energia e la distribuzione angolare delle particelle emesse per effetto fotonucleare è in disaccordo con la concezione di Bohr del nucleo composto. Infatti l'emissione di fotoprotoni e fotoneutroni dal nucleo è di solito superiore a quanto atteso secondo la concezione di Bohr; la distribuzione angolare dei neutroni e protoni veloci emessi da un nucleo è anisotropa e si trasforma in isotropa per particelle lente. Questi fatti stanno a confermare l'ipotesi che l'assorbimento di quanti γ è dovuto a uno o più nucleoni sulla superficie del nucleo.

9. Accanto all'effetto fotonucleare notiamo che vi sono anche *processi elettronucleari* che si verificano quando si bombarda un nucleo con particelle cariche, ad esempio, con protoni o particelle α. In questo caso avvengono processi fra loro concorrenti, determinati dall'azione sia delle forze nucleari che elettriche. Le forze nucleari, nel loro raggio d'azione sono da 100 a 1000 volte più intense di quelle elettriche. Ma esse decrescono rapidamente con la distanza e praticamente cessano di agire all'esterno del nucleo. Viceversa, le forze elettriche decrescono più lentamente con la distanza e perciò sono responsabili del comportamento della particella carica incidente all'esterno del nucleo. Questo spiega perché una particella α di alta energia penetra liberamente nel nucleo e viene sottoposta ad una intensa

interazione nucleare. Ad alte energie l'azione delle forze elettriche è trascurabile. A basse energie, invece, la particella α non riesce ad avvicinarsi molto al nucleo, ma interagisce con esso mediante il solo campo elettrico. L'energia E_{lim} della particella α che segna il limite tra questi due comportamenti è circa uguale all'energia coulombiana corrispondente al contatto del nucleo con la particella α, cioè

$$\mathscr{E}_{\text{lim}} = \frac{2Ze^2}{R + r},$$

dove $2e$ è la carica della particella α, r il suo raggio, Ze la carica del nucleo e R il suo raggio. Per nuclei medi $\mathscr{E}_{\text{lim}} \sim 10$ MeV.

L'interazione coulombiana delle particelle cariche pesanti con i nuclei provoca non soltanto la diffusione elastica delle particelle, ma può anche produrre una diffusione anelastica accompagnata da *eccitazione coulombiana del nucleo.* Benché questo processo conduca all'eccitazione dei soli livelli inferiori del nucleo, tuttavia esso presenta notevole interesse poiché consente di misurare i momenti di quadrupolo intrinseci dei nuclei Q_0 (cfr. § 70).

L'interazione fra elettroni e nuclei, a tutte le energie, avviene esclusivamente attraverso il campo elettromagnetico (trascurando l'interazione debole) poiché gli elettroni non partecipano alle interazioni forti. Un importanza particolare ha lo studio della diffusione elastica degli elettroni di alta energia su nuclei e su nucleoni singoli. Questo processo può essere calcolato con precisione e permette di misurare la distribuzione della carica elettrica nei nuclei e nei nucleoni.

XIV. NEUTRONI E FISSIONE DEI NUCLEI ATOMICI

§ 92. *Storia della scoperta del neutrone*

1. Il neutrone, nella fisica nucleare e nelle sue applicazioni gioca il ruolo paragonabile a quello dell'elettrone nell'elettronica. Benché nello studio della fisica del nucleo abbiamo sempre avuto a fare con i neutroni, finora non è stato detto niente della storia della scoperta di queste particelle. Ma questa questione presenta un indubbio interesse. Ora riempiamo in breve questa lacuna.

La prima reazione nucleare artificiale

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H \qquad (92.1)$$

è stata osservata da Rutherford nel 1919. I protoni in questa reazione venivano registrati attraverso le scintillazioni causate su uno schermo di solfuro di zinco. Dopo la scoperta della reazione (92.1) da parte di Rutherford, Chadwick e altri iniziarono uno studio intenso di altre reazioni nucleari analoghe. Tuttavia prima del 1931 non esistevano acceleratori adatti a tali scopi. Si cercò di realizzare trasformazioni artificiali dei nuclei atomici bombardandoli con particelle α in particolare con quelle più energiche emesse da $^{214}_{84}Po$ (da RaC′ secondo la terminologia di radiochimica). Venne trovato che molti elementi, prevalentemente quelli leggeri, nei quali la barriera coulombiana è relativamente bassa, bombardati con particelle α emettevano protoni. Tuttavia fra gli elementi più leggeri ve ne sono alcuni, come Be e Li per esempio, che sottoposti allo stesso trattamento non emettono protoni.

2. Quindi ci si poneva il problema di controllare se, per irradiazione con particelle α di varie sostanze, non venisse prodotta una emissione sconosciuta, la quale non produce scintillazioni sullo schermo di solfuro di zinco. Per rispondere a questa domanda W. Bothe (1891-1957) e H. Becker alla fine del 1930 sostituirono lo schermo di solfuro di zinco con un contatore Geiger usando $^{218}_{84}Po$ quale sorgente di particelle α, benché l'energia delle particelle α da esso emesse non fosse molto alta (5,25 MeV). Quella scelta era dovuta al fatto che $^{218}_{84}Po$ emette solo particelle α e non produce radiazioni β e γ, che rendono più difficile l'esperienza. Fra la sorgente di particelle α e il contatore Geiger veniva collocata una sottile targhetta del materiale da esamina-

re, di berillio ad esempio, che veniva sottoposta a bombardamento. Dietro la targhetta si potevano collocare lamine di piombo di diverso spessore per rendersi conto dell'assorbimento dei raggi incogniti, qualora fossero rivelati.

L'esperienza mostrò infatti che alcune sostanze (berillio, boro, litio) per irradiazione emettono raggi che provocano deboli scariche nel contatore Geiger. Particolarmente forte era la radiazione emanata dal berillio. I *raggi di berillio*, come chiameremo per il momento la radiazione incognita, hanno notevole forza di penetrazione. Nell'attraversare uno strato di piombo di 2 cm di spessore l'intensità della radiazione di berillio diminuisce in tutto del 13%. Sulla base di questo risultato si può concludere che i raggi di berillio devono essere composti di particelle elettricamente neutre, in quanto le particelle cariche ionizzano il mezzo e perciò vengono assorbite più fortemente. Le sole particelle neutre, note nel 1930, erano i fotoni. Perciò Bothe e Becker supposero naturalmente che i raggi di berillio fossero composti di quanti γ molto duri. Tuttavia questa ipotesi non è stata confermata da ricerche ulteriori più dettagliate.

Se i raggi di berillio fossero costituiti da radiazione γ si potrebbe stimare la loro energia in base al loro assorbimento nel piombo. In tal modo è stato trovato che l'energia massima di un quanto γ deve essere all'incirca di 7 MeV. Tuttavia ciò è in disaccordo con i risultati ottenuti da esperienze diverse. Inoltre, l'assorbimento di raggi γ è tanto più forte quanto più grande è la densità dell'assorbitore, mentre per i raggi di berillio è stata trovata una dipendenza opposta.

3. Irene Curie e Frederic Joliot, nel 1932, rifecero l'esperienza di Bothe e Becker sostituendo il contatore Geiger con una camera a ionizzazione. Collocando fra la sorgente di raggi di berillio e la camera a ionizzazione fogli di paraffina, essi scoprirono che la paraffina emanava protoni il cui cammino massimo nell'aria era di 26 cm. A questo cammino corrisponde una energia del protone $\mathscr{E} \approx 4{,}5$ MeV. La comparsa dei protoni di rinculo in quell'esperienza è stata dimostrata direttamente osservando le tracce nella camera Wilson. Tutte le sostanze contenenti idrogeno si comportano nello stesso modo della paraffina.

Conoscendo l'energia massima dei protoni, sulla base dell'ipotesi di Bothe e Becker sulla natura della radiazione di berillio, Joliot e Curie calcolarono l'energia massima necessaria dei quanti γ. Il calcolo è stato condotto nel seguente modo.

Se i protoni compaiono per azione dei quanti γ, è evidente che questo processo è un effetto Compton sui protoni dell'idrogeno, in cui essi si possono supporre liberi. Perciò per determinare il cambiamento della lunghezza d'onda λ per diffusione di un quanto γ ad un angolo ϑ, si può ricorrere alla nota formula

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\vartheta),$$

dove m è la massa del protone e non quella dell'elettrone (cfr. § 3). La massima variazione della lunghezza d'onda si ottiene per diffusione all'indietro, cioè per $\vartheta = \pi$. In questo caso $\lambda' - \lambda = 2h/mc$. Di qui troviamo la frequenza ν' e in seguito l'energia del protone espulso:

$$\mathscr{E} = h\nu - h\nu' = \frac{h\nu}{1 + mc^2/2h\nu}. \tag{92.2}$$

Sostituendovi $\mathscr{E} = 4{,}5$ MeV, $mc^2 = 938$ MeV otteniamo $h\nu = 48$ MeV. Tale deve essere l'energia dei quanti γ perché per diffusione si ottengano protoni con l'energia richiesta. I quanti γ stessi devono comparire nel berillio per azione delle particelle α emanate dal polonio. Poiché l'energia di quest'ultime è di 5,25 MeV, è difficile ammettere che possano eccitare quanti γ di energie così alte. Inoltre, il valore 48 MeV così ottenuto non è in accordo con l'energia di 7 MeV degli stessi quanti γ, trovata in base al loro assorbimento.

4. Uno studio più particolareggiato sulla natura della radiazione di berillio è stato condotto nel 1932 da Chadwick. Lo schema della sua installazione non differisce in linea di principio da quella usata da Curie e Joliot. Esso è rappresentato in fig. 158. Uno strato di Po applicato alla lastra D emette particelle α le quali interagiscono con nuclei di Be, svolgendosi la reazione nucleare (α, n). I neutroni nel cammino verso la camera a ionizzazione passavano attraverso uno strato di paraffina. Osserviamo che la camera a ionizzazione I veniva coperta da fogli d'alluminio di diverso spessore per determinare il percorso e, quindi, l'energia dei protoni uscenti dalla paraffina. Chadwick ottenne per l'energia massima dei protoni di paraffina il valore $\mathscr{E} = 5{,}7$ MeV. Se i raggi di berillio fossero composti di quanti γ, per questo valore di $\mathscr{E}$ l'energia massima di un quanto γ dovrebbe essere $h\nu = 55$ MeV. Ma Chadwick indagò la diffusione dei raggi di berillio non soltanto mediante la paraffina, ma anche con altre sostanze e calcolò sulla base della formula (92.2) le energie massime corrispondenti dei quanti γ. Dalle misure del percorso dei nuclei di rinculo nell'azoto ottenne $h\nu = 90$ MeV e nell'argon $h\nu = 150$ MeV.

Quindi, l'ipotesi che identificava i raggi di berillio con i quanti γ portava a risultati contradditori. Per una medesima grandezza diversi metodi davano valori di 7, 55, 90 e 150 MeV. Da ciò risulta invalidata l'ipotesi suindicata.

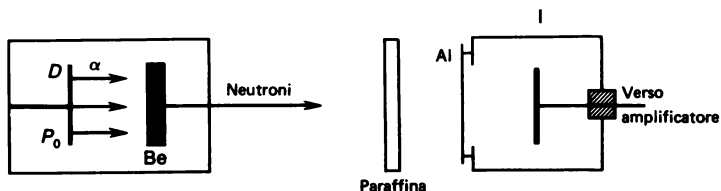



Fig. 158.

Tuttavia, come indicò Chadwick, tutte le contraddizioni si eliminano supponendo che i raggi di berillio siano formati da *particelle neutre,* che vennero chiamate *neutroni,* e non da quanti γ.

L'ipotesi dell'eventuale esistenza di neutroni era stata avanzata da Rutherford già nel 1920. Egli ammetteva l'esistenza di una particella composta, formata da un protone ed un elettrone. Ma in questa particella protone ed elettrone sono mutuamente legati molto più saldamente che nell'atomo d'idrogeno nello stato fondamentale. L'esistenza di una simile particella neutra è stata confermata, ma l'ipotesi sulla sua composizione dovette essere abbandonata (cfr. § 63).

Tuttavia l'ipotesi di Rutherford sulla struttura del neutrone permette di capire immediatamente perché per estrarre dei protoni dalla paraffina occorrono neutroni di energia notevolmente più piccola di quella dei quanti γ. Il fatto è che, secondo l'ipotesi di Rutherford, la massa del neutrone deve essere uguale, a meno di una quantità molto piccola, alla massa del protone. Supponiamo che la massa m del protone e del neutrone sia la stessa. Per urto frontale di un quanto γ di energia $h\nu$ con il protone quest'ultimo riceve l'impulso $mv = h\nu/c$. Di qui

$$\frac{mv^2/2}{h\nu} = \frac{v}{2c}.$$

Ma se il protone e il neutrone hanno massa uguale, la grandezza $mv^2/2$ è uguale anche all'energia del neutrone. Dall'ultima formula si vede che questa energia deve essere notevolmente inferiore all'energia del corrispondente quanto γ. È da notare che in questa considerazione partiamo dall'ipotesi di uguaglianza delle masse del protone e del neutrone, trascurando la composizione di quest'ultimo.

5. Chadwick è stato il primo a misurare, anche se con poca precisione, la massa neutronica m_n. Egli partiva dalle considerazioni seguenti. Quando un neutrone urta frontalmente un nucleo a riposo di massa m, sulla base delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso si può scrivere, nell'approssimazione non relativistica

$$m_n v_{n1}^2 = m_n v_{n2}^2 + mv^2, \qquad m_n v_{n1} = m_n v_{n2} + mv,$$

dove v_{n1} e v_{n2} sono le velocità del neutrone prima e dopo l'urto e v la velocità del nucleo di rinculo. Di qui

$$v = \frac{2m_n}{m + m_n} v_{n1}.$$

Sono state misurate le velocità massime dei nuclei di rinculo nell'idrogeno v_N e nell'azoto v_n. Il massimo di velocità dei nuclei di rinculo testimonia che in ambedue i casi le velocità dei neutroni sono uguali, e precisamente massime. Perciò, ponendo nell'equazione precedente prima $m = m_H$ e in seguito

$m = m_N$, e dividendo membro a membro otteniamo

$$\frac{v_H}{v_N} = \frac{m_N + m_n}{m_H + m_n} = \frac{m_N/m_H + m_n/m_H}{1 + m_n/m_H}. \tag{92.3}$$

Dalle sue misure Chadwick trovò che le velocità di rinculo massime più probabili dei nuclei dell'idrogeno (dei protoni) e dell'azoto sono $v_H = 3{,}31 \cdot 10^9$ cm/s e $v_N = 4{,}7 \cdot 10^8$ cm/s. Usando questi valori e ponendo $m_N/m_H = 14$, dalla relazione precedente ricaviamo $m_n/m_H = 1{,}15$. Tenendo conto degli errori, piuttosto grandi, del metodo, Chadwick concluse che $m_n = m_H$, cioè che la massa del neutrone è uguale a quella del protone m_p. Il valore preciso della massa del neutrone $m_n = (939{,}5731 \pm 0{,}0027)$ MeV è stato ottenuto dal bilancio delle masse di numerose reazioni nucleari alle quali partecipano neutroni. La massa del neutrone differisce dalla massa del protone $m_p = (938{,}2796 \pm 0{,}0027)$ MeV di $m_n - m_p = (1{,}29343 \pm \pm 0{,}00004)$ MeV.

§ 93. *Fissione dei nuclei atomici*

1. La scoperta della fissione dei nuclei atomici è una delle scoperte importantissime e fondamentali, che ha avuto enormi applicazioni nella scienza e nella tecnica. Il prologo di questa scoperta risale al 1934, quando Fermi con suoi collaboratori iniziò a bombardare con neutroni nuclei atomici allo scopo di ottenere nuovi elementi chimici. I neutroni non hanno carica elettrica e per essi non esiste alcuna barriera di potenziale coulombiana. Perciò essi penetrano più facilmente all'interno del nucleo provocando le trasformazioni nucleari più disparate. Per irradiazione dell'elemento chimico più pesante che si trova allo stato naturale, ossia dell'uranio, Fermi sperava di ottenere elementi chimici più pesanti ancora, detti *transuranici*. Questi elementi devono essere radioattivi poiché, in caso contrario, essi dovrebbero esistere sulla Terra allo stato naturale.

L'uranio ha tre soli isotopi stabili: ^{238}U, ^{235}U e ^{234}U. Il più diffuso di essi è il ^{238}U. La diffusione relativa degli altri due isotopi è molto piccola: quella del ^{235}U è in tutto la 1/140 parte e quella del ^{234}U la 1/17000 parte del ^{238}U. Supponiamo che uno di questi isotopi, il ^{238}U ad esempio, sia sottoposto a radiazione di neutroni. Per questo bombardamento compare un nuovo isotopo radioattivo il $^{239}_{92}U$. Questo isotopo è sovraccarico di neutroni e perciò deve essere soggetto a decadimento β^- per cui compare un elemento transuranico con $Z = 93$. Per un decadimento β^- successivo deve comparire un elemento transuranico con $Z = 94$ e via di seguito.

Fermi e collaboratori constatarono infatti che, bombardando l'uranio con neutroni, compaiono nuclei radioattivi nuovi. La dimostrazione di questo fatto era data dalla comparsa di periodi di dimezzamento nuovi. Un'attenzione particolare fu prestata ai periodi di 13 e di 90 minuti, poiché fra tutti

i nuclei con numeri di carica fra $Z = 86$ e $Z = 92$ non era noto nessun nucleo che godesse di tali periodi di dimezzamento. Perciò era naturale per Fermi supporre che la nuova radiazione β provenisse dall'elemento con $Z = 93$ o da un elemento con numero di carica più elevato. Sembrò che questa ipotesi venisse confermata da studi sulle proprietà chimiche degli elementi ipotetici mediante i metodi della radiochimica, ma ciò è stato riconosciuto non del tutto convincente.

2. Le ricerche sistematiche, condotte per molti anni da O. Hahn (1879-1968), L. Meitner (1878-1968) e Strassmann (1902-1980), mostrarono che la curva di indebolimento dell'intensità di radiazioni le più disparate era diversa a seconda del tempo di inizio dell'osservazione. Da ciò se ne poteva ricavare che, probabilmente, alcune sostanze radioattive comparissero non immediatamente ma dopo un certo lasso di tempo rispetto all'inizio di bombardamento con neutroni. Si concluse che esiste una successione di trasformazioni radioattive simile alle serie radioattive delle sostanze radioattive naturali. I periodi di dimezzamento, di 13 e di 90 minuti trovati da Fermi, sono stati rimisurati e, secondo le misure di Meitner, sono uguali a 16 e 59 minuti, rispettivamente. Inoltre, sono stati trovati numerosi periodi di dimezzamento, in particolare di grande durata, che non vennero osservati da Fermi. Il numero totale dei nuovi periodi scoperti è stato di nove, il numero atomico più elevato degli elementi radioattivi ipotetici raggiungendo 97. Si deve notare che il periodo di dimezzamento di 23 minuti compare soltanto quando si usano neutroni lenti, unica ragione per cui si è riusciti a separarlo dal periodo vicino di 16 minuti.

I. Curie e P. Savič (n. 1909), oltre ai periodi scoperti da Hahn, Meitner e Strassmann, trovarono un altro periodo di dimezzamento di 3,5 ore. Si trova che per le sue proprietà chimiche l'elemento corrispondente a questo periodo è analogo al lantanio, un elemento delle terre rare. Questo fatto conduce con sicurezza all'ipotesi della *fissione del nucleo*. Tuttavia Curie e Savič non capirono questa possibilità e attribuirono l'emissione radioattiva osservata ad un elemento transuranico.

Hahn e Strassmann continuarono sistematicamente l'esperienza di studio delle sostanze radioattive derivanti dall'uranio e dal torio irradiati da neutroni. (L. Meitner, ebrea e cittadina austriaca, dopo l'occupazione dell'Austria da parte della Germania nazista, dovette emigrare nel 1938 in Svezia, interrompendo la sua partecipazione alle ricerche ma continuando a mantenere stretti contatti di lavoro con il laboratorio di Hahn a Berlino.) Hahn e Strassmann erano due specialisti di rilievo nel campo della radiochimica. Il risultato principale della loro ricerca consiste nella scoperta che bombardando con neutroni l'uranio e il torio, compaiono isotopi di elementi chimici che si trovano circa a metá del sistema periodico. Tali sono, in particolare, il bario ed anche il lantanio, che venne osservato nell'esperienza di Curie e Savič.

3. La natura di questi strani fenomeni venne precisata a metà gennaio del 1939 da L. Meitner e dal suo nipote O. Frisch (1904-1979). Essi supposero che il nucleo eccitato di uranio o di torio, che si ottiene per cattura di un neutrone, si dividesse in *due frammenti* di massa pressappoco uguale. Gli isotopi radioattivi scoperti da Curie e Savič, Hahn e Strassmann che si trovano quasi a metà del sistema periodico, sono i frantumi dei nuclei di uranio e di torio. Poiché la quota relativa di neutroni aumenta all'aumentare della massa del nucleo, questi frantumi sono sovraccarichi di neutroni. Perciò nei nuclei dei frantumi si svolgono processi di trasformazione di neutroni in protoni mediante emissione di elettroni. Gli stessi processi si svolgono anche nei nuclei figli che compaiono in queste trasformazioni. Questo spiega la successione di trasformazioni β^- osservata da Fermi. Ci si doveva aspettare, come è stato confermato da ricerche ulteriori, che il nucleo possa dividersi non soltanto in due ma anche in tre e più frammenti. Ma queste fissioni sono più rare di quella in due frantumi.

L'ipotesi di Meitner e Frisch è stata confermata immediatamente dall'esperienza di Frisch sugli atomi di rinculo. Egli riuscì ad osservare in modo convincente il carattere esplosivo della fissione dei nuclei. Nella sua esperienza la piccola camera a ionizzazione veniva rivestita all'interno con uno strato di ossido d'uranio. Se a questa camera si avvicina una sorgente di neutroni (Rn + Be) allora pressappoco 10-30 volte al minuto si osservano forti impulsi di ionizzazione, che dopo un'amplificazione preliminare vengono registrati da un oscillografo. Tali impulsi non possono essere provocati che da particelle atomiche di grande massa, grandi cariche e di enorme energia. Tutto lo schema è calcolato in modo che gli impulsi creati da particelle α siano insufficienti a mettere in azione l'oscillografo. Ciò si vede dal fatto che gli impulsi non si osservano quando non esiste uranio o sorgente di neutroni. Se si avvolge la sorgente neutronica in uno strato di paraffina, il numero di impulsi di ionizzazione aumenta di circa due volte. Ne risulta che per il processo di fissione dei nuclei d'uranio sono più efficaci i *neutroni lenti.*

Dopo l'esperienza di Frisch, in numerosi laboratori sono state realizzate esperienze analoghe che testimoniavano la fissione dei nuclei. Senza soffermarci su questo aspetto del problema, passiamo ad esporre le leggi fondamentali del fenomeno di fissione nucleare e alla loro interpretazione teorica elementare.

4. Abbiamo già detto che l'energia di legame media del nucleone nei nuclei pesanti è più piccola che nei nuclei medi del sistema periodico degli elementi (cfr. fig. 121). Supponiamo che il nucleo d'uranio ^{235}U dopo la cattura del neutrone si divida in due frammenti uguali. Dalla fig. 121 si vede che l'energia di legame media del nucleone nel nucleo d'uranio vale 7,6 MeV, mentre in ciascuno dei suoi frammenti essa è di 8,5 MeV. Quindi, per fissione del nucleo d'uranio si libera un'energia di $8{,}5 - 7{,}6 = 0{,}9$ MeV per nucleone. Poiché il numero totale di nucleoni non cambia per fissione, l'energia totale

liberata per un atto di fissione dell'uranio è di $0{,}9 \cdot 236 \approx 210$ MeV. Questa energia enorme si manifesta principalmente sotto forma di energia cinetica dei frammenti prodotti.

Il calcolo dell'energia liberata per fissione può essere più preciso utilizzando i valori tabulati dei fattori di impacchettamento, cioè le differenze $\Delta = M - A$ fra la massa del nucleo M e il numero di massa A. Supponiamo che l'uranio ^{235}U sia il nucleo iniziale. Dopo la cattura di un neutrone si crea un nucleo intermedio ^{236}U che, per fissione, si frantuma in due parti. Supponiamo anche che i numeri di massa di questi frantumi siano uguali, cioè valgano 118. Dalle tavole dei fattori di impacchettamento troviamo che per il nucleo d'uranio intermedio $\Delta = {}^{236}M - {}^{236}A \approx 42$ MeV e per ciascuno dei frantumi $\Delta = {}^{118}M - {}^{118}A \approx -86$ MeV. L'energia totale sprigionata per fissione è determinata dalla differenza di energia fra il nucleo intermedio ed i due frammenti formatisi. Essa è di $42 - (-2 \cdot 86) = 214$ MeV, ciò che nel limite degli errori coincide con il risultato precedente.

Infatti, gli stessi risultati si ottengono dalla formula semiempirica di Weizsäcker (64.6). Poiché quest'ultima è stata dedotta nell'ipotesi di incompressibilità della materia nucleare, si può omettere in essa il primo termine in quanto la sua grandezza non cambia per fissione del nucleo e, di conseguenza, non incide sulla differenza di massa prima e dopo la fissione. Per la stessa ragione si può omettere anche il quarto termine poiché l'energia di simmetria non cambia per fissione. Omettiamo anche l'ultimo termine, ossia l'energia d'accoppiamento, poiché per fissione si può trascurarne la variazione. Tenendo conto di queste semplificazioni l'energia del nucleo si può rappresentare mediante la formula

$$\mathscr{E} = C_{\text{superf}} A^{2/3} + C_{\text{coul}} Z^2 A^{-1/3}. \tag{93.1}$$

I segni nella formula (64.6) sono cambiati poiché questa formula dà il lavoro da consumare per fissionare completamente il nucleo nei suoi nucleoni componenti. E questo lavoro cambiato di segno dà l'energia del nucleo. Ricorriamo anche ai valori dei coefficienti della (64.7); ce ne servono solo due: $C_{\text{superf}} = 17{,}8$ MeV e $C_{\text{coul}} = 0{,}710$ MeV. Un calcolo semplice dà per l'energia dell'uranio $\mathscr{E}_{236} = 1653$ MeV e per ciascun frammento $\mathscr{E}_{118} = 735$ MeV. Quindi, l'energia cercata, liberata per fissione, vale $1653 - 2 \cdot 735 = 183$ MeV, ciò che praticamente coincide con i risultati precedenti (cfr. problema 3 del § 64).

5. Una teoria elementare della fissione del nucleo è stata elaborata nel 1939 da N. Bohr e J. A. Wheeler (n. 1911) e indipendentemente da loro, perfino un po' prima, da J. I. Frenkel (1894-1952). Questa teoria è basata sul modello a goccia del nucleo. È ovvio che il modello a goccia è in grado di descrivere soltanto alcuni tratti elementari di un fenomeno così complicato quale la fissione del nucleo atomico. Numerosi aspetti di questo fenomeno restano inspiegabili e, per di più, in disaccordo con la teoria. V.M. Strutinskij ha perfezionato il modello a goccia tenendo conto degli effetti di shell. Tutta-

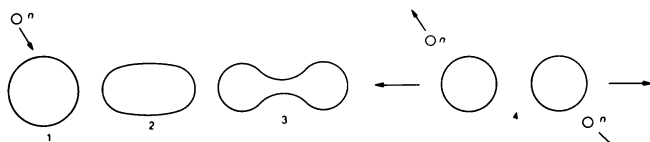



Fig. 159.

via ci limitiamo a trattare soprattutto qualitativamente la sola teoria elementare della fissione del nucleo, fondata sul modello a goccia liquida.

Consideriamo un nucleo di ^{235}U che ha catturato un neutrone per cui si è formato un nucleo composto ^{236}U. Il nucleo composto ^{236}U nello stato fondamentale è praticamente stabile, benché esso sia α-radioattivo ma con periodo di dimezzamento di $2{,}4 \cdot 10^7$ anni. Questo nucleo può compiere oscillazioni interni attorno alla propria forma d'equilibrio senza subire fissione. Tuttavia, in seguito alla cattura del neutrone, si crea un nucleo ^{236}U in uno stato fortemente eccitato e l'ampiezza di oscillazioni diventa così grande che il nucleo si divide in due parti. Sotto l'azione delle forze coulombiane di repulsione queste parti si allontanano con velocità notevoli. Essendo forze d'attrazione le forze nucleari impediscono quest' allontanarsi. Però nel processo predominano le forze elettriche. Come risultato le parti del nucleo acquisiscono un'energia cinetica suindicata di circa 200 MeV.

Se identifichiamo il nucleo con una goccia liquida, i diversi stadi attraverso i quali passa la forma del nucleo prima e dopo la fissione sono rappresentati schematicamente in fig. 159. Tuttavia non tutta l'energia disponibile diventa energia cinetica dei frammenti. I frammenti stessi risultano in uno stato eccitato e la loro energia intrinseca si sprigiona soprattutto per evaporazione di neutroni ed in seguito viene consumata nella irradiazione di raggi γ. Prodotti fondamentali del processo di fissione sono quindi due nuclei pressappoco uguali ed alcuni neutroni e quanti γ. Come è già stato indicato nel n. 3, i nuclei frammenti di regola riescono β^--attivi e disintegrano con i periodi di dimezzamento più disparati.

6. All'aumentare della superficie del nucleo l'energia di tensione superficiale aumenta mentre l'energia di repulsione coulombiana decresce. Si possono trascurare le variazioni delle energie volumetrica, di simmetria e d'accoppiamento. La tensione superficiale tende a far tornare il nucleo deformato allo stato iniziale mentre la repulsione coulombiana favorisce la fissione. Il rapporto fra l'energia coulombiana e quella superficiale è proporzionale a $Z^2A^{-1/3} : A^{2/3} = Z^2/A$. Perciò il rapporto Z^2/A può servire come parametro determinante l'attitudine del nucleo alla fissione. Più grande è il valore di questo rapporto tanto più facilmente il nucleo è soggetto a fissione. Per stimare approssimativamente il valore critico del parametro Z^2/A per il quale il nucleo non può più essere stabile, consideriamo come varia la stabilità del nucleo rispetto a piccole deformazioni.

Per piccole deformazioni si può supporre che il nucleo sferico iniziale assuma la forma di un ellissoide di rotazione allungato con semiassi $a = R(1 + \varepsilon)$ e $b = R/\sqrt{1 + \varepsilon}$, dove ε è una piccola quantità che funge da parametro di deformazione. Per questi valori a e b dei semiassi il volume del nucleo non cambia, ciò che corrisponde all'ipotesi di incompressibilità del nucleo. La ricerca dell'energia superficiale si riconduce al problema geometrico del calcolo della superficie del nucleo, mentre il calcolo dell'energia coulombiana corrisponde al problema del campo di un ellissoide carico, supponendo che la carica del nucleo sia distribuita uniformemente nel suo volume. Dal calcolo risulta che, per piccole deformazioni del nucleo, l'energia totale di tensione superficiale e di repulsione coulombiana, a meno di termini dell'ordine di ε^2, cambia della quantità

$$\Delta\mathscr{E} = \frac{1}{5}(2C_{\text{superf}}A^{2/3} - C_{\text{coul}}Z^2A^{-1/3})\varepsilon^2, \tag{93.2}$$

dove C_{superf} e C_{coul} sono i coefficienti che figurano nella formula di Weizsäcker (64.6). È ovvio che questo cambiamento si verifica a spese dell'energia interna del nucleo eccitato. Se $\Delta\mathscr{E} > 0$ le forze superficiali prevalgono su quelle della repulsione coulombiana e tendono a far tornare il nucleo alla forma sferica iniziale in prossimità della quale esso oscillerà. Se, invece, $\Delta\mathscr{E} < 0$ sono prevalenti le forze della repulsione coulombiana che favoriscono la fissione.

Il valore critico del parametro Z^2/A al di sopra del quale il nucleo è assolutamente instabile rispetto alla fissione sarà determinato dalla condizione di annullamento dell'espressione fra parentesi nella formula (93.2). Ciò dà

$$(Z^2/A)_{\text{crit}} \approx 2C_{\text{superf}}/C_{\text{coul}} \approx 50, \tag{93.3}$$

dove sono stati usati i valori dei coefficienti C_{superf} e C_{coul} dati dalla formula (64.7). È ovvio che il valore così calcolato del parametro critico Z^2/A deve essere considerato come approssimativo in quanto esso è stato ottenuto nell'ipotesi di correttezza del modello a goccia e di piccole deformazioni del nucleo.

La formula (93.3) non determina ancora separatamente i valori critici di Z e A per i quali il nucleo è assolutamente instabile rispetto alla fissione poiché, nel caso generale, fra Z e A non esiste un legame univoco. Questo legame esiste solo nel caso di nuclei β-stabili e in questo caso è determinato dalla formula (64.8a). Mediante questa formula si può eliminare dall'espressione (93.3) il numero di carica Z e ottenere anche un'equazione irrazionale avente come incognita unicamente A. Risolvendo questa equazione troviamo il valore critico del numero di massa $A_{\text{crit}} \approx 385$ e, in seguito, il valore critico del numero di carica $Z_{\text{crit}} \approx 138$.

7. Le considerazioni qualitative seguenti ci permettono di chiarire l'influsso sul processo di fissione anche delle deformazioni finite del nucleo. Dividiamo mentalmente il nucleo stabile iniziale in due parti con numeri di

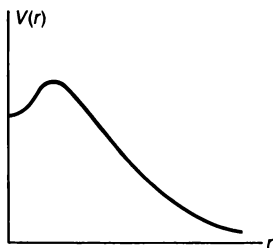



Fig. 160.

carica Z_1 e Z_2. Se queste parti vengono allontanate ad una distanza r sufficientemente grande l'energia della loro repulsione coulombiana sarà $Z_1Z_2e^2/r$. In questo caso occorre tener conto che i due frammenti devono avere anche un'energia cinetica di circa 200 MeV. Essa compare, ovviamente, a spese dell'energia potenziale del nucleo nello stato fondamentale; ne risulta che quest'ultima nello stato fondamentale vale almeno 200 MeV, cioè è uguale all'energia liberata per fissione. Tuttavia il nucleo iniziale per ipotesi è stabile. Di conseguenza, la curva dell'energia potenziale $V = V(r)$ deve avere un massimo, cioè deve esistere una barriera di potenziale che deve essere superata affinché la fissione si verifichi in pratica (fig. 160). Anziché un solo massimo, in particolare quando i nuclei atomici sono asferici, sono possibili anche due massimi (curva a due gobbe). Ma nel trattare le questioni fondamentali della fissione si può trascurare questa possibilità. Per i nuclei assolutamente instabili, per i quali $Z^2/A > 50$, la curva $V = V(r)$ non presenta alcun massimo. Questi nuclei, se comparissero, sarebbero soggetti immediatamente a fissione in un tempo dell'ordine di 10^{-23}-10^{-24} s.

La differenza fra il valore massimo dell'energia potenziale $V(r)$ e il suo valore per $r = 0$, per i nuclei stabili, si chiama *energia di attivazione*. Secondo le concezioni classiche, per produrre la fissione di un nucleo sarebbe necessario comunicargli una energia almeno uguale all'energia di attivazione. Questa energia è fornita da neutroni incidenti per assorbimento dei quali si creano nuclei composti eccitati che soddisfano la condizione suindicata. Se l'energia di eccitazione è inferiore a quella d'attivazione, allora la fissione è impossibile, sempre secondo considerazioni classiche. Dalle ricerche risulta che il nucleo ^{235}U è soggetto a fissione dopo la cattura di un qualsiasi neutrone, compresi quelli lenti (termici). Per la fissione dei nuclei ^{238}U che abbiano catturato un neutrone, occorrono neutroni veloci di energie $\gtrsim 1$ MeV.

8. Questa differenza nel comportamento dei nuclei ^{235}U e ^{238}U è dovuta soprattutto all'effetto di accoppiamento dei nucleoni (cfr. § 64). Nel nucleo dispari ^{235}U un nucleone non accoppiato ha un legame meno forte degli altri nucleoni accoppiati. Supponiamo che il nucleo ^{235}U assorba un neutrone libero trasformandosi nel nucleo intermedio composto pari-pari ^{236}U. Nel cat-

turare il neutrone libero, il nucleo composto ottenuto si trova in uno stato eccitato. L'eccitazione aumenta ancora per la presenza del nucleone non accoppiato, il quale trova ora un partner e il suo legame diviene più forte. Se, invece, il neutrone libero viene catturato dal nucleo ^{238}U si ottiene un nucleo composto intermedio pari-dispari ^{239}U. In esso il neutrone catturato, privo di partner, è legato più debolmente degli altri nucleoni. Perciò per cattura di un neutrone, il nucleo ^{238}U risulta meno eccitato del nucleo ^{235}U. Per provocarne la fissione, occorre quindi un'energia d'eccitazione supplementare. Sulla capacità di fissione dei nuclei probabilmente influisce in un certo modo anche il fatto che il parametro Z^2/A per i nuclei ^{236}U (35,86) è maggiore di quello per i nuclei ^{239}U (35,41).

Quanto detto è vero anche per tutti gli altri nuclei pari-dispari. In particolare, i nuclei ^{239}Pu e ^{233}U vengono fissionati da neutroni lenti mentre i loro isotopi pari-pari subiscono la fissione soltanto con neutroni veloci (^{240}Pu subisce la fissione anche con neutroni termiche). Questa circostanza è di importanza decisiva nell'energetica nucleare (cfr. § 95).

9. Dal punto di vista quantistico non è necessario che l'energia d'eccitazione superi l'energia d'attivazione del nucleo. Il nucleo può spezzarsi anche se l'energia d'eccitazione è più piccola. In questo caso la fissione può essere realizzata mediante *effetto tunnel* attraverso la barriera di potenziale, esattamente come avviene nel caso della disintegrazione α. Tuttavia la probabilità di questo processo è debole e tanto più debole quanto più elevata è la barriera di potenziale. Talvolta si osserva anche la *fissione spontanea* di qualche nucleo, la quale avviene in assenza di una qualsiasi eccitazione.

La fissione spontanea dei nuclei d'uranio è stata osservata per la prima volta nel 1940 da K.A. Petrjak e G.N. Flerov (n. 1913). Nella loro esperienza veniva adoperata una camera a ionizzazione a più strati, con lamine di superficie di 1000 cm^2 rivestite di uranio. Avvicinando alla camera a ionizzazione una sorgente di neutroni, nell'oscillografo si osservano intensi segnali di ionizzazione dovuti alla fissione forzata dei nuclei d'uranio. Questa ricerca preliminare ha consentito di studiare il carattere degli impulsi di ionizzazione causati dalla fissione dei nuclei d'uranio. Allorché si allontana la sorgente di neutroni, questi impulsi non cessano completamente, e questa è la testimonianza della fissione spontanea dei nuclei. Nell'esperienza iniziale Petrjak e Flerov osservavano in media 6 impulsi ogni ora. L'esperienza decisiva è stata realizzata in una delle stazioni della Metropolitana di Mosca, ad una profondità di 50 m per proteggere meglio l'apparecchiatura dal fondo disturbatore prodotto dai raggi cosmici. In un grammo di uranio si dividono spontaneamente in media circa 25 nuclei d'uranio all'ora. Partendo da questi dati è facile calcolare che il periodo di dimezzamento dell'uranio rispetto alla fissione spontanea è di circa 10^{16} anni. In fig. 161 è rappresentata la dipendenza del periodo T della fissione spontanea dal parametro Z^2/A per diversi nuclei pesanti. I cerchietti vuoti corrispondono a dati sperimentali e la curva continua intersecante la figura è calcolata in base al modello a goccia liquida.

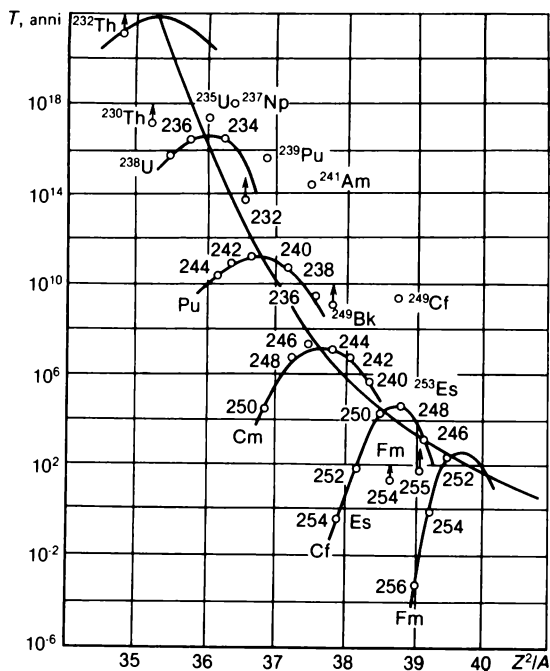



Fig. 161.

10. Come è stato detto precedentemente, il nucleo spesso si divide in due frammenti. Ma il rapporto fra le masse di queste due parti può essere molto vario. Per fissione con neutroni termici non si osservano quasi mai frantumi di masse uguali o confrontabili, sebbene tutti i calcoli precedenti siano stati eseguiti nell'ipotesi di uguaglianza fra le masse delle parti. Ma allo scopo considerato questa ipotesi è inessenziale. In realtà la fissione più probabile è quella che produce un frammento più pesante di una volta e mezzo dell'altro. Ciò è illustrato dalla fig. 162 nella quale è rappresentata la percentuale di frammenti di masse differenti per ^{235}U in caso di fissione con neutroni termici. Si suppone che la simmetria che ne risulta sia dovuta all'influsso dei gusci neutronici dei nuclei, vale a dire che è energeticamente più vantaggioso che il nucleo si divida in modo che il numero totale di neutroni in ogni frammento sia vicino a uno dei numeri magici 50 oppure 82.

11. Il processo di fissione del nucleo è accompagnato dall'emissione di *neutroni secondari.* La necessità di questo processo può essere provata sulla base delle semplici considerazioni seguenti. Il rapporto fra il numero di neutroni N e il numero di protoni Z nel nucleo, in generale, è tanto più grande quanto più pesante è il nucleo stesso. Per i nuclei β-stabili ciò si vede dalla

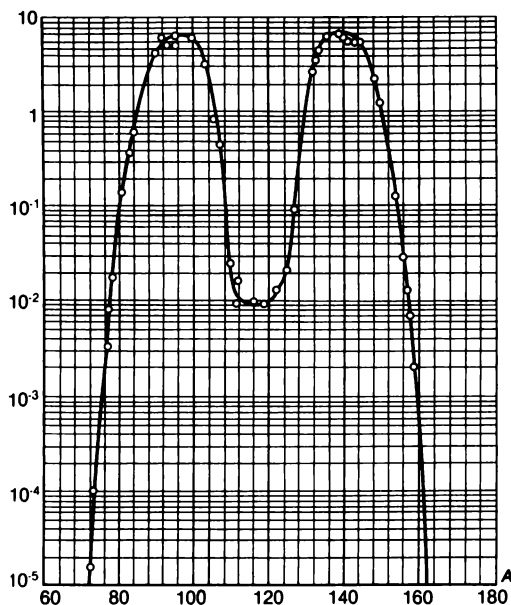



Fig. 162.

fig. 120 e anche dalla formula (64.8a) riscrivendola nel seguente modo:

$$\frac{N}{Z} = 0{,}97 + 0{,}0150\,A^{2/3}.$$

Supponiamo ora che un nucleo pesante si divida in due. Se per divisione il numero totale di neutroni non cambiasse nel sistema considerato, i rapporti N/Z in ambedue i frammenti sarebbero o uguali allo stesso rapporto nel nucleo pesante iniziale o esso sarebbe più grande in uno dei frammenti che nell'altro. Quindi almeno uno dei frantumi avrebbe un eccesso di neutroni e dovrebbe liberarsi dei neutroni superflui.

La comparsa di neutroni secondari si può interpretare anche dal punto di vista del modello a goccia del nucleo. Nel collo del nucleo a forma di manubrio (posizione 3 della fig. 159) quasi non esistono protoni, in quanto concentrati soprattutto per repulsione coulombiana nelle parti sferiche del nucleo. Perciò per fissione, quando si spezza il manubrio, da esso possono uscire solo neutroni in un intervallo di tempo caratteristico dei processi nucleari (10^{-22}-10^{-23} s), cioè praticamente istantaneamente. Questi neutroni secondari si dicono *istantanei.*

Accanto ai neutroni istantanei compaiono, nel processo di fissione dei nuclei, anche altri *neutroni secondari* detti *di ritardo.* Infatti i frammenti della fissione nucleare sono radioattivi, e da loro decadimento β possono

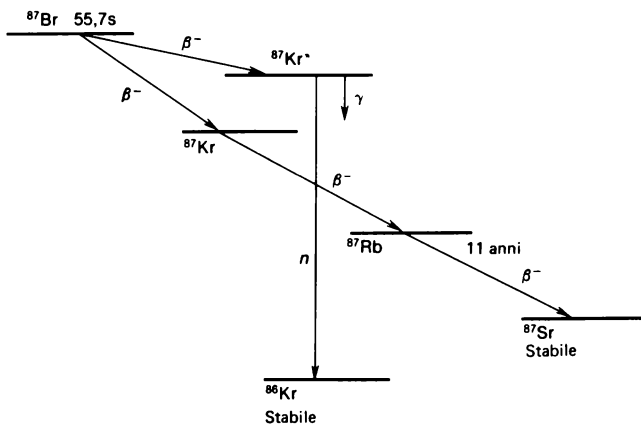



Fig. 163.

comparire nuclei con eccesso di neutroni in stati molto eccitati. L'eccitazione di questi nuclei viene eliminata attraverso due processi concorrenti: emissione di neutroni ed emissione di quanti γ. Ambedue i processi sono praticamente istantanei. Il primo di essi genera neutroni ritardati. Con il ritardo si intende il ritardo temporale del momento di uscita dei neutroni considerati rispetto al momento dell'emissione dei neutroni istantanei (che compaiono immediatamente per la fissione del nucleo). Il ritardo viene determinato dal periodo di dimezzamento dell'isotopo predecessore per il cui decadimento β si crea il nucleo eccitato che in seguito emette un neutrone.

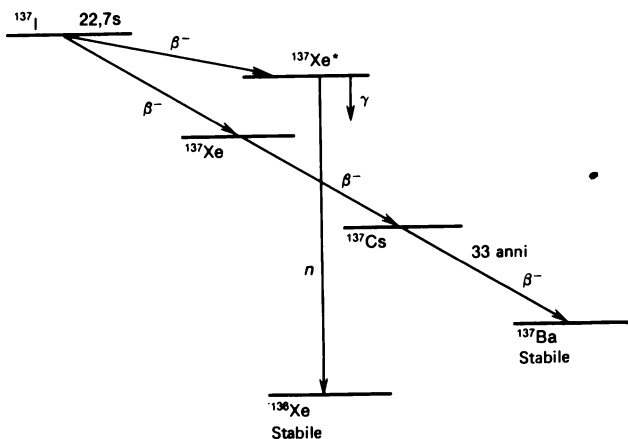



Fig. 164.

Neutroni di ritardo

Periodo di dimezzamento, s	Rendimento, % (rispetto al numero generale di neutroni secondari)	Energia cinetica dei neutroni di ritardo, MeV
55,7	0,021	0,25
22,7	0,140	0,56
6,2	0,125	0,43
2,3	0,253	0,62
0,6	0,074	0,42
0,2	0,027	—
Medie 8,97	0,64	0,508

Il processo di produzione dei neutroni di ritardo è illustrato schematicamente dalle fig. 163 e 164. In fig. 163 è rappresentato il nucleo ^{87}Br comparso in seguito a fissione nucleare. Questo nucleo è soggetto a decadimento β^- con periodo di dimezzamento di 55,6 s. A seguito di questo decadimento compaiono i nuclei ^{87}Kr, la maggior parte dei quali si trova in stato non eccitato e la parte rimanente in uno stato fortemente eccitato, ^{87}Kr*. Il nucleo non eccitato dopo due decadimenti β^- consecutivi si trasforma nel nucleo stabile ^{87}Sr. Quanto al nucleo fortemente eccitato ^{87}Kr*, esso passa quasi istantaneamente nello stato non eccitato ^{87}Kr (con emissione di quanti γ) o nello stato stabile ^{86}Kr (con emissione di un neutrone). In quest'ultimo processo compare il neutrone di ritardo[1]. Uno schema analogo è rappresentato anche in fig. 164.

I neutroni di ritardo si dividono in vari gruppi, differenti per tempo di ritardo e per energia. Nella tavola 15 sono date le caratteristiche dei neutroni di ritardo che compaiono per fissione dei nuclei d'uranio 235.

Più del 99% di tutti i neutroni che compaiono per fissione si sprigiona immediatamente. La quota dei neutroni di ritardo costituisce all'incirca di 0,75%. Malgrado ciò, i neutroni di ritardo giocano un ruolo importante nell'energetica nucleare in quanto, per un effetto stabilizzatore, consentono di rendere controllabili le reazioni nucleari che si verificano per fissione nei reattori nucleari (cfr. § 95, n. 5).

---

[1] È da notare che l'isotopo ^{87}Kr non a caso riesce «neutronicamente attivo». Il nucleo di questo isotopo ha 51 neutroni cioè un neutrone di più rispetto al numero magico di 50; questo neutrone «di più» è quello che lascia il nucleo eccitato. Il numero di neutroni dell'isotopo ^{137}Xe (fig. 164) è uguale a 83, cioè la situazione è analoga.

12. Per concludere diamo in maniera più precisa la distribuzione dell'energia di fissione fra i diversi canali di fissione del ^{235}U, provocata da neutroni termici.

Energia cinetica di frammenti	$166,2 \pm 1,3$ MeV
Energia dei neutroni di fissione	$4,8 \pm 0,1$ MeV
Energia dei quanti γ istantanei	$8,0 \pm 0,8$ MeV
Energia delle particelle β dei prodotti di fissione	$7,0 \pm 0,3$ MeV
Energia della radiazione γ dei prodotti di fissione	$7,2 \pm 1,1$ MeV
Energia dei antineutrini dei prodotti di fissione	$9,6 \pm 0,5$ MeV
Totale	$202,8 \pm 0,4$ MeV

§ 94. *Elementi transuranici*

1. La ragione per cui il sistema periodico degli elementi chimici che si incontrano allo stato naturale termina con l'uranio $_{92}U$ si deve cercare nell'origine degli elementi chimici e nelle loro successive trasformazioni radioattive. Attualmente si può ritenere dimostrato che tutti gli elementi chimici del Sistema solare si sono formati più di 5 miliardi d'anni fa per compressione gravitazionale di enormi masse d'idrogeno galattico accompagnata da un forte aumento della temperatura. È stata la temperatura estremamente alta a garantire la sintesi di nuclei complicati a partire da nuclei d'idrogeno semplici. Inoltre, furono sintetizzati anche numerosi isotopi degli elementi chimici con numeri atomici superiori a 92. Tuttavia il loro periodo di dimezzamento è inferiore all'età della Terra (circa 4,5 miliardi d'anni). Attualmente tutti quegli isotopi, per trasformazioni radioattive, si sono decomposti completamente e sono scomparsi dalla Terra (cfr. n. 10). Fra gli elementi più pesanti esiste il solo isotopo d'uranio ^{238}U, il cui periodo di dimezzamento ($4,5 \cdot 10^9$ anni) è dello stesso ordine dell'età della Terra.

2. Le frontiere del sistema periodico, oltre alle quali l'esistenza di elementi più pesanti è impossibile, devono essere determinate, sembra, dall'instabilità del guscio elettronico dell'atomo. Il fatto è che l'elettrone più profondo del guscio atomico non può avvicinarsi al centro del nucleo a una distanza inferiore al raggio di quest'ultimo. Questo elettrone sarebbe assorbito immediatamente dal nucleo, il che implicherebbe una diminuzione del numero atomico dell'elemento. La distanza fra il più profondo elettrone del guscio atomico e il centro del nucleo atomico di numero di carica Z vale, secondo la teoria di Bohr, r_B/Z, dove r_B è il raggio di Bohr. Il raggio del nucleo stesso è determinato dalla formula (65.1). Quindi, per la possibilità di esistenza dell'atomo, è necessario comunque che sia soddisfatta la condizione $r_B/Z \geqslant r_0 A^{1/3}$ oppure

$$ZA^{1/3} \leqslant r_B/r_0 \approx 38\,000. \qquad (94.1)$$

L'esclusione di Z mediante la relazione (64.8a) conduce alla disuguaglianza

$$\frac{A^{4/3}}{1,97 + 0,015A^{2/3}} \leqslant 38\,000. \qquad (94.1a)$$

La soluzione di questa disuguaglianza si riduce alla soluzione dell'equazione quadratica rispetto ad $A^{2/3}$. Come risultato si ottiene $A \leqslant 17\,700$ e, di conseguenza, $Z \leqslant 1460$. Quindi, è assolutamente impossibile che esistano atomi con numero ordinale $Z \geqslant 1460$.

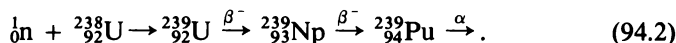
La stima suindicata dà un valore esagerato per la frontiera superiore di Z. Essa è basata soprattutto su un'ipotesi indubbiamente corretta, secondo la quale l'atomo non può esistere se l'elettrone più vicino al nucleo si trova in un livello dal quale in modo istantaneo si realizza la cattura elettronica, in seguito alla quale il numero di carica Z (uguale al numero ordinale dell'elemento) diminuisce di uno. Questa cattura (per effetto tunnel) ha un alta probabilità di avvenire, sia a una distanza dal centro del nucleo uguale al suo raggio, sia a distanze maggiori. Perciò la stabilità del guscio elettronico dell'atomo risulta violata già per Z notevolmente più piccoli di quel valore stabilito precedentemente. Da una considerazione più particolareggiata risulta che questa violazione deve iniziare per $Z \approx 180$-200. Cionondimeno, il sistema periodico degli elementi si ferma molto prima. La sua frontiera superiore è legata non all'instabilità del guscio elettronico, bensì determinata dall'*instabilità del nucleo stesso.*

3. Gli elementi con numeri atomici superiori a 92, come è stato già detto, si chiamano *transuranici* (che si trovano al di là dell'uranio). Questi elementi vengono tutti prodotti artificialmente, cioè in seguito a reazioni nucleari diverse, nel corso delle quali un elemento pesante viene sottoposto a radiazione o bombardamento con un fascio di particelle. Vengono utilizzati soprattutto neutroni, in quanto privi di carica elettrica e, di conseguenza, non hanno bisogno di superare la barriera di potenziale coulombiana. Ma anche le particelle cariche sono proiettili efficaci per ottenere elementi transuranici a condizione che la loro energia sia sufficientemente grande.

Per radiazione con neutroni dell'uranio ^{238}U si ottiene il nucleo intermedio ^{239}U. Possedendo un eccesso di neutroni esso è soggetto al decadimento β^- e si trasforma in un nucleo dell'elemento transuranico con $Z = 93$. Questo elemento porta il nome di *nettunio* (Np) per analogia con il Sistema solare dove il pianeta Urano è seguito dal pianeta Nettuno. Per ulteriore decadimento β^- il nettunio si trasforma nell'elemento transuranico artificiale più importante, con $Z = 94$, detto *plutonio* (Pu), sempre in analogia con il Sistema solare nel quale Nettuno è seguito da Plutone.

Questo schema di produzione dei transuranici con $Z = 93$ e $Z = 94$ era assolutamente chiaro per Fermi già nel 1934, quando egli iniziò a bombarda-

re l'uranio con neutroni. È vero che in quel periodo Fermi non riusci ad osservare Np e Pu a causa dei grandi periodi di dimezzamento (2,3 giorni per $^{239}_{93}Np$ e $2{,}4 \cdot 10^4$ anni per $^{239}_{94}Pu$) e della scarsa intensità della sorgente radon-berillica di neutroni usata. Nella sua esperienza infatti non si osservavano le emissioni radioattive dei transuranici ma le emissioni degli isotopi radioattivi che si ottengono per *fissione dei nuclei d'uranio* (cfr. § 93). Soltanto con la costruzione dei reattori nucleari, che producono intensi flussi di neutroni (fino a 10^{15} neutroni per 1 cm^2 in un secondo) si apre la possibilità di ottenere Np e Pu su scala industriale. La loro produzione può essere rappresentata dal seguente schema:

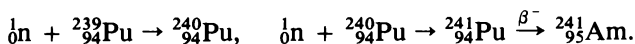
$$^{1}_{0}n + {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{239}_{92}U \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}_{93}Np \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}_{94}Pu \xrightarrow{\alpha}. \qquad (94.2)$$

È ovvio che questo non sia l'unico schema di produzione del nettunio e del plutonio. L'isotopo di nettunio $^{238}_{93}Np$, ad esempio, è stato ottenuto irradiando l'uranio ^{238}U con deutoni di 16 MeV di energia:

$$^{2}_{1}d + {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{238}_{92}Np + 2n. \qquad (94.3)$$

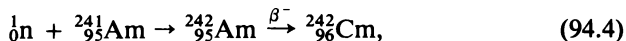
Attualmente sono noti in totale 12 isotopi del nettunio, con numeri di massa da 230 a 241. L'isotopo di nettunio $^{239}_{93}Np$ è un metallo pesante ($\bar{\varrho} =$ $= 19{,}5$ g/cm^3) di lucentezza argentea, lenta ossidazione all'aria, e con una temperatura di fusione di 640°C.

Del plutonio sono oggigiorno noti 15 isotopi, con numeri di massa da 232 a 246. Il plutonio è un metallo lucido con una sfumatura bluastra. La sua densità, nelle diverse qualità, varia da 15,9 a 19,8 g/cm^3. La temperatura di fusione del plutonio è di 640°C, ed il suo coefficiente di dilatazione lineare è negativo.

4. Bombardando con un fascio di neutroni il plutonio, si ottiene il transuranico successivo con $Z = 95$. Ottenuto in America, ha avuto il nome di *americio* (Am). Il metodo per produrlo in un reattore nucleare è dato dallo schema seguente:

$$^{1}_{0}n + {}^{239}_{94}Pu \rightarrow {}^{240}_{94}Pu, \qquad {}^{1}_{0}n + {}^{240}_{94}Pu \rightarrow {}^{241}_{94}Pu \xrightarrow{\beta^-} {}^{241}_{95}Am.$$

L'americio $^{241}_{95}Am$ è un metallo argenteo con densità di 11,7 g/cm^3.

L'irradiazione con neutroni dell'americio $^{241}_{95}Am$ e il decadimento β^- del nucleo intermedio conducono alla formazione di un transuranico con $Z = 96$ secondo lo schema

$$^{1}_{0}n + {}^{241}_{95}Am \rightarrow {}^{242}_{95}Am \xrightarrow{\beta^-} {}^{242}_{96}Cm, \qquad (94.4)$$

denominato *curio* (Cm) in onore di Marie e Pierre Curie. È anch'esso un metallo argenteo con densità di 7 g/cm^3. Esso è α-radioattivo con periodo di dimezzamento di 160 giorni. La sua radioattività α è così grande (10^{13} particelle α in un minuto per 1 mg) da implicare riscaldamento, effervescenza ed anche decomposizione dell'acqua nelle soluzioni di sali di curio; tali soluzioni emettono una luminescenza visibile nell'oscurità.

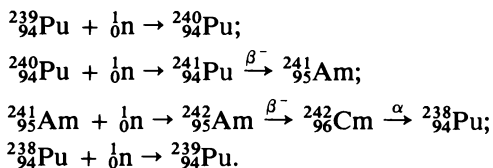
Senza entrare in particolari osserviamo che il 97-esimo e il 98-esimo elementi possono essere ottenuti anch'essi, mediante una irradiazione prolungata con neutroni, del plutonio $^{239}_{94}Pu$ nei reattori nucleari. Essi si chiamano *berkelio* (Bk) e *californio* (Cf), rispettivamente, e questi nomi provengono dalla città di Berkeley (California, USA) nell'Università della quale sono stati ottenuti originariamente i transuranici suindicati. Esistono vari modi per ottenere il berkelio e il californio, così come l'americio e il curio. Tuttavia consistenti quantità di tutti questi elementi si ottengono unicamente nei reattori. Attualmente sono noti 11 isotopi di americio, con numeri di massa da 237 a 247, 13 isotopi di curio ($238 \leqslant A \leqslant 252$), 9 isotopi di berkelio ($243 \leqslant A \leqslant 251$) e 16 isotopi di californio ($240 \leqslant A \leqslant 255$).

5. Il procedimento di fabbricazione al reattore, pur essendo l'unico per ottenere transuranici in grandi quantità, non sempre è applicabile. Si trova che gli elementi che seguono il californio ($Z = 98$) non appariscono in prossimità del reattore nucleare. La causa di questo fatto è che non tutti i nuclei di un medesimo isotopo, dopo assorbimento di un neutrone, sono soggetti a decadimento β^-. La maggioranza dei nuclei è soggetta a fissione oppure si disintegra in un altro modo che non conduce alla formazione di un nuovo elemento con numero atomico più grande. Questi processi si svolgono con intensità più grande quanto più pesanti sono i nuclei atomici e, infine, soppiantano totalmente il decadimento β^-. Si potrebbe pensare che le difficoltà suindicate siano di carattere puramente tecnico e possano essere superate aumentando la potenza del reattore. Accanto alle difficoltà tecniche esistono difficoltà di principio, per cui in seguito a tutta una successione di trasformazioni radioattive viene prodotto nuovamente l'elemento iniziale sottoposto al bombardamento da neutroni. A ciò può condurre, in particolare, il decadimento α di un nucleo. Per esempio vediamo la seguente successione di trasformazioni:

$$^{239}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{240}_{94}Pu;$$

$$^{240}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{241}_{94}Pu \xrightarrow{\beta^-} ^{241}_{95}Am;$$

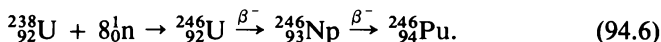
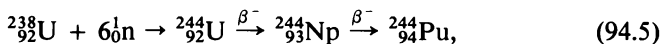
$$^{241}_{95}Am + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{242}_{95}Am \xrightarrow{\beta^-} ^{242}_{96}Cm \xrightarrow{\alpha} ^{238}_{94}Pu;$$

$$^{238}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{94}Pu.$$

Un ostacolo insormontabile per il metodo di fabbricazione al reattore si ha quando scompare uno degli anelli della successione di trasformazioni.

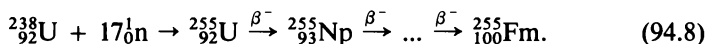
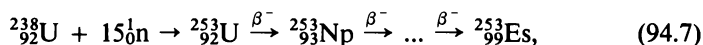
Questo ostacolo esiste quando in un passaggio la durata di vita media del nucleo è molto piccola e quando esso si disintegra completamente in modo imprevisto, mediante fissione spontanea per esempio.

6. Ma le difficoltà suindicate sono dovute soprattutto al fatto che, per bombardamento con neutroni il nucleo assorbe, di regola, dai reattori nucleari solo uno o una piccola quantità di neutroni. Se si aumenta di molte volte il flusso di neutroni emessi, alcuni nuclei assorbiranno simultaneamente più neutroni e saranno in grado di saltare attraverso la zona «vietata» nel metodo a reattore. In tal modo si possono formare elementi transuranici nuovi o isotopi nuovi degli elementi già noti. Infatti, nel 1952, in USA fu realizzata l'esplosione di una bomba all'idrogeno nella quale una miscela deuterio-tritio viene portata ad una temperatura dell'ordine di cento milioni di gradi per una durata di una frazione di secondo. In un lasso di tempo così breve attraverso il guscio d'uranio della bomba passa un flusso di neutroni superiore di molti ordini a quello prodotto nei reattori nucleari in uno stesso tempo. Nel pulviscolo radioattivo formatosi dopo l'esplosione sono stati rivelati isotopi sconosciuti di plutonio ^{244}Pu e ^{246}Pu. Essi si formano in seguito alla cattura da parte del nucleo ^{238}U di 6 o 8 neutroni e ad un successivo decadimento β^-, cioè

$$^{238}_{92}U + 6^1_0n \rightarrow {}^{244}_{92}U \xrightarrow{\beta^-} {}^{244}_{93}Np \xrightarrow{\beta^-} {}^{244}_{94}Pu, \qquad (94.5)$$

$$^{238}_{92}U + 8^1_0n \rightarrow {}^{246}_{92}U \xrightarrow{\beta^-} {}^{246}_{93}Np \xrightarrow{\beta^-} {}^{246}_{94}Pu. \qquad (94.6)$$

Gli scienziati americani chiesero di avere a disposizione immediatamente una tonnellata di coralli dall'atollo di Bikini, dove ebbe luogo l'esplosione della bomba all'idrogeno. Dopo una lunga lavorazione, da quella quantità di coralli furono estratte quantità esigue del 99-esimo e del 100-esimo elementi battezzati con i nomi di *einsteinio* ($^{253}_{99}Es$) e *fermio* ($^{255}_{100}Fm$) ottenuti in seguito ai processi seguenti. Per esplosione della bomba all'idrogeno alcuni nuclei d'uranio catturano contemporaneamente 15 o 17 neutroni. La successione ulteriore di decadimenti β^- conduce alla formazione di transuranici nuovi:

$$^{238}_{92}U + 15^1_0n \rightarrow {}^{253}_{92}U \xrightarrow{\beta^-} {}^{253}_{93}Np \xrightarrow{\beta^-} \dots \xrightarrow{\beta^-} {}^{253}_{99}Es, \qquad (94.7)$$

$$^{238}_{92}U + 17^1_0n \rightarrow {}^{255}_{92}U \xrightarrow{\beta^-} {}^{255}_{93}Np \xrightarrow{\beta^-} \dots \xrightarrow{\beta^-} {}^{255}_{100}Fm. \qquad (94.8)$$

Attualmente sono noti in totale 14 isotopi di einsteinio con numeri di massa da 243 a 256 e 16 isotopi di fermio con numeri di massa da 242 a 258. L'einsteinio e il fermio sono caratterizzati da periodi di dimezzamento più brevi, rispetto ai processi di fissione spontanea e di emissione di particelle α, di quelli dei transuranici che li precedono. L'isotopo più longevo di einsteinio $^{254}_{99}Es$ ha un periodo di dimezzamento α di circa 480 giorni e quello

più longevo di fermio $^{257}_{100}Fm$ di soli 80 giorni. L'isotopo di fermio $^{256}_{100}Fm$ ha, rispetto alla fissione spontanea, periodo di dimezzamento di circa 160 minuti.

Si potrebbe sperare che i transuranici successivi si possano ottenere, allo stesso modo dell'einsteinio e del fermio, mediante aumento dell'intensità del flusso di neutroni. Ma questa speranza non si è avverata. Negli anni '60 in USA fu realizzata una serie di esplosioni nucleari sotterranee. L'intensità del più intenso flusso di neutroni in esse superava all'incirca di 10 volte il flusso corrispondente dell'esplosione dell'atollo di Bikini. Ma transuranici con numero atomico superiore a quello del fermio non si sono formati. Ciò è dovuto alla fissione spontanea dei nuclei. Nella successione di trasformazioni nucleari compare un nucleo soggetto istantaneamente alla fissione spontanea, che interrompe così la catena.

I metodi trattati non permettono di ottenere nuclei con $Z > 100$. La causa risiede nella densità insufficiente dei flussi neutronici, nella piccola probabilità di cattura di un numero più grande di neutroni e (quel che più importa) nel decadimento radioattivo rapido dei nuclei con $Z > 100$.

7. Per ottenere transuranici con $Z > 100$ si è dovuti ricorrere a un metodo più vecchio applicato già prima della scoperta del neutrone. In questo metodo i nuclei atomici di un medesimo elemento chimico sono bombardati da nuclei atomici di un altro elemento. Per urto fra due nuclei atomici si crea un nucleo atomico nuovo. Esso può essere intermedio, ossia tale da essere soggetto in seguito a decadimento radioattivo con formazione di altri nuclei atomici. Il nucleo bombardato (bersaglio) è l'uranio o un transuranico già ottenuto e come proiettile si usano nuclei atomici più leggeri, le particelle α ad esempio.

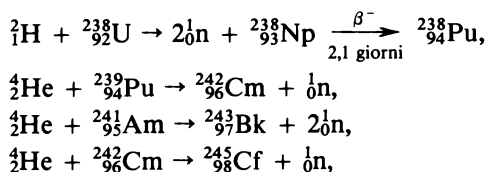
Il difetto di questo metodo è che ambedue i nuclei collidenti hanno carica positiva e perciò si respingono l'un l'altro. Questo si esprime dicendo che fra i nuclei esiste una *barriera di potenziale coulombiana.* Affinché la particella-proiettile penetri all'interno del nucleo-bersaglio per provocare una reazione nucleare è necessario superare questa barriera, il che è più facile realizzare quanto più grande è l'energia della particella-proiettile.

Le particelle α naturali emesse dagli elementi radioattivi possiedono energie relativamente piccole (non superiori a 8 MeV). Queste particelle α riescono a superare la barriera di potenziale solo per effetto tunnel, che è un effetto quantistico, la cui probabilità è molto debole. Per questa ragione, a loro posto si utilizzano particelle α artificiali, cioè ioni di $^{4}_{2}He$ oppure ioni di altri elementi a cui sia stata impressa una elevata accelerazione.

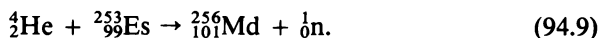
Nel 1940-1950 i fisici avevano a loro disposizione solo acceleratori poco potenti, che potevano accelerare fino ad energie poco elevate i soli nuclei elementari d'idrogeno, ossia i protoni $^{1}_{1}H$ e i deutoni $^{2}_{1}H$ e nuclei d'elio $^{4}_{2}He$ (particelle α). Per realizzare la sintesi di un nuovo transuranico, dapprima si ottenevano nel reattore nuclei di uno dei transuranici noti più pesanti e con

questo si costruiva il bersaglio, e in seguito lo si bombardava con protoni, deutoni o particelle α. Come risultato si otteneva un elemento il cui numero atomico era di una o due unità maggiore di quello del nucleo-bersaglio.

Come esempio citiamo le reazioni nucleari

$$
\begin{aligned}
&{}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow 2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{238}_{93}\mathrm{Np} \xrightarrow[\text{2,1 giorni}]{\beta^-} {}^{238}_{94}\mathrm{Pu},\\
&{}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{239}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{242}_{96}\mathrm{Cm} + {}^{1}_{0}\mathrm{n},\\
&{}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{241}_{95}\mathrm{Am} \rightarrow {}^{243}_{97}\mathrm{Bk} + 2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n},\\
&{}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{242}_{96}\mathrm{Cm} \rightarrow {}^{245}_{98}\mathrm{Cf} + {}^{1}_{0}\mathrm{n},
\end{aligned}
$$

mediante le quali per la prima volta sono stati sintetizzati gli isotopi degli elementi 94, 96, 97 e 98 in USA nel 1940, 1944, 1949 e 1950, rispettivamente. È da notare che dapprima è stato scoperto il curio e in seguito l'americio. Più tardi gli altri isotopi degli stessi elementi vennero ottenuti con altri metodi, in particolare per irradiazione con neutroni dei nuclei di transuranici e dell'uranio stesso. In linguaggio figurato si potrebbe chiamare «artiglieria leggera» la tecnica sperimentale di bombardamento dei transuranici con particelle cariche leggere.

L'ultimo elemento sintetizzato mediante l'«artiglieria leggera» è stato il 101-esimo, chiamato *mendelevio* (${}^{256}_{101}\mathrm{Md}$) in onore del grande chimico russo D. I. Mendeleev. Esso è stato ottenuto a Berkeley (USA) nel 1955 attraverso la reazione

$$
{}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{253}_{99}\mathrm{Es} \rightarrow {}^{256}_{101}\mathrm{Md} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}. \qquad (94.9)
$$

Come bersaglio venne usato uno strato estremamente sottile di atomi dell'isotopo d'einsteinio 253 (in totale circa un miliardo di atomi) depositato su di una foglia d'oro sottilissima (più sottile di un capello umano). Nell'acceleratore di Berkeley (USA) questa foglia veniva sottoposta ad un fascio di particelle α con energia di 41 MeV. La particella α, penetrata nel nucleo d'einsteinio, ne aumenta la carica di 2. Come risultato si forma un nucleo del 101-esimo elemento e un neutrone. Le particelle uscenti incontravano una seconda foglia d'oro e si fermavano su di essa. I chimici riuscirono a raccogliere dalla seconda foglia, nel corso della prima esperienza, solo 17 atomi del 101-esimo elemento. Cionondimeno essi riuscirono a determinare alcune proprietà radioattive e chimiche di questo elemento. I lavori di sintetizzazione del 101-esimo elemento sono stati diretti da A. Ghiorso (n. 1915).

8. Tutti gli elementi transuranici dal 93-esimo al 101-esimo compreso sono stati ottenuti originariamente in USA sotto la direzione di G. Seaborg (n. 1912) e A. Ghiorso. Per ottenere transuranici con numeri atomici più elevati si è dovuti passare dall'«artiglieria leggera» a quella «di calibro medio». Per il bombardamento del bersaglio si cominciò ad usare come proiettili ioni ac-

celerati di carbonio $_6C$, di azoto $_7N$, di ossigeno $_8O$, di neon $_{10}Ne$, di argon $_{18}Ar$. È importante che gli ioni bombardanti siano a più cariche, poiché, a parità di altre condizioni, l'energia acquisita dallo ione nell'acceleratore ciclico è proporzionale al quadrato della carica ionica. A metà degli anni '60 i fisici di Dubna (Russia) e di Berkeley (USA) erano i soli che avevano già a disposizione acceleratori adatti ad accelerare ioni d'argon.

Più tardi per bombardare i bersagli si passò all'uso di ioni di massa più grande,

$$_{26}Fe, \quad _{27}Co, \quad _{28}Ni, \quad _{29}Cu, \quad _{30}Zn, \quad _{32}Ge, \quad _{36}Kr, \quad _{54}Xe,$$

ecc. fino a $_{92}U$ compreso. In altre parole è entrata in azione l'«artiglieria pesante». Quanto più grande è la carica ionica tanto più grande diventa l'energia cinetica alla quale deve essere accelerato lo ione. Infatti, per la fusione del nucleo di uno ione accelerato con il nucleo bersaglio, l'energia cinetica dello ione deve superare l'altezza della barriera di potenziale coulombiana fra i nuclei. E quest'ultima è proporzionale alle cariche di ambedue i nuclei collidenti. La barriera coulombiana per lo zinco ($Z = 30$), ad esempio, è di 15 volte superiore alla barriera coulombiana per la particella α ($Z = 2$), ragione per cui l'uso di ioni pesanti richiede la disponibilità di acceleratori ad alte energie.

Per accelerare ioni allo scopo di ottenere transuranici nuovi, in USA si adoperarono acceleratori lineari di vario tipo, compresi quelli lineari tandem, il cui principio di funzionamento è lo stesso del corrispondente generatore-tandem di Van de Graaff (cfr. § 84, n.2). Anche gli scienziati di Darmstadt (RFT) e di molti altri laboratori del mondo usavano acceleratori lineari. All'Istituto Unito di ricerche nucleari di Dubna (Russia) e nel Laboratorio di reazioni nucleari diretto da G. N. Flerov si usavano ciclotroni per ottenere transuranici nuovi e per lo studio delle loro proprietà. Poichè gli scienziati di Dubna hanno svolto un ruolo importante nello studio dei transuranici, ci soffermiamo in breve sulle caratteristiche dei loro ciclotroni. Non tratteremo i metodi di separazione dell'isotopo transuranico ottenuto dalla miscela o da una sua combinazione con altri elementi nè i metodi di identificazione della carica e del numero di massa del corrispondente nucleo, anche se queste questioni sono non meno complicate e importanti della produzione dell'isotopo stesso.

9. Nel 1961 a Dubna per accelerare gli ioni pesanti venne costruito il ciclotrone U-300, che a quell'epoca era il più potente nel mondo ed adatto alla sintesi di elementi transuranici nuovi. (Il numero 300 significa che il diametro delle espansioni polari nel ciclotrone è di 300 cm, e più precisamente di 310 cm. Analogamente i simboli U-200 e U-400 significano che i ciclotroni corrispondenti hanno diametri delle espansioni polari di 200 e di 400 cm, rispettivamente.)

L'energia acquisita dallo ione nel ciclotrone è proporzionale al quadrato della carica ionica q, al quadrato del raggio r delle espansioni polari e al

quadrato dell'intensità del campo magnetico H (cfr. problema 2 del presente paragrafo). La massa del magnete del ciclotrone U-300 è di 2200 tonnellate, la potenza del generatore ad alta frequenza che alimenta il ciclotrone è di 500 kW, la tensione fra gli elettrodi ad alta frequenza è di 260 kV.

Nel 1966 a Dubna entrò in funzione un ciclotrone nuovo, U-200, uno dei migliori nella sua classe (cioè fra gli acceleratori con lo stesso diametro del magnete). Esso possiede una elevatissima intensità del fascio di ioni leggeri, il che è di grande importanza per la sintesi di transuranici. Nei ciclotroni precedenti della stessa classe l'intensità del campo magnetico era di regola tra i 14 ed i 16 kGs con una variazione di ampiezza rispetto a questo valore di circa 4 kGs. Nel ciclotrone U-200 si è riusciti a portare l'intensità del campo fino a 20 kGs e l'ampiezza fino a 6 kGs. Come risultato, l'energia delle particelle accelerate nel ciclotrone si è raddoppiata, a seguito della sua dipendenza dal campo magnetico. Nel ciclotrone U-200 per la prima volta sono stati sintetizzati isotopi del 106-esimo e del 107-esimo elemento, dei quali parleremo in dettaglio più avanti.

Dal momento dell'entrata in funzione del ciclotrone U-200 si è aperta la possibilità di aumentare l'energia degli ioni accelerati combinando il ciclotrone U-300 con quello più piccolo U-200. È stato ottenuto così un *ciclotrone tandem,* funzionante secondo un principio simile a quello del generatore tandem di Van de Graaff (cfr. § 84, n. 2). Nel ciclotrone tandem lo ione viene accelerato dapprima dal ciclotrone U-300 e in seguito passa nel ciclotrone U-200 passando preliminarmente attraverso una pellicola di carbone di spessore di 0,2 μm. Nella pellicola il guscio elettronico dello ione viene in parte strappato per cui la carica positiva dello ione aumenta. Grazie a questo fatto si ha la possibilità di accelerare ulteriormente lo ione nel ciclotrone U-200, benché esso sia più piccolo del U-300. Questo metodo non è stato molto utilizzato per la sua complessità e, soprattutto, perché l'intensità dei fasci ionici uscenti è molto piccola.

Come è stato detto precedentemente, nel ciclotrone U-200 sono state realizzate ricerche importanti di sintesi di elementi transuranici. Ma esso è stato progettato come modello più piccolo del ciclotrone U-400, entrato in funzione alla fine di dicembre del 1979. Il ciclotrone U-400 è concepito come acceleratore specializzato per ottenere fasci di ioni accelerati di massa media, dal neon ^{20}Ne all'argento ^{108}Ag. Nella sua costruzione è stato tenuto conto dell'esperienza già acquisita nella costruzione, modernizzazione e nello sfruttamento dei ciclotroni U-300 e U-200 e del ciclotrone tandem. Come risultato, è stato costruito U-400, il migliore acceleratore mondiale nella sua classe. In particolare, con lo stesso peso dell'elettromagnete e la stessa corrente di alimentazione che in U-300, l'intensità dei fasci accelerati dal ciclotrone U-400 è aumentata di centinaia di volte.

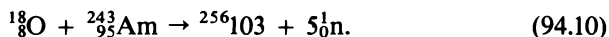
10. Trattiamo ora la questione della sintesi di elementi transuranici successivi al mendelevio, 101-esimo elemento. Nel 1956 si iniziarono i lavori per la sintesi del 102-esimo elemento all'Istituto di fisica Nobel di Stoccolma,

all'Università californiana di Berkeley e all'Istituto di Fisica atomica di Mosca.

Non trascorse un anno che dall'Istituto Nobel comunicarono che nel ciclotrone di Stoccolma per bombardamento di un bersaglio di curio $^{244}_{96}Cm$ con ioni di carbonio $^{13}_{6}C$ erano stati rivelati atomi del 102-esimo elemento. Gli autori del lavoro proposero di chiamare *nobelio* ($_{102}No$) il nuovo elemento in onore del fondatore del famoso premio. Tuttavia qualche mese più tardi gli scienziati di Berkeley, che avevano ripetuto esattamente l'esperienza di Stoccolma, non trovarono tracce della attività con le proprietà descritte. I ricercatori di Berkeley comunicarono i loro dati su presunte proprietà del 102-esimo elemento, che in seguito furono smentiti. Perciò neanche il loro lavoro si concluse con la certezza della scoperta del 102-esimo elemento.

Per la prima volta l'elemento 102, e più precisamente il suo isotopo $^{254}102$[1] è stato sintetizzato con certezza a Dubna nel 1963 mediante bombardamento di $^{238}_{92}U$ con ioni $^{22}_{10}Ne$ e stabilito correttamente l'ordine di grandezza del periodo di dimezzamento dell'isotopo sintetizzato (valore preciso di questo periodo è 55 s). È questo lavoro a poter pretendere la priorità sulla scoperta del 102-esimo elemento. In seguito i dati ottenuti a Dubna su tutti gli isotopi dell'elemento 102 sono stati accordati con quelli ottenuti a Berkeley.

Nel 1961 da Berkeley è giunto un comunicato sulla sintesi dell'isotopo $^{257}103$. L'elemento con $Z = 103$ ebbe il nome di *laurenzio* dal nome di Lawrence, ideatore del ciclotrone. Tuttavia i dati sull'isotopo $^{257}103$ non erano corretti e gli autori stessi erano in dubbio se il numero di massa dell'isotopo scoperto fosse 257 o invece 258 o 259. Nel 1965 a Dubna è stato scoperto con certezza l'isotopo $^{256}103$ mediante bombardamento dell'americio con atomi di un isotopo d'ossigeno:

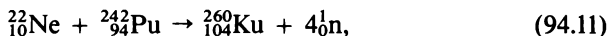
$$^{18}_{8}O + ^{243}_{95}Am \rightarrow ^{256}103 + 5^{1}_{0}n. \quad (94.10)$$

Inoltre, sono stati ottenuti dati corretti sulle caratteristiche del nuovo isotopo scoperto $^{256}103$. Perciò si può affermare che l'elemento 103 è stato sintetizzato per la prima volta a Dubna nel 1965.

Gle elementi 102 e 103 non hanno ancora nomi universalmente accettati. Gli scienziati dei ex paesi socialisti che lavorano all'Istituto Unito di ricerche nucleari di Dubna, dove per la prima volta sono stati sintetizzati con certezza gli elementi suindicati, hanno proposto di chiamare l'elemento 102 *joliotio* (Jl) in onore di Frederic Joliot-Curie e l'elemento 103 *rutherfordio* (Rf) in onore di Rutherford. Questa proposta non è stata ancora accettata da tutti e la discussione attorno alla priorità della scoperta degli elementi 102 e 103 e attorno a loro nomi continua. Questa è la ragione per cui usiamo convenzionalmente i loro primi nomi di nobelio e di laurenzio.

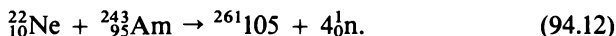
---

[1] Il simbolo $^{254}102$ significa che il numero ordinale dell'elemento è 102 e il numero di massa 254. Questa scrittura simbolica si usa quando il nome dell'elemento non è ancora stabilito.

Nel 1964 a Dubna nel ciclotrone U-300 è stato sintetizzato il 104-esimo elemento (più precisamente l'isotopo $^{260}104$) chiamato *kurciatovio* (Ku) in onore di I. V. Kurčatov (1903-1960), insigne fisico russo e organizzatore della ricerca scientifica. Per sintetizzare questo elemento vennero usati come proiettili ioni di neon $^{22}_{10}Ne$ con energia di 115 MeV e come bersaglio $^{242}_{94}Pu$. Si verificava la reazione nucleare

$$^{22}_{10}Ne + ^{242}_{94}Pu \rightarrow ^{260}_{104}Ku + 4^{1}_{0}n, \qquad (94.11)$$

nel corso della quale si otteneva l'isotopo di kurciatovio indicato. Attualmente sono stati scoperti in tutto otto isotopi di kurciatovio.

11. In tutti i metodi suindicati per ottenere elementi transuranici mediante bombardamento di nuclei bersagli con ioni carichi, il bersaglio è costituito da uranio o da un transuranico già ottenuto. L'ultimo elemento ottenuto con questo metodo è stato il 105-esimo sintetizzato a Dubna nel 1970 in seguito alla reazione

$$^{22}_{10}Ne + ^{243}_{95}Am \rightarrow ^{261}105 + 4^{1}_{0}n. \qquad (94.12)$$

Esso ha ricevuto il nome di *nielsbohrio* (Ns) in onore di N. Bohr.

Nel 1973 J. Z. Oganessjan (Dubna) ha proposto di usare al posto di bersagli radioattivi pesanti il piombo ordinario. Questa proposta è basata sulle considerazioni seguenti. Il nucleo proiettile deve essere accelerato ad una energia cinetica enorme, sufficiente per superare la barriera di potenziale coulombiana fra questo nucleo e il nucleo bersaglio. Supponiamo che, in seguito all'interazione fra i due nuclei, si crei un nucleo composto. Esso si ottiene in uno stato fortemente eccitato o, come si suole dire, in uno stato fortemente «riscaldato». In seguito avviene il «raffreddamento» del nucleo.

Dal punto di vista del modello a goccia, il meccanismo di raffreddamento è analogo a quello descritto nel paragrafo precedente (cfr. n. 11). Il nucleo composto fortemente eccitato comincia ad oscillare. Se le sue oscillazioni sono sufficientemente intense il nucleo acquista la forma di manubrio (cfr. fig. 159, posizione 3). Dal collo del manubrio, come è stato precisato nel paragrafo precedente, cominciano ad evaporare con intensità i neutroni istantanei. È questa evaporazione a provocare il raffreddamento del nucleo composto. Nell'emettere un neutrone il nucleo può dividersi in due parti e può non farlo. L'evaporazione di un neutrone senza fissione del nucleo è un processo che è 100 volte meno probabile dell'evaporazione accompagnata da fissione. Per emissione di due neutroni la quota di nuclei non soggetti a fissione diminuisce più di $100^2 = 10\,000$ volte, per emissione di tre neutroni più di $100^3 = 1\,000\,000$ volte, ecc.

Quindi, più neutroni emette il nucleo composto per formare un nuovo elemento transuranico tanto meno probabile è la comparsa di quest'ultimo.

Supponiamo dapprima che il bersaglio sia un nucleo poco stabile o «soffice». Per fusione con il nucleo proiettile soltanto una piccola parte dell'energia di quest'ultimo è consumata per rendere ancora meno stabile il nucleo

composto formato. La maggior parte dell'energia del nucleo proiettile viene consumata per eccitare il nucleo composto già «soffice». Perciò quest'ultimo risulta fortemente eccitato o «caldo». Questa situazione si verifica quando il bersaglio è un nucleo radioattivo pesante. Così, usando ioni di C, O, Ne e come bersagli Pu, Cm, Cf si creano nuclei fortemente eccitati con energia d'eccitazione di 40-60 MeV. Ogni neutrone evaporato deve portare seco in media un'energia di 10-12 MeV, in modo che, perché il nucleo composto si disecciti e formi un transuranico più stabile, dal nucleo composto devono uscire almeno 5 neutroni. A confermare questa affermazione possono servire le reazioni nucleari (94.10), (94.11) e (94.12) considerate precedentemente. Quindi, la probabilità di formazione di un elemento transuranico sarà molto piccola.

Supponiamo ora che il bersaglio sia invece un nucleo molto stabile, cioè un nucleo «saldamente impacchettato». Allora il nucleo proiettile riduce la sua compattezza, ma consuma parte notevole dell'energia. L'energia restante viene consumata per eccitare il nucleo composto formato, che risulta quindi meno eccitato o «freddo».

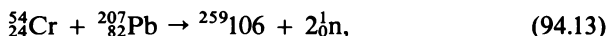
I nuclei più stabili e saldamente impacchettati sono quelli magici e, in particolare, quelli doppiamente magici. Nei nuclei con numero magico di protoni l'energia, rapportata al numero di neutroni N, è minima. L'energia è minima anche nei nuclei con numero magico di neutroni, se la si valuta in funzione del numero di carica Z. Per i numeri doppiamente magici l'energia è minima se la si valuta in funzione di entrambe le variabili Z e N. Il nucleo dell'isotopo di piombo $^{208}_{82}Pb$ ($Z = 82$, $N = 126$) è doppiamente magico, mentre tutti gli altri nuclei di questo elemento sono semplicemente magici ($Z = 82$, $N \neq 126$). Magico è anche il nucleo di bismuto $^{209}_{83}Bi$. Usando come bersagli questi nuclei, si ottiene un nucleo composto relativamente poco eccitato. Se il nucleo di piombo saldamente impacchettato viene bombardato con ioni di argon, titanio, cromo l'energia d'eccitazione del nucleo composto risulta relativamente bassa (di 10-15 MeV), cosicché per eliminare l'eccitazione è sufficiente l'emissione di uno-due neutroni. Come esempio possono servire le reazioni nucleari (94.13) e (94.14), che saranno indicate più avanti.

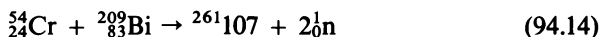
Sulla base di quanto detto, si poteva sperare che il metodo della cosiddetta sintesi «fredda» o «magica» di elementi transuranici, proposto da Oganessjan, fosse più efficace del metodo in cui il bersaglio è costituito da elementi radioattivi pesanti. Queste speranze non andarono deluse.

12. L'efficacia del metodo di Oganessjan è stata provata a Dubna soprattutto bombardando un bersaglio di piombo $_{82}Pb$ con ioni accelerati di $_{22}Ti$. Come risultato sono stati scoperti tre nuovi isotopi di kurciatovio $_{104}Ku$ (a seconda di quali isotopi di piombo e di titanio si usano). Benché il numero di ioni accelerati di titanio fosse centinaia di volte inferiore a quello degli ioni di neon nella reazione (94.11), lo studio delle proprietà di ogni isotopo di kurciatovio ha richiesto soltanto qualche decina di ore di lavoro del ciclotrone

U-300, mentre la prima esperienza, nel corso della quale era stato sintetizzato il 104-esimo elemento, aveva richiesto più di 10^4 ore di funzionamento.

Nel 1974 con il metodo di Oganessjan è stato scoperto a Dubna il 106-esimo elemento. Esso è stato ottenuto nella reazione

$$^{54}_{24}Cr + ^{207}_{82}Pb \rightarrow ^{259}106 + 2^{1}_{0}n, \tag{94.13}$$

e nel 1976 nella reazione

$$^{54}_{24}Cr + ^{209}_{83}Bi \rightarrow ^{261}107 + 2^{1}_{0}n \tag{94.14}$$

è stato sintetizzato il 107-esimo elemento. Simultaneamente sono stati ottenuti nuovi isotopi degli elementi che li precedono nel sistema periodico di Mendeleev, ossia dal centesimo fino al centocinquesimo elemento.

Un gruppo di sperimentatori di Darmstadt (RFT), lavorando con l'acceleratore lineare «Unilak», ha sintetizzato con il metodo di Oganessjan un nuovo isotopo del 107-esimo elemento, ha riprodotto e confermato molti altri risultati dei ricercatori di Dubna ed ha ottenuto tutta una serie di dati nuovi.

I tentativi ulteriori di sintetizzare il 109-esimo elemento nella reazione fra il bismuto ^{209}Bi e il ferro ^{58}Fe hanno incontrato serie difficoltà sia a Dubna che a Darmstadt. È stato trovato che la probabilità di formazione del 109-esimo elemento è di decine di volte inferiore alla probabilità di formazione del 107-esimo elemento. Nel 1982 in una esperienza dei fisici della RFT, che è durata 12 giorni ininterrottamente, è stato registrato un solo evento che poteva essere attribuito alla disintegrazione del 109-esimo elemento di massa atomica 266. Per ottenere un progresso era necessario che la sensibilità dell'esperienza fosse aumentata di decine di volte. Questo progresso è stato raggiunto a Dubna, dove negli anni 1982-1983, nel corso di un'esperienza di 260 ore, sono stati registrati otto eventi da cui risultava la formazione di nuclei dell'elemento 109. Malgrado un effetto così piccolo, si sono potute trarre alcune prime conclusioni sulle proprietà del nuovo elemento.

All'inizio del 1984 a Dubna sono stati sintetizzati due isotopi dell'elemento 108 con masse atomiche 264 e 265. Questi isotopi sono stati ottenuti bombardando gli isotopi di piombo $^{207}_{92}Pb$ e $^{208}_{92}Pb$ con ioni di ferro ^{58}Fe. L'isotopo con massa atomica 265 è stato sintetizzato quasi contemporaneamente anche a Darmstadt. Sempre nel 1984 nel corso di tre reazioni nucleari realizzate nel nuovo ciclotrone U-400 (reazioni di piombo con ferro e di bismuto con manganese) sono stati registrati 44 casi di disintegrazione dei tre isotopi del 108-esimo elemento con masse atomiche 263, 264 e 265. Tutti hanno una vita molto corta e si disintegrano emettendo particelle α. Quanto alla fissione spontanea, essi sono longevi quanto gli elementi 104 e 106, una conclusione molto importante per la teoria e la pratica.

Contemporaneamente tre nuclei del 108-esimo elemento (più precisamente dell'isotopo $^{265}108$) sono stati registrati in una reazione nucleare analoga nell'acceleratore «Unilak» da un gruppo di fisici della RFT. Avendo a

disposizione, unico al mondo, uno spettrografo di massa estremamente selettivo, i fisici tedeschi hanno stabilito importanti caratteristiche dell'isotopo $^{265}108$: il periodo di dimezzamento circa 2 ms, e l'energia delle particelle α di 10,4 MeV.

Secondo informazioni pubblicate sulla stampa specializzata verso la metà del 1987, l'elemento numero 110 ha visto la luce. Il nucleo di questo elemento è stato creato all'Istituto Unito per le Ricerche nucleari di Dubna (Russia) sottoponendo il torio ed alcuni isotopi di uranio a bombardamento con un potente fascio di nuclei di calcio e di argon opportunamente accelerati. Sono stati ottenuti circa 40 nuclei dell'elemento 110. La vita media di questi nuclei risulta di 1/100 di secondo: per un elemento così pesante si tratta di una durata di vita eccezzionalmente lunga. Non è escluso che questo sia un'indicazione che proverebbe l'esistenza di un'isola di stabilità per gli elementi superpesanti. Secondo le teorie moderne, questa isola si troverebbe tra gli elementi di numero atomico 110 e 114 (cfr. n. 13).

13. Gli elementi transuranici presentano tutte le forme di decadimento radioattivo conosciute. Tra queste il decadimento β è un processo relativamente lento; per i nuclei aventi uno $Z > 100$ e con una durata di vita corta rispetto al decadimento α e alla fissione spontanea, il ruolo del decadimento β è poco importante. All'aumentare di Z la concorrenza fra la fissione spontanea e i decadimenti α e β si manifesta in modo più netto.

È l'instabilità rispetto alla fissione spontanea a determinare la frontiera superiore del sistema periodico degli elementi. Il periodo di dimezzamento rispetto alla fissione spontanea del $^{238}_{92}U$ è di 10^{16} anni, del $^{239}_{94}Pu$ di 10^{10} anni, del $^{255}_{100}Fm$ di 20 ore. Per il $^{260}_{104}Ku$ esso diminuisce fino a 0,1 s e per gli elementi 106 e 107 i periodi vengono valutati in millesimi di secondo.

È naturale domandarsi: perché i fisici si accaniscono per ottenere elementi della vita così breve ed a studiare le loro proprietà? Per di più, questi elementi vengono prodotti in quantità trascurabilmente esigue, talvolta soltanto qualche atomo. Ciò presenta grande interesse, certamente, sotto un aspetto puramente scientifico, ma è difficile aspettarsi che gli elementi considerati possano trovare un'applicazione pratica. Tuttavia questa conclusione è ancora prematura.

Nel 1966 V. M. Strutinskij propose un metodo di calcolo delle schell nucleari che riproduceva correttamente il cambiamento periodico delle proprietà dei nuclei studiati. Estrapolando le leggi così trovate alla zona inesplorata si è cercato di predire le proprietà degli elementi transuranici non ancora scoperti. Nel decennio successivo i fisici di vari paesi eseguirono calcoli, sfruttando elaboratori elettronici, trovando che i nuclei con numero di protoni 114 o numero di neutroni 184 devono essere magici, e il nucleo $^{298}114$ dovrebbe essere doppiamente magico.

Gli elementi ipotetici con numero di protoni vicino a 114 e numero di neutroni attorno a 184 si chiamano *superelementi* e i loro nuclei *supernuclei*. È lecito aspettarsi che i supernuclei debbano essere caratterizzati

da una stabilità elevata, che si manifesta in una durata di vita relativamente grande. Perciò l'insieme dei valori Z e A dei superelementi si chiama *isola di stabilità.*

I modi fondamentali di disintegrazione dei supernuclei sono la fissione spontanea e il decadimento α. Secondo la teoria il più stabile rispetto alla fissione spontanea deve essere il supernucleo $^{298}114$ doppiamente magico. Tuttavia la durata di vita, rispetto al decadimento α, diminuisce fortemente in tutti i nuclei all'aumentare del numero di carica Z. La concorrenza fra il decadimento α e la fissione spontanea implica, secondo la teoria, che il più longevo tra i superelementi sarà l'isotopo $^{294}110$. La teoria fornisce come valore più probabile per la sua durata di vita il valore di 10^8-10^9anni. Tuttavia questa conclusione è basata sulla teoria del nucleo che è ben lungi dall'essere perfetta, anzi una teoria soddisfacente non è ancora stata creata. Non è escluso che la durata vera sia maggiore o minore di molte volte di quella suindicata e che il nucleo più longevo abbia numero di carica compreso fra 108 e 126.

Il comportamento, che la teoria prevede per gli elementi ipotetici nell'intorno del nucleo magico $^{298}114$, è caratterizzato da un brusco cambiamento della stabilità e della durata di vita anche per variazioni piccolissime di uno dei numeri Z e N. Così, se nel nucleo più longevo $^{294}110$ si cambia di due-tre unità il numero di protoni o di neutroni, la durata della sua vita diminuirà, secondo la teoria, di milioni di volte. Questo effetto è analogo a quello che si osserva per gli elementi ordinari nell'intorno del precedente nucleo doppiamente magico $^{208}_{82}Pb$. Questo nucleo è così stabile che nessuno è riuscito ad osservarne il suo decadimento radioattivo. Ma basta aggiungergli un solo neutrone perché la durata di vita dell'isotopo $^{209}_{82}Pb$ diminuisca fino a 4,8 ore per il decadimento β^-.

Quindi, in teoria, all'avvicinarsi ai superelementi la durata di vita varia irregolarmente. All'aumentare del numero atomico essa ora diminuisce ora aumenta di nuovo, e potrebbe anche raggiungere valori molto grandi per alcuni isotopi nell'isola di stabilità, tanto che si potrebbero considerare praticamente stabili. Sotto questo aspetto gli elementi nell'intorno del nucleo doppiamente magico $^{298}114$ si comportano analogamente agli elementi nell'intorno del precedente nucleo doppiamente magico $^{208}_{82}Pb$. Il tallio ($Z = 81$) e il piombo e il bismuto che lo seguono hanno isotopi con durata di vita talmente lunga da non poterla misurare. Il bismuto è seguito da elementi radioattivi: polonio ($Z = 84$), astato ($Z = 85$), radon ($Z = 86$)... Tutti gli isotopi degli elementi dal polonio all'attinio si trasformano in nuclei figli in un tempo molto breve. Tuttavia i periodi di dimezzamento degli isotopi più stabili dell'uranio e del torio, elementi con grandi numeri atomici, valgono 4,5 e 14 miliardi d'anni, rispettivamente, e sono comparabili con l'età della Terra. Il nettunio, il plutonio, l'americio e il curio sono meno radioattivi del polonio e del radio sebbene i loro numeri atomici siano notevolmente più elevati.

14. Se l'ipotetica isola di stabilità esiste veramente e se si riuscirà a trovare il metodo di sintetizzare dei superelementi longevi in quantità macroscopiche, il significato scientifico e tecnico di questa scoperta sarebbe difficile sopravvalutare. Perciò è chiaro l'interesse degli scienziati per la questione dei superelementi.

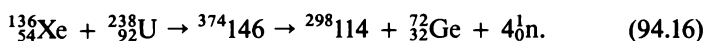
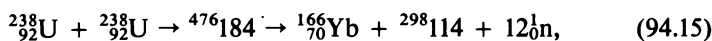
La questione di esistenza dei superelementi, in particolare di quelli stabili e longevi, può essere risolta definitivamente soltanto per via sperimentale. A tale scopo si può ricorrere al già considerato metodo di sintesi degli elementi transuranici mediante fusione del nucleo bersaglio con il nucleo proiettile, con raffreddamento successivo del nucleo composto formatosi per emissione di neutroni. Accanto a questo metodo ne esiste un altro che consente di ottenere elementi transuranici, ossia il metodo di fissione dei nuclei proposto da G. N. Flerov nel 1965. L'idea di questo metodo è di bombardare l'uranio con ioni pesanti accelerati (Xe, U). Il nucleo proiettile si attacca per un breve lasso di tempo (dell'ordine di 10^{-21} s) al nucleo bersaglio formando così un nucleo, a forma di manubrio, fortemente surriscaldato che ruota rapidamente attorno al suo baricentro (cfr. problema 4 del presente paragrafo). In questo breve lasso di tempo qualche decina di nucleoni ha la possibilità di passare da una metà del nucleo all'altra. In seguito sotto l'azione della enorme forza centrifuga il nucleo si spacca. I frantumi essendo fortemente surriscaldati sono soggetti a fissione essi stessi. Per fissione si formano centinaia di isotopi degli elementi più disparati, compresi quelli pesanti.

Infatti, già nella prima esperienza a Dubna nel ciclotrone tandem sono stati rivelati nuclei con eccesso di neutroni di elementi transuranici pesanti, che prima si ottenevano soltanto nelle esplosioni termonucleari.

In seguito esperienze analoghe sono state realizzate più volte sia a Dubna che in altri paesi, in particolare a Darmstadt (RFT), dove funziona il più potente accelaratore di ioni d'uranio che usa come bersaglio targhette d'uranio. Gli scienziati tedeschi hanno constatato che i nuclei deformati a forma di manubrio quasi sempre si dividono in due nuclei d'uranio uguali. Frantumi più pesanti e leggeri si incontrano raramente. Più grande è la differenza tra le masse dei frammenti derivanti dalla fissione, tanto meno probabile è questa divisione. Si sperava che fra gli isotopi formatisi dopo la fissione comparissero quelli dei superelementi, ma questa speranza non è stata confermata. Con grande difficoltà è stata ottenuta una quantità trascurabilmente esigua del 102-esimo elemento.

15. In numerosi laboratori del mondo si fecero tentativi di trovare reazioni nucleari nelle quali si potessero produrre i nuclei magici $^{298}114$, anche in quantità trascurabili. Come esempio possono servire le reazioni ipotetiche

$$^{238}_{92}\mathrm{U} + {}^{238}_{92}\mathrm{U} \to {}^{476}184 \to {}^{166}_{70}\mathrm{Yb} + {}^{298}114 + 12{}^{1}_{0}\mathrm{n}, \qquad (94.15)$$

$$^{136}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{238}_{92}\mathrm{U} \to {}^{374}146 \to {}^{298}114 + {}^{72}_{32}\mathrm{Ge} + 4{}^{1}_{0}\mathrm{n}. \qquad (94.16)$$

Tuttavia nessuno è riuscito a realizzare reazioni ipotetiche di questo tipo. Quindi, la questione dell'esistenza dell'isola di stabilità resta ancora senza risposta.

16. I superelementi o le loro tracce, forse, si devono cercare in natura, sulla Terra o, meglio, nei meteoriti? Senza soffermarci sui dettagli, ci limitiamo ad alcune osservazioni di principio relative a questa questione molto difficile.

I nuclei d'uranio e di ogni elemento transuranico sono soggetti a fissione spontanea. I frammenti, nell'istante di formazione, possiedono grande energia cinetica, dell'ordine di 100 MeV. Se la fissione è avvenuta in un mezzo cristallino (in un minerale) il frammento lungo il suo percorso provoca numerose distruzioni prima di fermarsi poiché gli atomi nel reticolo sono legati da forze relativamente deboli e per spezzare tali legami sono sufficienti 2-3 eV. I frammenti lasciano nel mezzo delle tracce a forma di canali microscopici. Dopo un attacco chimico del minerale con un appropriato acido o base, questi canali vengono allargati di centinaia di volte poiché la sostanza delle zone cristalline distrutte viene attaccata più facilmente delle zone intatte. Le tracce così allargate si possono osservare facilmente mediante un microscopio ottico ordinario (con ingrandimento di 100 e più volte).

I prodotti di fissione che si accumulano sono isotopi di elementi che si trovano verso la metà del sistema periodico. Essi possono essere separati dal minerale in esame, ad esempio riscaldandolo fino a 1000 °C e più (in tale caso l'attacco chimico del minerale diventa inutile), e in seguito analizzati mediante lo spettrografo di massa. La composizione isotopica di questo o quel elemento consente di concludere univocamente quali nuclei abbiano subito una fissione spontanea, in seguito alla quale si sono formati gli elementi che sono stati separati. Certamente nel tempo trascorso dal momento di formazione degli isotopi, parte di essi possono essere andati perduti. Tuttavia questa circostanza è inessenziale poiché nel metodo considerato è importante la sola composizione isotopica *relativa* e non la quantità assoluta di isotopi formati. Quanto alla composizione isotopica relativa di un medesimo elemento, essa non cambia per diffusione di isotopi.

Nel metodo indicato conviene usare gli isotopi di xenon poiché la presenza naturale di questo elemento nei minerali terrestri e cosmici è molto piccola, cioè milioni e miliardi di volte inferiore a quella di altri elementi chimici. Perciò anche aggiunte insignificanti di xenon, che si forma per fissione, possono venir facilmente rivelate sul debole fondo di xenon ordinario contenuto, per esempio, nell'atmosfera. Per altri elementi il fondo naturale nasconde completamente queste aggiunte.

Per rivelare tracce di una fissione spontanea dei nuclei di superelementi, sono più adatti i minerali di origine cosmica e non terrestre. Infatti, sulla Terra queste tracce non si possono conservare per lungo tempo come invece è possibile nei meteoriti. Esse sono scomparse dalla Terra sotto l'influsso di numerosi fattori distruttori. Nello studio del problema considerato si dà la preferenza ai *meteoriti acondriti*, ossia quelli nella composizione dei quali sono presenti *condri*, cioè gocce pietrificate di sostanze silicee, costituite, forse, già nello stadio iniziale di formazione del Sistema solare. Le dimensioni dei condri oscillano da frazioni di millimetro a qualche centimetro.

17. Lo studio dei cristalli minerali, estratti da alcuni meteoriti acondriti, ha rivelato milioni di tracce di frantumi di fissione di nuclei sconosciuti su ogni centimetro quadrato. Ma i nuclei stessi non sono stati rivelati. È naturale supporre che, avendo vita media troppo corta, dalla formazione del Sistema solare essi si siano disintegrati completamente. Quali sono questi nuclei?

Come è stato già detto nel n. 6, nelle esplosioni termonucleari è stato rivelato il plutonio 244, l'elemento più longevo fra tutti gli elementi transuranici noti (periodo di dimezzamento del ^{244}Pu è di $8,3 \cdot 10^7$ anni). La materia, in uno stato simile a quello prodotto da un'esplosione termonucleare, ma in quantità cosmiche, esisteva nel periodo di formazione del Sistema solare, cioè in quello di formazione degli elementi chimici. È indubbio che in quel periodo venne formato il plutonio 244 e gli altri elementi transuranici, ma attualmente essi sono scomparsi completamente dalla Terra a causa del loro tempo di vita relativamente breve.

Le tracce di fissione spontanea lasciate nei meteoriti acondriti non possono appartenere ai nuclei d'uranio 238 o di torio 232 poiché, in caso contrario, questi elementi longevi sarebbero stati trovati nei meteoriti come si trovano sulla Terra. Si può supporre che queste tracce appartengano ai nuclei transuranici. Tuttavia tutti gli elementi transuranici noti con vita relativamente breve debbono essere immediatamente esclusi poiché si sarebbero disintegrati molto prima della pietrificazione dei meteoriti. Fa eccezione il solo transuranico più longevo, ossia il plutonio 244. È l'unico elemento che poteva lasciare le tracce considerate e in seguito scomparire completamente molto prima dell'epoca moderna. Questa ipotesi è stata confermata sperimentalmente.

Nei meteoriti esistono non solo le tracce lasciate dai frammenti di fissione dei nuclei, ma anche i frammenti stessi sotto forma di atomi corrispondenti. Questi atomi possono essere in parte estratti dai meteoriti riscaldandoli a temperatura di 1000-1200 °C ed è possibile determinare, mediante lo spettrografo di massa, la composizione isotopica del gas ottenuto. Si trova che in questo gas fra altri isotopi esistono quelli dello xenon che presentano un interesse del tutto eccezzionale. Come è stato sottolineato precedentemente, è importante conoscere solamente il contenuto relativo di isotopi di xenon e non la sua quantità totale contenuta nel meteorite.

D'altra parte, il flusso di neutroni proveniente da un reattore nucleare produce una grande quantità di elementi, compreso anche ^{244}Pu. Qualche milligrammo di questo isotopo è stato messo in un'ampolla di quarzo sotto vuoto chiusa ermeticamente. Per fissione spontanea dei nuclei di plutonio nell'ampolla, fra gli altri prodotti, si forma anche lo xenon. Circa due anni dopo l'ampolla è stata aperta e lo xenon formato è stato analizzato mediante lo spettrografo di massa. Benché durante quel periodo si sia disintegrata per fissione una parte infinitesima del plutonio 244, tuttavia grazie all'alta sensibilità degli apparecchi moderni essa è stata sufficiente per lo studio della composizione isotopica dello xenon ottenuto. È stato trovato che questa composizione è la stessa che si trova nei meteoriti acondriti. Ne risulta che le tracce della fissione osservate nei meteoriti sono state lasciate da nuclei di plutonio 244.

18. Così è nata l'idea di cercare le tracce della fissione dei nuclei degli ipotetici superelementi nei meteoriti condriti carboniosi. (Si dicono carboniosi i meteoriti nella cui composizione sono presenti minerali e composti contenenti carbonio. Queste sostanze contengono condri.) Le tracce della loro preesistenza si potevano rivelare sulla base della composizione isotopica dello xenon in meteoriti. Questa idea si basava sulle considerazioni seguenti. Sulla base della meccanica quantistica, utilizzando calcolatori elettronici, è stata calcolata la struttura dei gusci elettronici degli atomi superpesanti ipotetici e, quindi, determinate le loro proprietà chimiche. Si trova che i superelementi più stabili devono essere analoghi chimici di elementi molto volatili come il piombo. E fra tutti i meteoriti i più ricchi di questi elementi sono quelli carboniosi.

Dai meteoriti condriti carboniosi mediante riscaldamento fino a 1000-1200 °C sono stati ottenuti gli isotopi con eccesso di neutroni ^{136}Xe, ^{134}Xe, ^{132}Xe e ^{131}Xe. Sembrava che questi isotopi potessero essere prodotti per fissione dei nuclei di un transuranico. Ma tutti i nuclei dei transuranici noti producono per fissione lo xenon con altra composizione isotopica. Dapprima questo risultato è stato accettato quale dimostrazione della esistenza, in tempi lontani, di un superelemento, la cui fissione dava lo xenon della composizione isotopica osservata. Tuttavia questa conclusione è stata respinta. Infatti, per fissione si ottengono dapprima nuclei con eccesso di neutroni soggetti a decadimento β^- (cfr. § 93, n. 11). Dopo il decadimento β^- essi si trasformano in nuclei stabili di xenon. Questi nuclei stabili devono avere anch'essi un eccesso di neutroni. Per fissione non si possono ottenere nuclei di xenon poveri di neutroni. Tuttavia proprio questi ultimi sono presenti nei meteoriti. Si trova che più grande è il numero di nuclei stabili con eccesso di neutroni tanto più grande è il numero di nuclei stabili poveri di neutroni. Ciò è in disaccordo con l'ipotesi che tutti gli isotopi stabili di xenon che si trovano nei meteoriti siano stati prodotti per fissione. Altre prove di controllo hanno confermato questa conclusione.

Quindi, lo studio della composizione isotopica dello xenon nei meteoriti non ha fornito prove di esistenza attuale o nel passato remoto di superelementi. Altri metodi, basati sulla misurazione della lunghezza delle tracce nei meteoriti e sulla Terra, non hanno fornito una risposta esauriente sul problema dell'esistenza dei superelementi. Occorrono altre ricerche.

Problemi

1. Per una valutazione qualitativa dell'influsso della cattura elettronica sulla stabilità del guscio elettronico dell'atomo, si può supporre che la cattura di elettroni si verifichi istantaneamente dall'orbita di Bohr con numero quantico principale n. Partendo da questa ipotesi stimare il più piccolo valore di Z sopra il quale la stabilità del guscio elettronico dell'atomo è impossibile supponendo che $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

Soluzione. Questa idea è equivalente all'ipotesi che all'interno di una sfera di raggio uguale a quello dell'n-esima orbita di Bohr non esistano elettroni e che la dimensione del nucleo (con la stessa carica) sia uguale alla dimensione di questa sfera. Ma il raggio dell'n-esima orbita di Bohr è proporzionale a n^2. Con ciò il problema viene ricondotto a quello considerato nel n. 2, a condizione che nell'equazione (94.1) r_0 sia sostituito con $r_0 n^2$. In altre parole, si deve operare con la disuguaglianza

$$\frac{A^{4/3}}{1{,}97 + 0{,}015A^{2/3}} \leqslant \frac{38000}{n^2}. \qquad (94.1b)$$

Da essa troviamo che per la stabilità del guscio elettronico è necessario che siano soddisfatte le condizioni:

$$\begin{aligned} \text{per } n &= 1 \quad Z \leqslant 1460, \\ n &= 2 \quad Z \leqslant 630, \\ n &= 3 \quad Z \leqslant 370, \\ n &= 4 \quad Z \leqslant 250, \\ n &= 5 \quad Z \leqslant 185. \end{aligned}$$

2. Determinare nell'approssimazione non relativistica l'energia cinetica acquisita da una carica q di massa m se il raggio dell'orbita da essa descritta vale r e il campo magnetico H è omogeneo.

Risposta. $\mathscr{E} = \dfrac{q^2r^2H^2}{2mc^2}$.

3. Un nucleo dello ione accelerato ^{238}U entra in collisione con un nucleo dello stesso uranio a riposo e per un breve istante forma con esso un nucleo a forma di manubrio rotante. Stimare la velocità angolare minima di rotazione ω del manubrio nucleare così formato.

Soluzione. Il momento della quantità di moto del nucleo a forma di manubrio rotante è dato dalla formula $L^2 = l(l + 1)\hbar^2$ dove si deve porre $l = 1$. Quindi, $L = \sqrt{2}\hbar$. Dall'altra parte, $L = J\omega$ dove J è il momento d'inerzia del nucleo manubrio rispetto al suo baricentro. Per stimare J sostituiamo al manubrio nucleare due nuclei d'uranio in contatto. Il momento d'inerzia di una sfera piena rispetto alla sua tangente vale $\frac{7}{5}\, mr^2$ e quello di due sfere rispetto alla tangente comune $\frac{14}{5}\, mr^2$. Il raggio del nucleo d'uranio $r = 8{,}7 \cdot 10^{-13}$ cm, $m = 4 \cdot 10^{-22}$ g e $J = 8{,}5 \cdot 10^{-46}$ g $\cdot$ cm^2. Di conseguenza,

$$\omega = \frac{\sqrt{2} \cdot 1{,}05 \cdot 10^{-27}}{8{,}5 \cdot 10^{-46}} = 1{,}7 \cdot 10^{18}\ \text{s}^{-1}.$$

4. Nei minerali uraniferi sono state rivelate quantità trascurabili di $^{239}_{94}$Pu. Questo plutonio si forma a partire da $^{238}_{92}$U per azione dei flussi neutronici sempre presenti nel minerale. I flussi neutronici a loro volta si creano e si mantengono per fissione spontanea dei nuclei d'uranio o per azione dei raggi cosmici.

Stimare la quota di atomi $^{239}_{94}$Pu riferita al numero di atomi del minerale, supponendo che quest'ultimo sia costituito da uranio 238 puro e che il plutonio si crei esclusivamente in seguito a fissione spontanea dei nuclei d'uranio. Il periodo di dimezzamento rispetto a fissione spontanea dell'uranio 238 è $T^{U}_{1/2} \approx 10^{16}$ anni, del plutonio $T^{Pu}_{1/2} \approx 2{,}4 \cdot 10^4$ anni.

Soluzione. Supponiamo che ciascun neutrone emesso per fissione spontanea del nucleo d'uranio sia assorbito da un nucleo dello stesso uranio con formazione di plutonio. Come per

ogni equilibrio radioattivo, la quota di plutonio N_{Pu}/N_U si trova dalla condizione che il numero di nuclei d'uranio che si disintegrano nell'unità di tempo per fissione spontanea sia uguale al numero di nuclei di plutonio che si disintegrano nello stesso tempo. Ciò dà

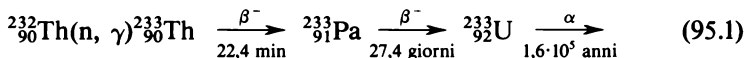
$$N_{Pu}/N_U = \frac{T_{1/2}^{U}}{T_{1/2}^{Pu}} \approx 10^{-12}.$$

In realtà il rapporto fra il numero di atomi di plutonio e il numero di atomi del minerale è di circa due ordini di grandezza inferiore al valore trovato. Ciò è dovuto al fatto che $N_U < N_{minerale}$ e, soprattutto, perché la maggior parte di neutroni emessi per fissione spontanea dei nuclei d'uranio viene assorbita da nuclei di altre sostanze del minerale oppure sfugge all'esterno. Inoltre, ogni neutrone assorbito dal nucleo d'uranio non provoca necessariamente una fissione.

§ 95. *Reazione a catena e reattori nucleari*

1. La fissione dei nuclei pesanti libera un'energia che vale in media circa 200 MeV per ogni nucleo fissile (cfr. § 93). Questa grandezza supera di centinaia di milioni e di miliardi di volte l'energia che si sprigiona in un atto unitario delle reazioni chimiche (nel migliore dei casi quest'ultima quantità vale qualche eV, ma di solito un decimo e talvolta un centesimo di eV). L'energia liberata per fissione dei nuclei atomici si dice *nucleare* o *atomica.* Essa si ottiene in quantità macroscopiche nei *reattori nucleari.* La teoria dei reattori nucleari, che include in sé accanto a problemi fisici numerose questioni tecniche, è molto ampia e complicata. È chiaro che nel corso di fisica generale si possono trattare solo alcune questioni di principio, di cui ci interessano gli aspetti puramente fisici.

Le sostanze usate nei reattori nucleari per la realizzazione delle reazioni nucleari di fissione si chiamano *combustibile nucleare.* Allo stato naturale esiste un unico combustibile, ossia l'uranio. L'uranio naturale contiene all'incirca lo 0,7% dell'isotopo ^{235}U. L'isotopo ^{235}U propriamente detto è il *combustibile nucleare* che mantiene la reazione di fissione nucleare. Nell'uranio naturale è contenuto quasi il 99,3% dell'isotopo ^{238}U. Esso e anche ^{232} Th rappresentano la materia prima dalla quale si estraggono artificialmente gli isotopi fissili ^{239}Pu e ^{233}U, che sono anch'essi combustibili nucleari. Ma questi isotopi non si incontrano allo stato naturale. Il plutonio 239 si ottiene nella reazione (94.2) e l'uranio 233 nella reazione

$$^{232}_{90}Th(n, \gamma)^{233}_{90}Th \xrightarrow[22{,}4\ \text{min}]{\beta^-} {}^{233}_{91}Pa \xrightarrow[27{,}4\ \text{giorni}]{\beta^-} {}^{233}_{92}U \xrightarrow[1{,}6\cdot 10^5\ \text{anni}]{\alpha} \qquad (95.1)$$

I transuranici di ordine superiore, ossia l'americio, il curio, il berkelio e il californio, per l'altissimo costo di produzione non possono essere usati per la produzione di energia nucleare in grandi quantità.

Il ruolo principale nell'energetica nucleare spetta ai nuclei degli isotopi $^{235}_{92}U$, $^{239}_{94}Pu$ e $^{233}_{92}U$ che, contenendo un numero dispari di neutroni, subiscono fissione per cattura di neutroni di energia qualsiasi, in particolare di neutroni

termici. Con neutroni *termici* intendiamo quelli la cui energia è dell'ordine di kT. A temperatura ambiente (300 K) $kT \approx 4{,}14 \cdot 10^{-14}$ erg $\approx$ 0,025 eV. In questo caso la sezione d'urto di fissione è proporzionale a $1/v$, dove v è la velocità del neutrone. Se l'energia del neutrone $\mathscr{E} \gtrsim 1$ MeV, tali neutroni si dicono *veloci*. I nuclei ^{238}U e ^{232}Th sono fissili solo se bombardati con neutroni veloci e non lenti.

Una quantità importante per caratterizzare il nucleo fissile è il numero medio ν di neutroni secondari emessi per fissione di un nucleo. L'altra grandezza η caratterizza non un nucleo isolato bensì un mezzo omogeneo composto di nuclei uguali e avente fra l'altro, dimensioni sufficientemente grandi (al limite infinite). Questo è il numero medio di neutroni secondari per un singolo atto di cattura di un neutrone da parte di un nucleo. I numeri ν e η non sono coincidenti poiché certi neutroni provocano la fissione dei nuclei del mezzo mentre altri, benché catturati non provocano fissione ma una emissione di quanti γ. Quest'ultimo processo si chiama *cattura radiativa* (n, γ). (La diffusione elastica dei neutroni sui nuclei non interviene direttamente nella moltiplicazione dei neutroni.) Siano σ_{nf} la sezione d'urto di fissione e $\sigma_{n\gamma}$ la sezione d'urto di cattura radiativa. Allora il valor medio della parte di nuclei fissili che ha subito la fissione sarà $\sigma_{nf}/(\sigma_{nf} + \sigma_{n\gamma})$. Il numero medio di neutroni secondari emessi riferito a un solo atto di cattura del neutrone da parte di un nucleo fissile sarà

$$\eta = \nu \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_{nf} + \sigma_{n\gamma}} . \tag{95.2}$$

Poiché tutte le grandezze che entrano in questa formula dipendono dall'energia dei neutroni, la formula vale solo per neutroni monoenergetici.

Nella tavola 16 sono riportati i valori di ν e η per i nuclei che subiscono fissione per cattura di neutroni termici e veloci. Nella regione delle energie di eccitazione moderate del nucleo ($\mathscr{E} \lesssim 10$ MeV) all'aumentare di 1 MeV dell'energia di eccitazione il numero ν aumenta all'incirca di 0,11.

2. Dalla tavola 16 si vede che $\eta > 1$ (e in generale notevolmente più grande di uno). Questa è la condizione necessaria (ma non sufficiente) per la realizzazione della *reazione nucleare a catena di fissione dei nuclei atomici*. Il termine «reazione a catena» è stato preso a prestito alla chimica. Con re-

Tavola 16

Nucleo		$^{233}_{92}U$	$^{235}_{92}U$	$^{239}_{94}Pu$
Neutroni termici	ν	2,48	2,42	2,86
($\mathscr{E}$ = 0,025 eV)	η	2,28	2,07	2,11
Neutroni veloci	ν	2,59	2,52	2,98
($\mathscr{E}$ = 1 MeV)	η	2,45	2,3	2,7

azione a catena si intende una reazione tale in cui si riproduce in grandi quantità una delle sostanze iniziali reagenti, che partecipa di nuovo alla stessa reazione. Come risultato, questa sostanza si riproduce in quantità sempre maggiori.

In una reazione nucleare a catena di fissione dei nuclei atomici sono i neutroni che si riproducono. Diamo un esempio idealizzato di questa reazione. Supponiamo che un corpo di dimensione sufficientemente grande (sarà precisato più avanti cosa intendiamo con sufficientemente grande) sia composto da uranio 235 puro. Supponiamo infine che, in seguito a fissione spontanea di un nucleo o per azione dei raggi cosmici, nel corpo sia comparso un neutrone. A prescindere da tutte le circostanze secondarie, accettiamo, per semplicità, che presto o tardi ogni neutrone venga catturato da uno dei nuclei ^{235}U, e quindi ne provoca la fissione con la comparsa di due nuovi neutroni, detti neutroni di *prima generazione*. Questi due neutroni, a loro volta, provocano la fissione di due nuclei con la comparsa di quattro neutroni di *seconda generazione*. Questi ultimi, provocando ulteriori fissioni, produrranno $2^3 = 8$ neutroni di *terza generazione* e via di seguito. Il numero di neutroni di ogni generazione successiva aumenterà esponenzialmente con il tempo.

La vita media di una generazione di neutroni nell'uranio 235 è dell'ordine di 10^{-7}-10^{-8} s. A titolo d'esempio consideriamo il valore superiore 10^{-7} s. Allora 10^{-5} s dopo l'inizio della reazione compariranno neutroni della centesima generazione, in quantità $N_{100} = 2^{100} = 1{,}27 \cdot 10^{30}$. In questo lasso di tempo si verificheranno $1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{100} \approx 2^{101} \approx 2{,}54 \cdot 10^{30}$ fissioni nucleari con una liberazione di energia di $200 \cdot 2{,}54 \cdot 10^{30} \approx 5 \times \times 10^{32}$ MeV $\approx 8 \cdot 10^{26}$ erg. Ciò provocherà un'esplosione colossale, la cui potenza media è di circa $8 \cdot 10^{31}$ erg/s. Osserviamo per confronto che la potenza totale della radiazione del Sole è di $3{,}8 \cdot 10^{33}$ erg/s. La massa di tutti i nuclei d'uranio 235 soggetti a fissione nel lasso di tempo considerato sarà $235 \cdot 1{,}68 \cdot 10^{-24} \cdot 2{,}54 \cdot 10^{30} \approx 10^9$ g $= 10^6$ kg $= 10^3$ t. Affinché l'esplosione considerata possa aver luogo veramente e la reazione di fissione all'istante considerato non sia cessata, la quantità di sostanza fissile deve essere notevolmente superiore a 10^3 tonnellate. Questa quantità è irreale nelle condizioni terrestri. Tuttavia i calcoli fatti possono servire da buon esempio per capire il principio d'azione della bomba atomica.

3. La reazione a catena di fissione è il processo fondamentale che si svolge nei reattori nucleari. Il volume occupato dalla sostanza fissile si chiama *zona attiva* del reattore. Praticamente la reazione a catena si realizza con il cosiddetto *uranio arricchito*. Come è stato detto, la massa fondamentale dell'uranio naturale è costituito dall'isotopo ^{238}U (99,3%), mentre il contenuto in ^{235}U è dello 0,7%. Nell'uranio arricchito l'isotopo ^{235}U costituisce il 2-5% del totale. L'arricchimento dell'uranio naturale si realizza con il metodo della *separazione degli isòtopi*, che è un processo molto lungo e costoso. Praticamente è impossibile realizzarlo con metodi chimici poiché le proprietà chi-

miche degli isotopi ^{235}U e ^{238}U sono quasi uguali. Si deve ricorrere a metodi fisici basati sulla piccola differenza fra le masse degli atomi degli isotopi soggetti alla separazione. Nel caso degli elementi pesanti questi metodi sono soprattutto la *diffusione gassosa* attraverso pareti porose, la *termodiffusione*, la *centrifugazione*, la *separazione elettromagnetica degli isotopi*. L'isotopo ^{235}U aggiunto all'uranio naturale può essere sostituito con il plutonio 239 o con l'uranio 233, che nella fissione si comportano analogamente all'uranio 235.

Per la miscela di isotopi, che riempie la zona attiva, conserva il senso il coefficiente η, introdotto precedentemente come numero medio di neutroni secondari per neutrone assorbito. Ma la formula (95.2) in questo caso è, ovviamente, inapplicabile. Se uno solo isotopo nella miscela sia fissibile, essa deve essere sostituita con

$$\eta = \nu \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_{nt}}, \tag{95.3}$$

dove σ_{nf} è la sezione d'urto di fissione e σ_{nt} la sezione d'urto totale di cattura del neutrone da tutte le componenti della miscela. Così, la sezione d'urto di fissione dell'uranio 235 su neutroni termici $\sigma_{nf}^{(235)} = 582$ barn e le sezioni d'urto di cattura radiativa $\sigma_{n\gamma}^{(235)} = 100$ barn e $\sigma_{n\gamma}^{(238)} = 2{,}73$ barn. Poiché nell'uranio naturale per un atomo di uranio 235 vi sono 140 atomi di uranio 238, la sezione totale per l'uranio naturale sui neutroni termici è

$$\sigma_{nt} = \sigma_{nf}^{(235)} + \sigma_{n\gamma}^{(235)} + 140 \cdot \sigma_{n\gamma}^{(238)} = 1064 \text{ barn}.$$

Per i neutroni termici $\nu = 2{,}42$ (cfr. tavola 16). Perciò per l'uranio naturale e i neutroni termici

$$\eta = \nu\sigma_{nf}^{(235)}/\sigma_{nt} = 1{,}32.$$

La caratteristica più importante della zona attiva di un reattore è il *coefficiente di moltiplicazione* dei neutroni k. Questo coefficiente è dato dal rapporto fra il numero di neutroni di una generazione e il numero di neutroni della generazione precedente. Quindi, se nella prima generazione abbiamo avuto N_1 neutroni il loro numero nell'n-esima generazione è dato da $N_n = N_1 k^n$.

Quando $k = 1$, la reazione di fissione viene detta *stazionaria*, cioè il numero di neutroni resta costante ad ogni generazione successiva cioè la moltiplicazione di neutroni non avviene; il regime di funzionamento del reattore viene detto, in queste condizioni, *critico*. Quando $k > 1$, il numero N_n cresce con il numero n della generazione ed il regime del reattore è detto *ipercritico*. Quando $k < 1$, il numero N_n di neutroni diminuisce al crescere di n ed il regime di funzionamento è detto *sottocritico*. Nel caso limite ideale in cui il reattore avesse una zona attiva («core», nell'inglese) infinitamente grande, si mette un indice ∞ al fattore di moltiplicazione: k_∞. Il fattore k_∞ è, evidentemente, una caratteristica del mezzo fissile e non ha alcun rapporto con la struttura del reattore.

Da quali parametri dipende il coefficiente di moltiplicazione dei neutroni? Se la zona attiva fosse composta di un solo isotopo fissile (uranio 235, ad esempio) sarebbe $k_\infty = \eta$. Nel caso di un reattore reale le cose stanno altrimenti. Per rendere l'idea più concreta considereremo un reattore ad uranio naturale o debolmente arricchito. La maggior parte di neutroni secondari compare per fissione dei nuclei d'uranio 235 con neutroni termici. Ma per fissione compaiono soprattutto neutroni veloci. Per renderli più efficaci si usano vari *moderatori* i quali, per diffusione sui nuclei, rallentano i neutroni fino a velocità termiche. Perciò il reattore considerato si chiama *reattore a neutroni termici.* La formula (95.4), che sarà dedotta più avanti, si riferisce a reattori di questo tipo.

Nel processo di rallentamento, il neutrone può essere assorbito dai nuclei ^{238}U, dai nuclei del moderatore e dagli altri componenti strutturali del reattore. È chiaro che il coefficiente di moltiplicazione è proporzionale alla probabilità p del fatto che il neutrone non sia assorbito da questi vari nuclei. È vero che alcuni nuclei di uranio 238 vengono frantumati da neutroni veloci che non hanno fatto in tempo a rallentarsi. Per tener conto di questa circostanza viene introdotto il coefficiente ε, *fattore di fissione da neutroni veloci.* Questo coefficiente di moltiplicazione da neutroni veloci è il rapporto fra il numero di neutroni prodotti per fissione da neutroni veloci e termici e il numero di neutroni prodotti per fissione da soli neutroni termici. Introduciamo un altro coefficiente, detto di sfruttamento termico f, cioè la probabilità che il neutrone rallentato sia assorbito da nuclei degli isotopi d'uranio e non da quelli del moderatore o delle altre sostanze strutturali del reattore. Allora

$$k_\infty = \eta p f \varepsilon. \tag{95.4}$$

Poiché la zona attiva è di dimensioni finite, parte dei neutroni uscirà all'esterno. Perciò si può porre

$$k = k_\infty P, \tag{95.5}$$

dove P è la probabilità che l'elettrone non esca dalla zona attiva. Questa formula è valida per reattori di qualsiasi tipo a prescindere dall'espressione concreta per k_∞. Essa ha senso anche per la bomba atomica la cui zona attiva consta di uranio 235 o di plutonio 239 puri. Il valore di P dipende dalla composizione, dalle dimensioni, dalla forma della zona attiva e anche dal mezzo che circonda la zona attiva. Se questo mezzo riflette i neutroni verso la zona attiva, esso aumenta P e viene detto *riflettore* di neutroni e consta di atomi leggeri che assorbono debolmente i neutroni (grafite, berillio).

Come è stato detto prima, per il funzionamento del reattore è necessario che $k \equiv k_\infty P \geqslant 1$. Al limite in cui $k_\infty P = 1$, la reazione a catena che evolve nel reattore è autosufficiente e stazionaria. Le dimensioni e la massa della zona attiva ed anche la probabilità P nel caso della reazione a catena autosufficiente, cioè quando

$$P = P_{\text{crit}} = 1/k_\infty \tag{95.6}$$

si dicono *critiche.* Queste quantità, ovviamente, dipendono dalla composizione e dalla forma della zona attiva, nonché dalla struttura del reattore.

Per diminuire la fuga di neutroni la zona attiva deve avere una forma sferica o vicina a quella, per esempio la forma di un cilindro con altezza dell'ordine del diametro o la forma di un cubo, poiché per corpi di questa forma il rapporto fra la superficie e il volume è minimo o vicino al minimo. Per l'uranio 235 puro la massa critica è di circa 0,8 kg, per il ^{239}Pu di 0,5 kg e per ^{251}Cf di 10 g.

Se la massa della zona attiva supera quella critica la reazione a catena ha il carattere di un'esplosione. Su questo principio è basata la bomba atomica che è composta di due o più pezzi di uranio 235 o di plutonio 239 le cui masse sono inferiori al valore critico. Quando questi pezzi sono separati, sebbene la massa totale è maggiore di quella critica, il dispositivo nucleare non rischia di esplodere. Ma se mediante un'esplosione chimica (per cui si sviluppa una pressione dell'ordine del milione di atomosfere) i pezzi vengono riuniti rapidamente, la massa della zona attiva così ottenuta diviene superiore a quella critica e si verifica l'esplosione nucleare.

4. Precisiamo ora perché nei reattori ad uranio naturale o debolmente arricchito occorre un moderatore di neutroni. Lo spettro energetico dei neutroni prodotti per fissione dell'uranio 235 è rappresentato schematicamente in fig. 165. Sull'asse delle ascisse viene riportata l'energia cinetica $\mathscr{E}$ dei neutroni nel sistema di riferimento in cui il nucleo fissile iniziale è a riposo. Sull'asse delle ordinate viene riportato in unità arbitrarie il numero di neutroni della fissione $N(\mathscr{E})$ riferito ad un intervallo d'energia unitario. Quindi, $N(\mathscr{E})d\mathscr{E}$ è il numero di neutroni la cui energia è compresa nell'intervallo fra $\mathscr{E}$ e $\mathscr{E} + d\mathscr{E}$. La curva ha un massimo pressappoco per $\mathscr{E}$ = 0,645 MeV.

Come si vede dalla fig. 165, per fissione di ^{235}U si creano prevalentemente neutroni veloci. I nuclei d'uranio 238 vengono fissionati esclusivamente per

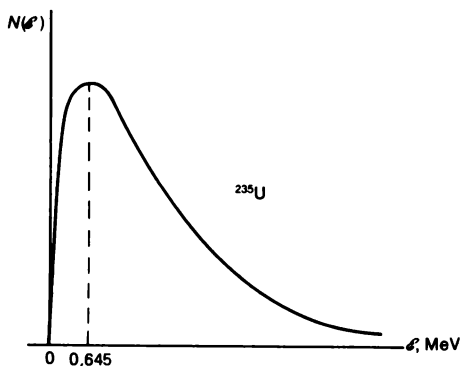



Fig. 165.

azione dei neutroni veloci con energia $\mathcal{E} \approx 1$ MeV. Ma la sezione d'urto di questa fissione è molto piccola e vale all'incirca 0,3 barn. Viceversa, i nuclei d'uranio 235 sono fissili sotto l'azione di neutroni di energie qualsiasi e, in questo caso, la sezione d'urto di fissione aumenta rapidamente al diminuire dell'energia. Per i neutroni termici essa arriva al valore di 582 barn. Perciò sarebbe vantaggioso rallentare i neutroni fino ad energie termiche.

Negli urti elastici con nuclei d'uranio 238 e 235 i neutroni rallentano, ma questo processo è molto lento a causa della grande massa dei nuclei d'uranio. La cattura radiativa di neutroni da parte dei nuclei d'uranio 238 è l'ostacolo principale al rallentamento di neutroni nell'uranio naturale. Il processo di cattura radiativa ha una particolare intensità nella zona dell'energia di risonanza. In fig. 166 è rappresentata la dipendenza della sezione d'urto totale di cattura σ_t dei neutroni su nuclei d'uranio 238 in funzione dell'energia neutronica. Nella zona dell'energia di risonanza si osservano frequenti picchi di assorbimento nei quali σ_t raggiunge migliaia di barn e, per di più, $\sigma_t \approx \sigma_{n\gamma}$ poiché $\sigma_t = \sigma_{nn} + \sigma_{n\gamma}$, ma $\sigma_{nn} \ll \sigma_{n\gamma}$. Per rallentamento i neutroni devono passare attraverso la zona di risonanza dove vengono assorbiti e perciò non raggiungono la zona delle energie termiche. Inoltre, una parte di neutroni esce all'esterno della zona attiva. Proprio per rallentare una parte considerevole di neutroni fino a velocità termiche si usa un moderatore, ossia una sostanza composta di nuclei leggeri che catturano debolmente i neutroni. Come moderatore si usa spesso grafite; si utilizza anche acqua pesante e acqua ordinaria, il berillio, il suo ossido e alcune sostanze organiche (nei reattori ad uranio naturale l'acqua normale non si usa a causa di un grande assorbimento di neutroni da parte dell'idrogeno).

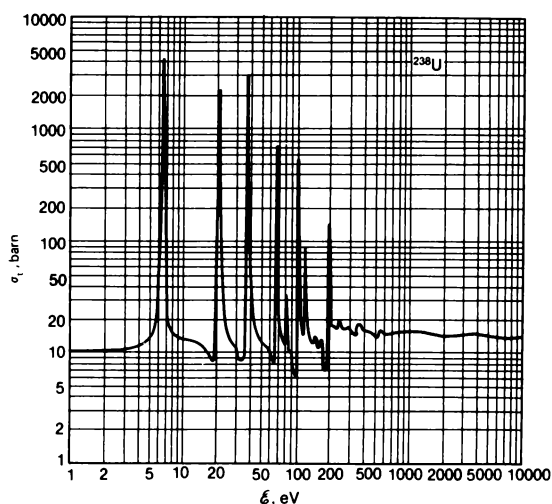



Fig. 166.

Se la zona attiva del reattore nucleare racchiude un moderatore di neutroni, le fissioni nucleari si realizzano prevalentemente per azione di neutroni termici. I reattori con moderatore possono essere *omogenei* ed *eterogenei*. Nel reattore omogeneo il combustibile nucleare ed il moderatore neutronico formano una miscela omogenea (soluzione o sospensione). Nel reattore eterogeneo il combustibile nucleare nella zona attiva è distribuito discretamente sotto forma di blocchi, cioè di barre che si chiamano *elementi termogeni*. Di solito gli elementi termogeni formano un reticolo regolare e fra di essi viene collocato il moderatore. Nel reattore omogeneo ad uranio naturale la reazione a catena non evolve poiché, in seguito all'assorbimento di neutroni nella zona di risonanza, resta una quantità insufficiente di neutroni termici e il coefficiente di moltiplicazione di neutroni k è minore di uno. Viceversa, se la massa del moderatore è sufficientemente grande, in un reattore eterogeneo si può ottenere $k > 1$ anche per l'uranio naturale in modo che è possibile che la reazione a catena si sviluppi. Ciò è dovuto al fatto che la maggior parte dei neutroni ottenuti per fissione dagli elementi termogeni passa nel moderatore e, dopo il rallentamento, ritorna sotto forma di neutroni termici negli elementi termogeni dove provoca nuove fissioni nucleari.

Il primo reattore nucleare fu costruito sotto la direzione di Fermi nel dicembre del 1942 a Chicago. Questo reattore eterogeneo constava di 45 t di uranio naturale e di 450 t di grafite ($k = 1{,}0006$). La sua potenza iniziale era di 200 W. Successivamente il reattore è stato smontato e rimontato e la sua potenza portata fino a 100 kW. Parametri simili aveva il primo reattore nucleare in Europa messo in azione nell'ex URSS nel dicembre del 1946 sotto la direzione di I. V. Kurčatov. Esso conteneva 50 t di uranio naturale e 500 t di grafite. La sua potenza nominale era di 10 kW.

Se la zona attiva è priva di moderatore, le fissioni nucleari vengono provocate soprattutto da neutroni veloci di energia $\mathcal{E} \geqslant 1$ MeV. Sono possibili anche reattori nucleari a neutroni intermedi con energie di 1-1000 keV.

5. La durata di vita τ di una generazione di neutroni istantanei dipende fortemente dal mezzo che riempie la zona attiva del reattore e varia tra 10^{-3} e 10^{-8} s. La piccolezza di questo tempo costringe a mantenere con grande precisione l'uguaglianza $k = 1$. Supponiamo ad esempio che $k = 1{,}01$ e consideriamo il caso più favorevole in cui $\tau = 10^{-3}$ s. Allora in un secondo avrà luogo una successione di $1/10^{-3} = 1000$ generazioni di neutroni. Come risultato, in un secondo il numero di neutroni aumenterebbe di $1{,}01^{1000} \approx 20\,000$ volte, ciò che provocherebbe un'esplosione colossale.

In realtà il controllo del reattore è reso molto più facile grazie ai *neutroni di ritardo*. Il coefficiente di moltiplicazione di neutroni, del quale si è parlato finora, viene ora indicato con k_{ist} e lo chiameremo *coefficiente di moltiplicazione dei neutroni istantanei*. Questo coefficiente non tiene conto della moltiplicazione supplementare dovuta ai neutroni di ritardo. Per fissare le idee, supponiamo, per semplicità, che esista un solo tipo di neutroni di ritardo che

compaiono ad un tempo T dopo la fissione. Se all'istante iniziale il numero totale di neutroni è N_0, dopo il tempo $n\tau$, subito prima che compaiano i neutroni di ritardo, il numero di neutroni istantanei aumenta fino a $N_0 k_{ist}^n$ dove n è il numero di generazioni neutroniche. All'istante $T = n\tau$ compaiono i neutroni di ritardo in seguito alla fissione dei nuclei all'istante iniziale. Indichiamo il numero di questi neutroni con βN_0 dove β è una piccola frazione ($\beta \approx 0,64\%$). Il numero totale di neutroni all'istante T sarà $N = N_0 k_{ist}^n + \beta N_0$. Il rapporto N/N_0 si può chiamare *fattore di moltiplicazione totale* e indicare con k. Quindi,

$$k = k_{ist}^n + \beta. \tag{95.7}$$

Con ciò si è supposto che il cambio di generazioni neutroniche si ripeta periodicamente dopo intervalli di tempo eguali a T.

Poniamo $k = 1 + \beta \approx 1,0064$. Allora $k_{ist} = 1$. Ciò vuol dire che il processo di moltiplicazione dovuto a neutroni istantanei è stazionario. La moltiplicazione di neutroni si verificherà esclusivamente per la comparsa di *neutroni di ritardo*, cioè si ripeterà periodicamente dopo un intervallo di tempo T. Qgni volta il numero di neutroni aumenterà di $k \approx 1,0064$ volte. Il numero di neutroni dopo un tempo $10T$ aumenterà di $k^{10} \approx 1,066$ volte. Il periodo medio di dimezzamento dei frammenti di fissione che generano neutroni di ritardo, come è facile calcolare usando la tavola 15, è uguale all'incirca a 9 s. Perciò la vita media di una generazione di neutroni sarà $T \approx 9/\ln 2 \approx 13$ s. In tal modo, dopo 13 s la quantità di neutroni aumenterà in tutto di 1,0064 volte e dopo 130 s di 1,066 volte. L'aumento del numero di neutroni sarà ancora più lento quando $1 < k < 1,0064$. Una moltiplicazione di neutroni così lenta semplifica notevolmente il controllo del reattore. L'aumento catastrofico del numero di neutroni inizierà quando k comincerà a superare anche di poco il valore 1,0064. In questo caso la moltiplicazione si produrrà già su neutroni istantanei. (Nei reattori reali il valore 1,0064 deve essere considerato come molto approssimato in quanto è ottenuto per un modello fortemente semplificato partendo dall'ipotesi che esista un solo tipo di neutroni di ritardo che provocano la fissione nucleare dopo un untervallo di tempo T costante.)

Il controllo della reazione a catena nel reattore nucleare a neutroni termici di solito è realizzato a distanza mediante un pulpito di comando che controlla lo spostamento di barre regolatrici verticali nella zona attiva. Queste barre sono fabbricate di cadmio, carburo di boro e di altre sostanze che assorbono fortemente i neutroni. L'assorbimento di neutroni si realizza prevalentemente sugli isotopi di cadmio ^{113}Cd e di boro ^{10}B. Le loro sezioni d'urto di assorbimento di neutroni termici valgono rispettivamente $2 \cdot 10^4$ e $4 \cdot 10^3$ barn. All'aumentare della profondità di immersione delle barre regolatrici nella zona attiva, il numero di neutroni assorbiti aumenta, perciò la reazione a catena rallenta fino a essere smorzata completamente. Viceversa, l'estrazione delle barre dalla zona attiva diminuisce l'assorbimento di neutro-

ni e la reazione a catena si amplifica. Questo metodo consente di cambiare la potenza del reattore e mantenerlo al livello dovuto.

I neutroni veloci vengono assorbiti nelle barre regolatrici in modo relativamente debole. Perciò la regolazione dei reattori a neutroni veloci di piccola dimensione viene assicurata dall'avvicinamento o dall'allontanamento di un riflettore di neutroni dalla zona attiva del reattore.

6. La fissione nucleare libera energia sotto forma di calore nel core del reattore. La quantità di energia termica liberata nell'unità di tempo si chiama *potenza del reattore*. Poiché per ogni atto di fissione nucleare viene emanata un'energia di circa 200 MeV = $3{,}2 \cdot 10^{-11}$ J, alla potenza di 1 MW corrispondono $10^6 : (3{,}2 \cdot 10^{-11}) \approx 3 \cdot 10^{16}$ atti di fissione al secondo. L'evacuazione del calore dalla zona attiva è realizzata con *un agente trasportatore* che, in un reattore energetico, deve trasmetterlo con perdite minime agli scambiatori e quindi al generatore di energia elettrica. Per flussi di calore non troppo intensi, come si hanno nei reattori a neutroni termici, si usano come agenti di trasporto acqua, vapore acqueo, aria, azoto, anidride carbonica, ecc. Nei reattori di grande potenza, in cui la zona attiva si riscalda fino a temperatura di 300 °C, l'uso dell'acqua è ostacolato dalla sua ebollizione. Per evitare l'ebollizione si deve aumentare fortemente la pressione nel sistema di trasporto del calore. Nei reattori a neutroni veloci dove il rendimento energetico è enorme (circa 0,5 kW per cm^3), come agente trasportatore si usa il sodio liquido capace di evacuare ottimamente il calore.

7. Quando un reattore di 1 MeV è in funzione, dalla zona attiva esce un flusso intenso di neutroni (più di 10^{13} neutroni al secondo per cm^2 e nei reattori ad impulso, con durata d'impulso di 0,1 s la potenza istantanea del reattore arriva a 10^5 MW e la densità del flusso neutronico è di 10^{18} neutroni per cm^2 al secondo). Si emette anche un flusso di quanti γ pressappoco della stessa potenza, dovuto a fissione e decadimento β dei nuclei radioattivi. Questi valori superano di circa 100 miliardi di volte quelli dati dalle norme di sicurezza sanitaria. La protezione deve indebolire fortemente ambedue i flussi perché non superino queste norme. La protezione migliore dai quanti γ è data da sostanze con grandi numeri atomici Z. A proteggere dai neutroni, oltre a buoni assorbitori, occorrono anche moderatori molto efficaci, poiché i neutroni veloci hanno potere di penetrazione particolarmente grande. Come moderatori si usano elementi leggeri e come assorbitori il boro e quelli pesanti (cadmio, ferro, piombo, ecc.). Deve essere prevista anche una protezione dai quanti γ secondari (radiazione dura), che compaiono a seguito di cattura radiativa (n, γ) dai nuclei dello schermo protettivo. Il cemento armato contenente composti borici è un protettore a buon mercato ed efficace sia per i neutroni che per i quanti γ secondari.

8. In fig. 167 è rappresentata una vista in sezione, molto schematica, di un reattore nucleare eterogeneo: 1 — moderatore, 2 — riflettore, 3 — elemento termogeno, 4 — canale di raffreddamento, 5 — barre regolatrici, 6 — protezione.

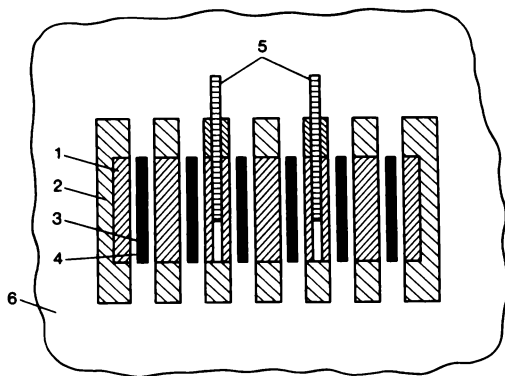



Fig. 167.

A titolo d'esempio diamo alcuni dati sulla zona attiva del reattore nucleare eterogeneo della prima centrale elettronucleare nel mondo entrata in azione a Obninsk nel 1954. La zona attiva del reattore ha forma cilindrica di dimensioni 1,5 × 1,7 m. Nei canali del moderatore a grafite sono introdotti 128 elementi termogeni contenenti all'incirca 550 kg di uranio arricchito al 5%. Il fluido refrigerante è l'acqua. La potenza della centrale elettronucleare è di 5 MW. Nelle centrali più potenti la quantità di combustibile nucleare è centinaia di volte maggiore.

9. Durante il funzionamento del reattore nucleare si verifica l'accumulazione di frammenti di fissione e la formazione di elementi transuranici, soprattutto plutonio. L'accumulo di frammenti radioattivi si chiama *avvelenamento del reattore* e quello di frammenti stabili *scorifica*. L'avvelenamento è causato soprattutto dall'isotopo di xenon ^{135}Xe che possiede la sezione d'urto di assorbimento di neutroni più grande ($2{,}6 \cdot 10^6$ barn). La maggior parte dell'isotopo ^{135}Xe si forma in seguito al decadimento β dell'isotopo di iodio ^{135}I ($T_{1/2} = 6{,}8$ ore). L'isotopo ^{135}Xe, a sua volta, è soggetto a decadimento β con periodo $T_{1/2} = 9{,}2$ ore e si trasforma in isotopo di cesio ^{135}Cs praticamente stabile. L'avvelenamento e la scorifica implicano una diminuzione del coefficiente di moltiplicazione k e, di conseguenza, una diminuzione della potenza termica del reattore. Per aumentare il tempo d'azione degli elementi termogeni immessi nella zona attiva, le barre regolatrici dapprima vengono installate profondamente e in seguito, a misura che il combustibile nucleare brucia, a poco a poco allontanate dalla zona attiva. La sostituzione degli elementi termogeni si realizza a distanza dal pulpito di comando.

10. Esistono vari tipi di reattori nucleari a seconda della destinazione e della potenza.

1) *Reattori sperimentali.* La loro potenza non supera qualche kW. Questi reattori sono destinati allo studio e alla misura di varie grandezze fisiche (ν,

η, ε, ecc.) la cui conoscenza è indispensabile per la progettazione e il funzionamento di altri reattori nucleari.

2) *Reattori di ricerca.* La loro potenza non supera 100 MW e l'energia prodotta, di regola, non trova utilizzazione. I flussi di neutroni e di quanti γ uscenti dalla zona attiva si usano per la ricerca nella fisica nucleare, nella fisica dei solidi, nella chimica radiativa, nella biologia, per la prova di materiali nei flussi neutronici, ecc. I reattori ad impulso servono anch'essi a tali scopi.

3) Reattori destinati per ottenere *nuovi transuranici fissili e isotopi radioattivi.*

4) *Reattori energetici.* Il loro scopo è la produzione di energia elettrica e di calore. Essi si usano come impianti di propulsione navale e dissalatori di acqua di mare, ecc. La potenza termica dei reattori energetici moderni è di 3-5 GW.

I reattori nucleari differiscono anche per il tipo di combustibile nucleare (uranio naturale e arricchito), per la sua composizione chimica (uranio metallico U, UO_2, UC, ecc.), per tipo di moderatore (C, H_2O, D_2O, Be, BeO, idruri metallici, senza moderatore), per tipo di fluido refrigerante (H_2O, gas, D_2O, liquidi organici, metalli fusi). Hanno avuto la maggior diffusione i reattori nucleari eterogenei a neutroni termici con moderatore di C, H_2O, D_2O ed a fluido refrigerante di H_2O, gas, D_2O.

11. Attualmente un ruolo importante nell'energetica nucleare è svolto dai *reattori moltiplicatori* (*fast-breeder*). Nel futuro il ruolo di questi reattori è destinato a crescere. Si chiama reattore moltiplicatore un reattore che produce energia ed inoltre *riproduce su vasta scala* materiale fissile. I cicli di produzione sono basati sulle reazioni nucleari (94.2) e (95.1). Nella prima reazione il nucleo ^{238}U, non fissile con neutroni lenti, si trasforma in nucleo ^{239}Pu. Nella seconda reazione il nucleo ^{232} Th, anch'esso non fissile con neutroni lenti, si trasforma in nucleo ^{233}U. I nuclei ^{239}Pu e ^{233}U sono combustibili migliori del nucleo ^{235}U. È importante notare che l'estrazione del ^{239}Pu dal ^{238}U e anche del ^{233}U dal ^{232}Th si realizza chimicamente, un'operazione enormemente meno costosa e più rapida dei processi di separazione fisica degli isotopi, processi molto lenti e faticosi.

Si chiama *coefficiente di riproduzione* K_{rip} di un reattore moltiplicatore il rapporto fra la velocità di formazione di nuclei fissili e la velocità di annichilazione dei nuclei fissili iniziali. Per ottenere $K_{rip} > 1$ è necessario che all'assorbimento di un neutrone da parte di un nucleo fissile iniziale corrispondano più di due ($\eta > 2$) neutroni generati di cui uno viene utilizzato per il mantenimento della reazione di fissione a catena. In realtà, a causa dell'assorbimento di neutroni da parte delle sostanze strutturali e dai prodotti di fissione, è necessario che $\eta > 2{,}2$-$2{,}3$. La riproduzione del combustibile nucleare, con gli isotopi ^{235}U e ^{239}Pu, è praticamente possibile soltanto nei reattori a neutroni veloci, poiché per neutroni lenti la grandezza η differisce molto poco da 2 ($\eta = 2{,}07$ per ^{235}U e $\eta = 2{,}11$ per ^{239}Pu). Con neutroni veloci, la grandezza η differisce notevolmente da 2 e vale, rispettivamente, 2,3 e

2,7. Per l'uranio ^{233}U il coefficiente η è sufficientemente grande (2,28) già con neutroni termici e aumenta poco (fino a 2,45) con neutroni veloci. Perciò la riproduzione con ^{233}U potrebbe essere realizzata anche nei reattori termici.

Nei reattori moltiplicatori attualmente si utilizza uranio fortemente arricchito di ^{235}U (fino al 30%), ma in futuro, non appena aumenteranno le riserve di ^{239}Pu, il combustibile nucleare sarà una miscela di uranio naturale e plutonio. Il torio ^{232}Th, quale materia prima per la produzione di nuclei fissili ^{233}U, non ha trovato ancora applicazione. Questo elemento non gode di giacimenti ricchi ed i processi della sua estrazione dai minerali sono più complicati di quelli di uranio. Ma il torio ha una larga prospettiva di essere usato nell'energetica nucleare poiché le sue riserve sulla Terra superano di decine di volte quelle dell'uranio.

La zona attiva nei reattori moltiplicatori è circondata da uno strato di materiale fertile, detta *zona di riproduzione*. Attraverso il reattore viene pompato come fluido refrigerante sodio liquido, che praticamente non rallenta i neutroni ma estrae molto bene il calore.

I reattori nucleari a neutroni termici possono «bruciare» lo 0,5-1% di uranio. L'uso dei reattori moltiplicatori aumenta di decine di volte questa quantità.

12. Per concludere soffermiamoci sui motivi che dettano la necessità di sviluppo dell'energetica nucleare. All'inizio del nostro secolo il consumo di energia nel mondo aveva un andamento che faceva prevedere un raddoppio pressappoco ogni cinquant'anni. Verso la metà del secolo questo raddoppio si verificava ogni trent'anni ed ora ogni 10-15 anni. Attualmente circa il 70% del consumo energetico mondiale viene soddisfatto da petrolio e gas. Tuttavia le riserve mondiali di petrolio e di gas sono limitate. Tenendo conto del consumo d'energia sempre crescente esse possono essere esaurite nel corso di 20 o, al massimo, di 50 anni. Inoltre, il petrolio e il gas dovrebbero essere utilizzati meglio quali materie prime per la produzione di tutta una serie di derivati chimici, di materie plastiche, di proteine per sintesi microbiologica, ecc. Quali sono le vie di superamento della crisi energetica totale incombente?

È necessario ristrutturare il settore «produzione di energia» su una base nuova. Prima di tutto bisogna usare più largamente il carbone poiché le sue riserve sulla Terra superano di gran lunga le risorse di altri combustibili naturali. In un futuro non lontano deve aver più larga applicazione l'energetica nucleare. Secondo le stime, le riserve di uranio relativamente a buon mercato e adatto agli scopi energetici non sono tante sulla Terra e valgono all'incirca 4 milioni di tonnellate. Attualmente le centrali elettronucleari consumano esclusivamente uranio 235 e soltanto l'1% di uranio 238 partecipa al ciclo combustibile che si usa nei reattori nucleari. Queste riserve basteranno per lo stesso periodo di tempo di quelle di petrolio e di gas. L'uso dei reattori moltiplicatori cambia lo stato delle cose. In questi reattori ogni chilogrammo di uranio naturale può produrre 30-40 volte più energia che nei reattori ordi-

nari a neutroni termici. Perciò si può usare sia l'uranio a buon mercato che quello costoso ed anche il torio. Come risultato le risorse energetiche possono essere aumentate da decine di milioni di tonnellate di uranio che si trovano, per esempio, nelle acque oceaniche, nei minerali poveri d'uranio, nelle rocce e anche da centinaia di miliardi di tonnellate di torio. Queste risorse potrebbero bastare per migliaia d'anni. Una soluzione radicale della crisi energetica potrebbe essere l'uso dell'energia termonucleare, ma questo problema ancora non è risolto. Ne parleremo nel § 98.

Il difetto essenziale delle centrali elettronucleari è l'accumulazione di rifiuti radioattivi, che si devono conservare a lungo ed al sicuro per evitare l'inquinamento dell'ambiente circostante. È un problema d'ingegneria molto complicato che, tuttavia, può essere risolto con sicurezza, qualunque sia la scala di produzione di energia. Per di più, come risulta dalle ricerche, il danno all'ambiente circostante causato dalle centrali elettriche a carbone è molto più grande di quello prodotto dalle centrali elettronucleari.

§ 96. *La pila nucleare fossile di Oklo*

1. Nel 1972 durante un analisi spettrografica di massa nella fabbrica di Pierrelatte (Francia), nella quale si esegue l'arricchimento del combustibile nucleare per diffusione gassosa di esafluoruro d'uranio (UF_6), si è constatato che in questa sostanza è contenuto lo 0,717% d'atomi d'uranio 235, mentre nelle rocce terrestri, nei meteoriti e nel suolo lunare il contenuto in uranio 235 è più grande, e cioè lo 0,72%. Il minerale d'uranio per la lavorazione proveniva dalla miniera di Oklo, nei pressi della città di Franceville nel Gabon (Africa). Come è stato verificato più tardi, fin dal 1970-1972 il minerale estratto per la lavorazione conteneva fino al 20% d'uranio, il quale aveva un tenore dello 0,64% dell'isotopo ^{235}U. Poiché dopo l'estrazione il minerale veniva mescolato, in alcuni campioni l'impoverimento in uranio 235 poteva essere anche più forte. Sono state estratte più di 700 t di uranio impoverito, utilizzato nella reazione a catena, e la mancanza (dapprima non notata) è risultata di circa 200 kg di uranio 235. L'analisi isotopica dei campioni d'uranio, notevolmente impoveriti in uranio 235, ha rivelato notevoli deviazioni dalla distribuzione naturale degli isotopi delle terre rare, che sono prodotti di fissione dei nuclei d'uranio. Quali sono le ragioni probabili di queste deviazioni?

Il giacimento d'uranio ad Oklo, studiato applicando il metodo della determinazione del contenuto di piombo nel minerale, si era formato circa $1,8 \cdot 10^9$ anni fa. I geologi ritengono che, nell'estuario di un antico fiume, si sia formato uno strato sedimentario ricco d'uranio sotto forma di arenaria, dello spessore di 4-10 m e largo 600-900 m. Sotto questo strato si trovava una roccia basaltica che, a seguito di processi tettonici, sprofondò di qualche chilometro. Per tale sprofondamento la vena d'uranio si spaccò e in essa pe-

netrarono acque sotterranee. Decine di milioni d'anni fa il giacimento salì fino al livello attuale. Nel minerale, con concentrazione ponderale media d'uranio dello 0,5%, sono state rivelate 6 lenti argillose, cioè formazioni con dimensioni da 10 a 20 m e spessore di circa un metro, nelle quali la concentrazione d'uranio arriva fino al 20-40% e anche più. La formazione delle lenti con altissima concentrazione d'uranio si realizzò, forse, per azione delle acque di filtrazione, benché l'origine di questo processo sia poco chiara.

2. La miniera d'uranio di Oklo ricorda, in un certo senso, un reattore nucleare eterogeneo. Il ruolo di elemento termogeno è svolto dalle lenti contenenti uranio e le acque sotterranee che circolano fra queste formazioni costituiscono il moderatore. La reazione a catena in siffatta miniera sarebbe impossibile se la composizione isotopica dell'uranio fosse uguale alla composizione isotopica dell'uranio naturale moderno. Infatti, ora la reazione a catena nella miniera non si verifica. Tuttavia l'uranio 238 si disintegra più lentamente dell'uranio 235. I loro periodi di dimezzamento valgono $4,5 \cdot 10^9$ e $7,1 \cdot 10^8$ anni, rispettivamente. Partendo da questi dati è facile calcolare che, $1,8 \cdot 10^9$ anni fa, il contenuto in atomi dell'isotopo ^{235}U doveva essere di circa 3,1% del numero totale di atomi d'uranio. Con un uranio così arricchito in presenza di acqua (come moderatore) il coefficiente di moltiplicazione k_∞ poteva raggiungere il valore critico $k_\infty = 1$ e anche superarlo un po'. In queste condizioni, in un'epoca remota poteva succedere spontaneamente una reazione nucleare a catena, ciò che, probabilmente, è quanto è avvenuto.

La durata di funzionamento della pila fossile naturale di Oklo è stata valutata in base alla quantità di plutonio ^{239}Pu formatosi. Con questo metodo si è trovato che la durata di funzionamento è stata di circa 0,6-0,8 milioni d'anni. Questa stima non è molto sicura perché la quota di fissioni di ^{239}Pu rispetto al numero totale di fissioni è solo qualche per cento ed è confrontabile con la quota di fissioni di ^{238}U provocate da neutroni veloci.

L'energia totale prodotta dal reattore naturale di Oklo è all'incirca di $1,5 \cdot 10^4$ MW·anno. La stessa quantità di energia è stata prodotta da due reattori della centrale elettronucleare di S. Pietroburgo (ex Leningrado) in 2,3 anni di funzionamento a pieno carico. Se supponiamo che la durata media di funzionamento del reattore naturale di Oklo sia di 0,6 milioni d'anni, la potenza energetica media del reattore è stata di soli 25 kW. Ciò corrisponde ad un flusso medio di neutroni termici nel reattore non superiore a 10^8 neutroni/cm$^2 \cdot$s.

Non si deve pensare che la reazione a catena ad Oklo avesse carattere esplosivo accompagnato da rombi, fischi di vapore, ecc. La reazione aveva una evoluzione lenta, la temperatura nella miniera non superava mai i 300-600 °C in quanto il reattore naturale funzionava come un sistema che si autoregola. All'aumentare della temperatura l'acqua evapora e abbandona la zona reattiva, ciò diminuisce il numero di neutroni lenti e implica uno smorzamento e persino la cessazione totale della reazione. In seguito

la miniera si raffredda e in essa di nuovo si accumula acqua, che rallenta i neutroni. Con ciò si creano le condizioni favorevoli per il ripristino della reazione a catena e, di conseguenza, per un aumento della temperatura. L'acqua di nuovo esce dal reattore e la reazione si smorza. In seguito si accumula di nuovo acqua, aumenta il numero di neutroni termici e inizia ancora la reazione a catena. Quindi, periodicamente si ha evoluzione della reazione interrotta da periodi di smorzamento.

3. I fatti citati dimostrano in modo convincente che in tempi remoti esisteva un reattore nucleare naturale. Tuttavia non tutti i dettagli di questa questione sono chiari. Per esempio, fra prodotti di fissione nel reattore nucleare naturale è stato rivelato un eccesso, anche se piccolo, di isotopi di xenon: ^{131}Xe, ^{132}Xe e ^{134}Xe, rispetto alla composizione isotopica dello xenon che compare per fissione di ^{235}U dovuta a neutroni termici. L'origine di questa divergenza non è ancora stata spiegata.

§ 97. *Uso dell'antineutrino per il controllo del reattore nucleare*

1. Nell'esperienza di Reines e Cowan (cfr. § 74) è stato trovato che la sezione d'urto della reazione di decadimento β inverso (74.12) per gli antineutrini che escono da un reattore nucleare (cioè per gli antineutrini di basse energie) vale all'incirca $\sigma = 10^{-43}$ cm^2. Per avere un'idea più precisa supponiamo che un fascio pianoparallelo di antineutrini si propaghi nel ferro e che l'assorbimento si realizzi esclusivamente attraverso la reazione (74.12). Una mole contiene circa $6 \cdot 10^{23}$ atomi, cioè $26 \cdot 6 \cdot 10^{23}$ protoni (26 è il numero atomico del ferro). Poiché la massa atomica del ferro è 56 e la densità 7,8 g/cm^3, 1 cm^3 di ferro contiene $n = \frac{7{,}8}{56} \cdot 26 \cdot 6 \cdot 10^{23} = 2{,}2 \cdot 10^{24}$ protoni. Se il mezzo (ferro) in cui si propaga l'antineutrino è omogeneo si può riscrivere la formula (65.3) nel seguente modo:

$$dN/N = -n\sigma l,$$

dove l è il cammino percorso dall'antineutrino nel ferro. Determiniamo il cammino che deve percorrere il fascio perché un milionesimo di tutti gli antineutrini vengano assorbiti. A tale scopo ponendo nella formula precedente $|dN/N| = 10^{-6}$ troviamo che

$$l = \frac{1}{n\sigma} |dN/N| = 45 \cdot 10^{11} \text{ cm} = 45 \cdot 10^{6} \text{ km}.$$

Quindi, un fascio di 10^6 antineutrini dopo aver attraversato uno strato di ferro di 45 milioni di km di spessore (questa lunghezza vale circa un terzo della distanza fra Terra e Sole) avrà in media un solo antineutrino

in meno. Se lo spessore del ferro è portato fino a $45 \cdot 10^{12}$ km (circa 5 anni-luce), l'intensitá del fascio dei antineutrini in questo spessore diminuirà in tutto di e volte. Questi fatti, sembra, non lasciano nessuna possibilità di applicazione pratica del neutrino e dell'antineutrino.

Cionondimeno questa possibilità esiste, poiché l'assorbimento trascurabilmente piccolo di antineutrini nella materia può essere compensato da un'intensità estremamente grande dei fasci di antineutrini uscenti dai grandi reattori nucleari. Supponiamo a titolo d'esempio, che un rivelatore di antineutrini abbia forma cubica di lato di 1 m e che la materia di questo rivelatore assorva l'antineutrino come il ferro (ciò si fa per non ripetere calcoli analoghi a quelli precedenti). Supponiamo che nel rivelatore arrivino 10^{21} antineutrini ogni ventiquattr'ore (quanto può produrre un reattore nucleare moderno). Lo spessore dell'assorbitore rispetto al caso precedente diminuirà di $45 \cdot 10^9$ volte e il numero di antineutrini aumenterà di $10^{21} : 10^6 = 10^{15}$ volte. Perciò il numero di atti di decadimento β inverso che avvengono nel rivelatore in ventiquattr'ore sarà $1 \cdot \frac{10^{15}}{45 \cdot 10^9} \approx 2 \cdot 10^4$, cioè un numero che può esser registrato da un rivelatore più piccolo realizzabile in pratica.

2. Nell'Ucraina dal 1982 presso la centrale elettronucleare di Rovno funziona un laboratorio speciale dedicato ai neutrini. Il laboratorio è costituito soprattutto da una sala sperimentale di $6{,}5 \times 6{,}5$ m e altezza di 3,5 m, sita sotto il reattore nucleare a una distanza di 19,2 m dal centro della zona attiva. Il flusso di particelle del reattore è schermato da molti strati di calcestruzzo pesante speciale, di acciaio e di acqua. Questa protezione ha una proprietà di assorbimento che equivale ad uno strato d'acqua dello spessore di circa 30 m. Il rivelatore è un serbatoio con un volume di 235,5 litri, riempito con uno scintillatore organico, il decaidronaftalene $C_{10}H_{18}$ (noto anche come dekalin) ricco di idrogeno e contenente una piccola percentuale di gadolinio che assorbe i neutroni.

Nełla disintegrazione dei frantumi fissili della zona attiva del reattore, i neutroni, per decadimento β, si trasformano in protoni con emissione di elettroni e di antineutrini ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$). Sono questi antineutrini che devono essere rivelati. Il principio di rivelazione non differisce da quello usato nell'esperienza di Reines e Cowan (cfr. § 74). L'antineutrino, interagendo con un protone (reazione inversa del decadimento β: $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$) genera nello scintillatore un neutrone e un positrone. Quest'ultimo si annichila immediatamente con un elettrone per cui compare una scintillazione. Il neutrone, dopo un tempo dell'ordine di 10^{-8} s, viene catturato da un nucleo di gadolinio emettendo un quanto γ, ciocché genera un secondo bagliore. I bagliori di luce sono rivelati da fotomoltiplicatori (ve ne sono 24) che generano segnali i quali vengono inviati al dispositivo elettronico di registrazione. Se la reazione è generata da un antineutrino,

nello scintillatore del rivelatore devono comparire uno dopo l'altro due bagliori separati da un breve lasso di tempo.

In ventiquattr'ore il rivelatore registra fino a un migliaio di coppie di bagliori. La difficoltà dell'esperienza è dovuta al fatto che, nello stesso tempo, il rivelatore viene attraversato da una enorme quantità di neutroni e di quanti γ, ciascuno dei quali genera nell'apparecchio un segnale. Il problema sta nell'individuare i segnali relativamente deboli provenienti dal neutrino nell'enorme fondo di altri segnali disturbatori. Senza soffermarci su questa questione, notiamo soltanto che ciò si ottiene mediante uno schema elettrico di coincidenze, che consente di registrare le sole coppie di bagliori che arrivano uno dietro l'altro in un tempo dato. Si ottiene così che il segnale utile non si perde nel fondo di eventi estranei, anzi lo supera notevolmente.

3. Come è stato detto nel § 74, la reazione del decadimento β inverso ($\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$) è endotermica. Infatti, la somma delle masse del neutrone e del positrone (939,5731 + 0,5110034 MeV) supera la massa del protone (938,2796 MeV) di 1,8045 MeV. Il difetto di massa del protone deve essere compensato dall'energia dell'antineutrino $\bar{\nu}$. La reazione può procedere se e soltanto se l'energia dell'antineutrino supera 1,8 MeV. Mediante uno spettrometro a neutrini si misura l'energia del positrone, che è uguale all'energia dell'antineutrino diminuita di 1,8 MeV. Ciò consente di stabilire lo spettro energetico della radiazione antineutrinica proveniente dalla zona attiva e incidente sull'apparecchio.

Il numero di antineutrini uscenti è proporzionale al numero di nuclei disintegrati e, quindi, permette di avere un'idea precisa dell'energia prodotta dal reattore. Inoltre, la radiazione antineutrinica emessa dai frantumi di fissione dell'uranio e del plutonio è sostanzialmente diversa come composizione spettrale. Questo fatto dà la possibilitá di controllare, attraverso lo spettro della radiazione neutrinica, l'accumularsi del plutonio proprio mentre si forma. All'inizio del funzionamento del reattore il suo spettro antineutrinico è determinato totalmente dai frantumi di fissione dell'isotopo ^{235}U. In seguito, a misura che cresce la quantità di plutonio, aumenta proporzionalmente anche il suo contributo nello spettro della radiazione antineutrinica.

A titolo di illustrazione, diamo alcuni risultati di misure fatte nella centrale elettronucleare di Rovno. Per una settimana circa veniva registrato con continuità il flusso di antineutrini dal reattore. Al tempo stesso, con un metodo termico veniva misurata la potenza media del reattore. Durante questo lasso di tempo la produzione dell'energia è stata di 9,79 GW·giorno secondo le misure con il metodo neutrinico, mentre il metodo termico di misura ha dato un valore di 9,64 GW·giorno (il combustibile consumato vale 9,41 e 9,27 kg, rispettivamente). Il vantaggio fondamentale del metodo neutrinico è che non occorre contatto diretto con la sostanza fissile e può

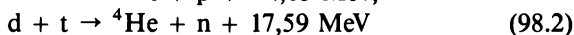
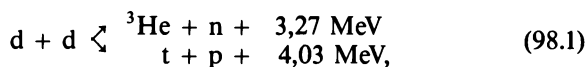
essere applicato a distanza. È assai probabile che il metodo neutrinico divenga la fonte fondamentale di informazioni sulle reazioni a catena che si svolgono nella zona attiva del reattore nucleare.

§ 98. *Il problema delle reazioni termonucleari controllate*

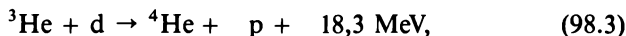
1. L'energia di legame del nucleo riferita a un nucleone, se si trascurano piccole oscillazioni irregolari, all'aumentare del numero atomico dapprima aumenta sistematicamente raggiungendo un massimo in prossimità del nucleo di ferro e in seguito comincia a diminuire sistematicamente (fig. 120). In altre parole, la *fusione* di nuclei leggeri e la fissione di quelli pesanti conduce, di regola, a un legame più solido fra i nucleoni. Ne segue che deve sprigionarsi energia per fusione dei nuclei leggeri e per fissione di quelli pesanti. Del secondo fenomeno e della sua applicazione nell'energetica nucleare abbiamo già parlato nei §§ 94, 95. Per fissione del nucleo ^{235}U si sprigiona un'energia che vale circa 0,85 MeV per nucleone.

Fra le reazioni di fusione dei nuclei leggeri il maggior interesse presentano due reazioni seguenti:

$$d + d \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} {}^3He + n + 3{,}27\ MeV \\ t + p + 4{,}03\ MeV, \end{matrix} \tag{98.1}$$

$$d + t \rightarrow {}^4He + n + 17{,}59\ MeV \tag{98.2}$$

(cfr. § 64, problema 2). Esistono numerose altre reazioni nucleari esotermiche di fusione, per esempio

$$^3He + d \rightarrow {}^4He + p + 18{,}3\ MeV, \tag{98.3}$$

$$^6Li + p \rightarrow {}^4He + {}^3He + 4\ MeV \tag{98.4}$$

le quali possono essere usate, in prospettiva, per la soluzione del problema termonucleare discusso. Tuttavia, attualmente è la reazione (98.2) ad attirare l'attenzione e, in seconda istanza, la reazione (98.1). Il fatto è che a queste reazioni partecipano i nuclei più leggeri per cui è più facile la produzione e l'uso dell'energia liberata.

Nel ramo superiore della reazione dd (98.1) viene prodotta un'energia di 3,27/4 MeV per nucleone e nel ramo inferiore di 4,03/4 MeV. Ambedue i rami della reazione dd praticamente hanno uguale probabilitá. Perciò in media nella reazione dd si libera un'energia di $\frac{1}{2}(3{,}27/4 + 4{,}03/4) \approx$ $\approx 0{,}9$ MeV per nucleone, cioè la stessa che in un atto di fissione di un nucleo pesante. Nella reazione dt (98.2) l'energia liberata per nucleone vale $17{,}59/5 \approx 3{,}52$ MeV. Però in questa reazione solo 3,52 MeV si riferiscono alle particelle cariche di ^4He mentre 14,07 MeV sono portati via dai neutroni. L'energia delle particelle cariche può essere trasformata in energia elettri-

ca con un rendimento notevolmente più grande di quello ottenibile dall'energia dei neutroni (cfr. n. 5).

Nella reazione (98.3) si sprigiona un'energia per nucleone di 3,66 MeV e nella reazione (98.4) di 0,57 MeV. Prodotti di queste reazioni sono solo particelle cariche non radioattive, ciò che del punto di vista energetico deve essere considerato come un pregio (cfr. n. 5). Tuttavia queste reazioni sono difficilmente realizzabili e perciò nel seguito non saranno considerate.

Quindi, come per la fissione dei nuclei pesanti, nelle reazioni di fusione dei nuclei leggeri si sprigiona un'energia superiore di milioni di volte al calore che si ottiene nel bruciare il combustibile chimico (petrolio, gas, ecc.). Purtroppo la produzione di questa energia in quantità macroscopiche è riuscita finora solo in applicazioni militari, ossia nella bomba all'idrogeno nella quale le reazioni (98.1) e (98.2) sono accompagnate da una colossale esplosione e perciò assolutamente incontrollabili. L'impiego dell'energia di queste reazioni a scopi pacifici richiede che le reazioni evolvano in modo tranquillo e controllabile. È il problema della *fusione termonucleare controllata.* Di esso i fisici si occupano tenacemente in Russia, in USA e in altri paesi a partire pressappoco dal 1951. In Russia i lavori della fusione termonucleare controllata si svolgono prevalentemente all'Istituto per l'energia atomica Kurčatov, iniziati sotto la guida di L.A. Artsimovič (1909-1973) e M.A. Leontovič (1903-1981).

La fusione termonucleare controllata non è stata ancora realizzata ma gli scienziati credono di poter risolvere il problema entro la fine del nostro secolo o all'inizio del prossimo. Uno studio particolareggiato della questione supera i limiti del presente libro. Possiamo darne solo una presentazione generale e abbastanza superficiale.

2. Le due reazioni (93.1) e (93.2) si realizzano con nuclei di carica positiva fra i quali agiscono forze di repulsione coulombiane. Perché entrambe le reazioni siano possibili è necessario conferire ai nuclei interagenti un'energia cinetica sufficiente a farli avvicinare a una distanza dell'ordine di 10^{-11} cm. Soltanto dopo questo avvicinamento la probabilità che inizi il processo di fusione dei nuclei per *effetto tunnel* diventa apprezzabile. All'aumentare del numero di carica Z la barriera coulombiana fra i nuclei avvicinati aumenta proporzionalmente al prodotto delle cariche dei due nuclei. È più facile realizzare la fusione dei nuclei quanto più piccolo è Z. Ecco perché si lavora con nuclei di deuterio e di tritio il cui numero $Z = 1$, vale a dire è minimo.

Si possono realizzare le reazioni di fusione dei nuclei leggeri accelerando i nuclei di un elemento e bombardando con essi bersagli di atomi dello stesso o di un altro elemento. Tuttavia questo metodo è applicabile, e si usa infatti, per lo studio delle reazioni nucleari e per ottenere neutroni. Ma esso è assolutamente inapplicabile per la produzione di energia nucleare su scala industriale, anche se si usino acceleratori a forte corrente. Il fatto è che le sezioni d'urto delle reazioni nucleari, anche se aumentano

rapidamente all'aumentare della velocità relativa dei nuclei collidenti, anche in condizioni ottimali sono incomparabilmente inferiori alle sezioni d'urto delle collisioni atomiche. Per urto l'energia cinetica dei nuclei accelerati si dissipa rapidamente in ionizzazione ed eccitazione degli atomi del bersaglio. L'energia restante del nucleo accelerato, nella grande maggioranza dei casi, è assolutamente insufficiente per la sua fusione con il nucleo del bersaglio. Come risultato quasi tutti gli urti dei nuclei non si concludono con reazioni nucleari. L'energia nucleare così ottenuta è trascurabilmente piccola rispetto all'energia che deve essere consumata per accelerazione dei nuclei in acceleratori.

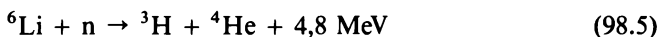
Perciò i processi di ionizzazione e di eccitazione degli atomi del bersaglio non si devono verificare. E ciò ha luogo soltanto in un *plasma totalmente ionizzato* e riscaldato a temperatura molto alta, dell'ordine di 10 keV (10^8 K). Per questa ragione la produzione di energia su scala industriale mediante reazioni controllate di fusione dei nuclei di elementi leggeri ha avuto il nome di *problema delle reazioni termonucleari controllate*. Esso si basa soprattutto sulla fisica del plasma, ossia sullo studio, ottenimento e controllo di questo stato della materia. La fisica del plasma, attualmente, rappresenta un settore autonomo e molto largo della fisica, ragione per cui possiamo trattare soltanto in termini generali il problema termonucleare.

3. Il deuterio ^2H (indicato anche con D) è un isotopo stabile dell'idrogeno. Esso si incontra nell'acqua sotto forma di molecola D_2O e HDO. Nell'acqua naturale, in rapporto al numero totale di atomi, sono contenuti all'incirca 0,015% atomi di deuterio. Vuol dire che 18 g d'acqua contengono $N_{Av} \cdot 0,00015 \approx 9 \cdot 10^{18}$ e un grammo circa $5 \cdot 10^{17}$ atomi di deuterio, cioè 10^{18} nucleoni. Poiché per un nucleone, nella reazione dd, si sprigionano 0,9 MeV di energia, per mezzo di questa reazione da 1 g d'acqua si può ottenere un'energia di $10^{18} \cdot 0,9 \approx 9 \cdot 10^{17}$ MeV $\approx 1,5 \cdot 10^5$ J. È una grande quantità rispetto all'energia del combustibile chimico. Il calore specifico di combustione del carbone, ad esempio, è di $3,5 \cdot 10^7$ J/kg (senza tener conto dell'ossigeno). In tal modo, 250 g d'acqua sono energeticamente equivalenti a 1 kg di carbone fossile. La massa d'acqua negli oceani della Terra è di circa $1,45 \cdot 10^{24}$ kg. Il suo contenuto energetico è equivalente a $6 \cdot 10^{21}$ kg $= 6 \cdot 10^{18}$ t di carbone fossile il che costituisce 1/1000 della massa di tutta la Terra ($\approx 6 \cdot 10^{21}$ t). Quindi, il deuterio contenuto negli oceani è *praticamente inesauribile* come fonte di energia e basterebbe per centinaia di milioni d'anni.

Il tritio ^3H (altra notazione è T) è un isotopo radioattivo dell'idrogeno con periodo di dimezzamento $T_{1/2} = 12,3$ anni. Il tritio si forma in piccole quantità nell'atmosfera per azione dei raggi cosmici (circa 1000-2000 atomi di T per 1 m^2 di superficie terrestre al secondo). Il tritio così ottenuto si fonde con l'ossigeno dell'aria formando acqua iperpesante. Ma, poiché ^3H

si disintegra, tale acqua non si accumula. Nell'acqua naturale ci sono 10^{-18} atomi di tritio rispetto al numero di atomi d'idrogeno.

Si può dire quindi che, data la radioattività del tritio, esso non si trova in natura. Perciò il tritio deve essere prodotto per poterlo usare nelle installazioni termonucleari. Esso si ottiene nella reazione

$$^{6}Li + n \rightarrow {}^{3}H + {}^{4}He + 4{,}8 \text{ MeV} \qquad (98.5)$$

mediante irradiazione dell'isotopo di litio ^{6}Li con neutroni prodotti da un reattore nucleare. Perciò la fusione termonucleare controllata sulla base della reazione (98.2) deve prevedere la produzione e la riproduzione del tritio. La riproduzione del tritio può essere realizzata nel reattore termonucleare stesso poiché la reazione dt è accompagnata da emissione di neutroni. A tale scopo, in accordo con la reazione (98.5), la zona di lavoro del reattore deve essere circondata da uno strato di isotopo leggero di litio ^{6}Li. Questo strato si chiama strato soppressore (blanket). Quindi, la quantità di tritio di cui si può disporre per la fusione controllata sarà determinata in fin dei conti dalle riserve naturali di deuterio e di ^{6}Li (nel litio naturale l'isotopo ^{6}Li costituisce all'incirca il 7,52% e l'isotopo ^{7}Li circa il 92,48%). Le riserve di questi elementi sulla Terra sono così grandi da dover bastare per centinaia di migliaia d'anni al ritmo prevedibile di consumo di energia.

Osserviamo che lo strato soppressore può essere usato anche per la creazione di *reattori nucleari-termonucleari combinati.* Il reattore termonucleare a dd può essere avvolto in uno strato contenente ^{238}U, fissile da neutroni veloci. I neutroni veloci prodotti nella reazione dd implicheranno la fissione di ^{238}U e produrranno il plutonio, che si usa nel reattore nucleare come combustibile. A tale scopo non serve il reattore a dt, poiché i neutroni ottenuti in esso sono necessari per la riproduzione del tritio.

4. L'uso del combustibile nucleare e dei nuclei fissili non costringe a bruciare le riserve mondiali d'ossigeno o di idrocarburi inquinando l'atmosfera con anidride carbonica e altri prodotti di combustione. Quanto all'inquinamento dell'ambiente naturale (cioè dal punto di vista ecologico), il reattore termonucleare gode di enorme vantaggio rispetto al reattore a fissione. Nelle reazioni di fissione compaiono numerosi rifiuti radioattivi longevi il cui stoccaggio è un problema non semplice. Nel reattore termonucleare questo problema è di soluzione molto più facile poiché nelle reazioni di fusione (98.1) e (98.2) non si formano rifiuti radioattivi longevi. I prodotti fondamentali di queste reazioni sono i neutroni, i nuclei non radioattivi d'elio ^{3}He e d'idrogeno e anche i nuclei di tritio. È vero che il tritio è radioattivo ma emette una radiazione ionizzante sotto forma di particelle β di energia 18 keV al massimo. Il tritio è uno degli isotopi radioattivi meno tossici mentre il plutonio, che serve come combustibile nei reattori nucleari, è il più tossico fra tutti i materiali radioattivi noti. Inoltre, nella reazione dt il tritio stesso è un combustibile termonucleare in modo

che lo si può far tornare nella zona attiva del reattore per una ulteriore combustione. Come risultato il tempo efficace della vita del tritio si riduce pressappoco a 5 giorni al posto di 18 anni come sarebbe in condizioni normali.

5. Formuliamo la condizione generale per il reattore termonucleare dettata dalla legge di conservazione dell'energia, supponendo che nel reattore si svolga la reazione dd o dt. A prescindere da una deduzione particolareggiata limitiamoci al suo aspetto generale e ai risultati finali.

Supponiamo che nel reattore venga introdotto un plasma di deuterio puro o di una miscela di deuterio e tritio in parti uguali, plasma già riscaldato in seguito a qualche processo non termonucleare. Il plasma è supposto, ovviamente, *quasi-neutro*, cioè tale che le concentrazioni medie di ioni positivi e di elettroni negativi in ogni volume macroscopico sono quasi uguali. Per giustificare questa ipotesi occorre osservare che anche una piccola violazione della quasi-neutralità ecciterebbe campi elettrici forti i quali, tuttavia, non possono esistere nel plasma data la sua alta conducibilità elettrica. Nel seguito indicheremo con n il numero di ioni positivi (uguale al numero di elettroni) in un centimetro cubo di plasma.

Se la temperatura T del plasma è sufficientemente alta gli urti reciproci degli ioni, almeno in parte, condurranno infine a reazioni con sviluppo di energia temonucleare. È chiaro che il numero di questi urti nell'unità di volume è proporzionale a n^2 e che il coefficiente di proporzionalità dipende da T. Perciò l'intensità dell'energia nucleare sviluppata in una unità di volume della zona attiva del reattore si può rappresentare sotto la forma $P_{\text{nuc}} = f_{\text{nuc}}(T)n^2$ dove la funzione $f_{\text{nuc}}(T)$ dipende dal combustibile usato: deuterio puro o una miscela di deuterio e tritio in parti uguali.

Le particelle cariche ^{3}He, t, p, ^{4}He e i neutroni sono i prodotti delle reazioni (98.1) e (98.2). L'energia cinetica del moto termico delle particelle cariche può essere trasformata in energia elettrica con rendimento vicino a 1. A tale scopo si può usare un *generatore magnetoidrodinamico* nel quale si realizza la transformazione diretta dell'energia termica in elettrica evitando il ciclo termico. Il principio di funzionamento è basato sull'induzione elettromagnetica: se attraverso un campo magnetico si muove un mezzo conduttore in quest'ultimo si eccita una corrente elettrica. Come mezzo conduttore può essere usato il plasma ad alta temperatura. La sua conducibilità elettrica, come dimostra la teoria, è proporzionale a $T^{3/2}$ e non dipende dalla concentrazione di particelle. Per $T \approx 1{,}6 \cdot 10^7$ K ($1{,}4 \cdot 10^3$ eV) la conducibilità del plasma d'idrogeno è uguale pressappoco alla conducibilità del rame a temperatura ambiente, e per $T \approx 1{,}6 \cdot 10^8$ K essa aumenta di circa 30 volte. Se il flusso di plasma caldo che attraversa il campo magnetico, viene diretto fra le armature di un condensatore, la corrente indotta che compare carica il condensatore, vale a dire che l'energia termica del plasma si trasforma in energia elettrica.

I neutroni, in quanto privi di carica elettrica, non si possono usare in questo modo. La loro energia cinetica del moto termico può essere trasformata in energia elettrica mediante un *ciclo termico*, e il rendimento di quest'ultimo è limitato superiormente dal teorema di Carnot. Poniamo, con una certa dose di ottimismo, che questo rendimento valga 1/3.

Tuttavia non è sufficiente tener conto della sola energia termica che si sprigiona nelle reazioni nucleari. I neutroni escono dalla zona attiva del reattore e vengono assorbiti dallo schermo di protezione. In questo caso si libera una energia di *affinità neutronica* sotto forma di calore. Per ogni atto di assorbimento si liberano all'incirca 8 MeV di calore. Anche questo calore può essere usato nel ciclo termico, e quindi lo si deve aggiungere all'energia neutronica nelle reazioni nucleari. In tal modo, si può supporre che l'energia termica delle particelle cariche possa essere trasformata praticamente totalmente in energia elettrica e l'energia termica dei neutroni (tenuto conto dell'energia di affinità neutronica) per circa un terzo. Formalmente nei calcoli energetici i neutroni possono essere considerati come particelle quasi-cariche se si divide il loro numero per tre. Si suppone che lo si faccia nella stima della potenza P_{nuc} e del coefficiente $f_{nuc}(T)$.

Consideriamo dapprima la reazione dt (98.2). L'energia della particella carica ^{3}He è di 3,5 MeV e quella del neutrone di 14 MeV. Quest'ultima deve essere aumentata pressappoco fino a $14 + 8 = 22$ MeV, tenendo conto della affinità neutronica. Quindi, l'effetto termico della reazione dt vale $3{,}5 + 22/3 \approx 10{,}8$ MeV o, arrotondando, 10 MeV se si suppone che tutti i prodotti della reazione siano particelle quasi-cariche.

Le cose sono più complicate nel caso della reazione dd (98.1). Come è stato detto precedentemente, ambedue i rami di questa reazione si svolgono con eguale probabilità. Perciò tutte le cifre riferite a queste reazioni si devono dividere per due, per esempio 3,27 MeV deve essere sostituito con 1,65 MeV e 4,03 MeV con 2 MeV. Ma il tratto principale della reazione dd è che in uno dei suoi rami compare il tritio il quale può essere usato come combustibile nel reattore basato sulla reazione dt. Nel primo ramo la parte di energia di ^{3}He è di 0,41 MeV e quella del neutrone di 1,24 MeV ossia, tenuto conto della affinità neutronica, di 5,24 MeV il che è equivalente a $5{,}24:3 = 1{,}7$ MeV di energia termica delle particelle cariche. Nel secondo ramo tutta l'energia di 2 MeV è localizzata nelle particelle cariche t e p. Ad essa si devono aggiungere $10:2 = 5$ MeV che si sviluppano nel generatore con la reazione dt. In tal modo, ricalcolando per le particelle cariche otteniamo che l'effetto termico della reazione è di $0{,}41 + 1{,}7 + 2 + 5 = 9{,}1$ MeV o, arrotondando, 10 MeV come nella reazione dt.

Oltre allo sviluppo di energia si verificano anche perdite: l'energia viene portata via dalla zona attiva del reattore dalla radiazione elettromagnetica del plasma e dal flusso di particelle uscenti. La radiazione compare soprattutto per rallentamento degli elettroni nei loro urti con i nuclei. La potenza

della radiazione uscente da un'unita di volume è proporzionale anch'essa a n^2 e può essere rappresentata nella forma $P_{rad} = f_{rad}(T)n^2$. La forma delle funzioni $f_{nuc}(T)$ e $f_{rad}(T)$ può essere trovata teoricamente ma non possiamo soffermarci su questa deduzione.

Per trovare l'intensità energetica del flusso di particelle uscenti da un'unità di volume introduciamo la nozione di *tempo medio di confinamento* τ del plasma nella zona attiva del reattore. Così si chiama l'intervallo di tempo entro il quale dall'unità di volume del plasma nell'unita di tempo escono n/τ particelle di ogni segno. Questo è l'unico parametro fenomenologico che caratterizza il reattore termonucleare. Perciò la condizione, che sarà dedotta più avanti dalla legge di conservazione dell'energia, è assolutamente indipendente dalle caratteristiche del tipo di reattore termonucleare e deve essere soddisfatta per un reattore di qualsiasi tipo. Mediante il tempo τ si può rappresentare l'intensità energetica P_{par} del flusso di particelle uscenti dall'unità di volume del plasma. L'energia cinetica delle particelle nell'unità di volume del plasma vale $2 \cdot \frac{3}{2} nkT = 3nkT$ (una metà dell'energia si riferisce ai nuclei e l'altra agli elettroni). Perciò $P_{par} = 3nkT/\tau$.

Quindi, l'intensità energetica delle particelle e della radiazione uscenti dall'unità di volume del plasma sarà $3nkT/\tau + f_{rad}(T)n^2$. Questa energia è assorbita dalla protezione e si sviluppa sotto forma di calore. Parte di questo calore può essere utilmente sfruttata mediante la trasformazione in lavoro con un rendimento η il cui valore dipende dall'efficacia del ciclo termodinamico. L'intensità dell'energia dissipata nell'unità di volume del plasma è

$$(1 - \eta)[3nkT/\tau + f_{rad}(T)n^2]$$

ossia

$$2nkT/\tau + \frac{2}{3} f_{rad}(T)n^2,$$

supponendo che $\eta = 1/3$, come è stato già fatto precedentemente.

La condizione perché la reazione di fusione si autosostenga è data dalla condizione che l'energia termonucleare sviluppata sia uguale o superiore all'energia perduta dal plasma per radiazione elettromagnetica e il flusso di particelle uscenti. Matematicamente questa condizione si esprime mediante la formula

$$f_{nuc}(T)n^2 \geqslant 2nkT/\tau + \frac{2}{3} f_{rad}(T)n^2. \qquad (98.6)$$

Nel caso di uguaglianza, nel plasma si verificherà la sola reazione termonucleare di fusione che si autosostiene senza generazione di energia utile. Per trasformare l'installazione in generatore di energia è necessario che nella formula (98.6) sia soddisfatta la disuguaglianza.

La condizione (98.6) può essere riscritta nella forma

$$n\tau \geqslant L(T), \tag{98.7}$$

se si introduce la notazione

$$L(T) = \frac{2kT}{f_{\text{nuc}}(T) - (2/3)\, f_{\text{rad}}(T)}. \tag{98.8}$$

È ovvio che il denominatore nell'ultima formula deve essere positivo poiche l'energia nucleare sprigionata deve superare in ogni caso l'energia portata via dalla radiazione.

La formula (98.7) esprime la *condizione di inizio di una reazione termonucleare autosostenuta* o la *condizione di accendimento di una reazione termonucleare.* Essa è stata dedotta nel 1957 dal fisico inglese Lawson (n. 1923) e si chiama *criterio di Lawson.* La funzione della temperatura $L(T)$ dipende dal tipo di combustibile termonucleare usato: deuterio puro o miscela di deuterio e tritio in parti uguali. Per trovare $L(T)$ occorre determinare le funzioni $f_{\text{nuc}}(T)$ e $f_{\text{rad}}(T)$. Ciò si può fare teoricamente, come abbiamo già detto precedentemente. L'espressione (98.8) è stata ottenuta nell'ipotesi che il rendimento $\eta = 1/3$. È facile generalizzare questa espressione anche per altri valori di η. In questo caso la formula (98.7) resta invariata e cambia la sola funzione $L(T)$.

6. La temperatura minima per cui inizia ad essere verificato il criterio (98.7) può essere considerata come la *temperatura ottima* per la realizzazione di una reazione termonucleare autosostenuta. Essa può essere trovata dalla condizione $dL/dT = 0$. In fig. 168 sono rappresentati i grafici della funzione $L(T)$ per reazioni dt e dd, per $\eta = 1/3$. Da questi grafici si vede che la temperatura ottima per la reazione dt è dell'ordine di $2 \cdot 10^8$ K e per la reazione dd dell'ordine di 10^9 K. Se il valore $n\tau$ è tale che il punto $(T, n\tau)$ giaccia sulla curva $L = L(T)$ nel sistema può aver luogo una reazione termonucleare stazionaria senza generazione di energia utile. Se, invece, il punto suindicato giace sopra la curva $L = L(T)$ il sistema comincia a funzionare come generatore di energia.

Dai grafici si vede che per $\eta = 1/3$ il criterio di Lawson equivale al soddisfacimento delle condizioni seguenti:

$$\begin{cases} n\tau \geqslant 10^{14}\ \text{cm}^{-3}\cdot\text{s}, & T \approx 2\cdot 10^8\ \text{K (per la reazione dt);} \\ n\tau \geqslant 10^{15}\ \text{cm}^{-3}\cdot\text{s}, & T \approx 10^9\ \text{K (per la reazione dd).} \end{cases}$$

Si vede di qui che la reazione termonucleare dt è più facile da realizzare della reazione dd. Ciò è dovuto al fatto che la sezione d'urto della reazione dt nella regione di temperature 10^8-10^9 K è pressappoco di due ordini di grandezza superiore alla sezione d'urto della reazione dd. Quest'ultimo fatto, a sua volta, si spiega con la circostanza che nell'intervallo di temperature suindicato la reazione dt presenta carattere di *risonanza.* Ecco perché gli attuali sforzi dei fisici e degli ingegneri sono concentrati sulla realizzazione

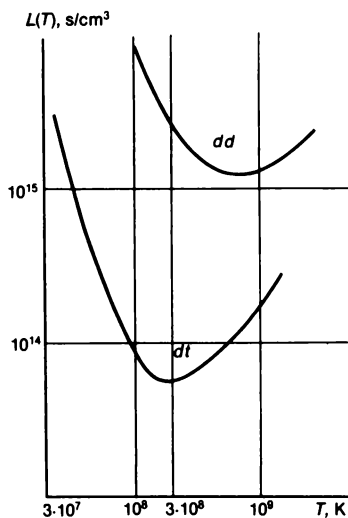



Fig. 168.

della reazione dt. Ma in prospettiva con il progresso dell'energetica termonucleare dovrà essere realizzato il passaggio alla reazione dd poiché le riserve naturali di ^{6}Li sono limitate.

Quindi, perché le reazioni termonucleari abbiano luogo, è sufficiente riscaldare il plasma di deuterio-tritio fino a temperatura dell'ordine di $2 \cdot 10^8$ K, cioè dell'ordine di 10 keV. Ma nel corso delle reazioni termonucleari si sprigiona un'energia di qualche MeV per ogni atto di reazione. Questa energia supera di centinaia di volte l'energia che deve essere consumata per il riscaldamento del plasma stesso. Questa circostanza apre la possibilità di principio di produrre energia utile nelle reazioni termonucleari.

7. Si possono usare i seguenti metodi per riscaldare il plasma deuterio-tritio a temperature dell'ordine di 10^8 K:

1) *Liberazione di calore per effetto Joule* facendo passare una corrente elettrica attraverso il plasma. Questo metodo è applicabile nello stadio iniziale e diviene inefficace per $T \geqslant 10^7$ K poiché la conducibilità del plasma aumenta rapidamente con la temperatura (pressappoco $\sim T^{3/2}$). Per un riscaldamento ulteriore occorrono altri metodi dei quali in prospettiva i migliori sembrano essere il 2) e il 3) citati qui di seguito.

2) *Iniezione nel plasma di fasci di particelle neutre di alta energia.* I fasci di atomi veloci vengono costruiti mediante iniettori, ossia acceleratori di particelle cariche, ad esempio nuclei di deuterio (deutoni). I deutoni accelerati passano attraverso uno strato speciale di gas neutro e si trasformano in atomi neutri veloci di deuterio che penetrano senza ostacolo nel plasma, sotto qualsiasi angolo rispetto al campo magnetico qualora quest'ultimo

sia usato per il confinamento del plasma. Esistono iniettori con una potenza di fascio di 2 MW e una energia degli atomi di 20-40 keV. L'uso degli iniettori ha consentito di aumentare notevolmente la temperatura del plasma. Così, nella installazione PLT (USA) con questo metodo si è riusciti a raggiungere una temperatura di $7 \cdot 10^7$ K.

3) *Riscaldamento mediante un campo elettromagnetico di alta frequenza.* Il campo elettromagnetico di alta frequenza nel plasma viene eccitato da una spira percorsa da corrente ad alta frequenza, posta in prossimità della camera di lavoro in cui si trova il plasma. Se la frequenza del campo coincide con la frequenza di ciclotrone degli ioni o degli elettroni, si verifica un assorbimento di risonanza delle onde elettromagnetiche e il corrispondente riscaldamento degli ioni o elettroni del plasma. L'efficacia di questo metodo è stata dimostrata per la prima volta all'Istituto di energia atomica Kurčatov e in seguito in altre installazioni. Nell'installazione PLT (USA) con questo metodo è stata ottenuta una temperatura degli ioni di $4 \cdot 10^7$ K.

4) *Compressione del plasma* quando viene attraversato da una corrente elettrica a causa della mutua attrazione dei filetti paralleli di corrente (*effetto pinch*). Il riscaldamento avviene per compressione adiabatica del plasma e anche per liberazione di calore da parte delle onde d'urto e di processi turbolenti.

5) *Riscaldamento mediante radiazione laser di grande intensità.*

6) *Riscaldamento con fasci elettronici di grande intensità.*

7) *Riscaldamento con fasci d'ioni pesanti accelerati.*

Gli ultimi tre metodi si possono utilizzare in installazioni con plasma denso ($n \approx 10^{23}$ particelle/cm^3).

I metodi suindicati di riscaldamento del plasma sino a temperature termonucleari sono, in linea di principio, fondati e tecnicamente realizzabili. La difficoltà fondamentale della fusione termonucleare controllata è il *confinamento del plasma di alta temperatura e sufficientemente denso nel volume di lavoro del reattore.*

8. Per il momento trascuriamo i metodi di confinamento del plasma e vediamo quali sono le condizioni che pongono dei limiti alla sua concentrazione n. Indichiamo con $\mathscr{P}$ la pressione del plasma prima della reazione. A scanso di distruzioni, $\mathscr{P}$ non può essere troppo grande, cioè non deve superare un'atmosfera (dell'ordine di 10^6 din/cm^2). Ma $\mathscr{P} \sim nkT$. Per $T \approx 10^8$ K di qui troviamo che $n \sim \mathscr{P}/kT \approx 10^{14}$ cm^{-3}. In seguito allo sviluppo dell'energia termonucleare la temperatura del plasma e anche la pressione aumentano di centinaia di volte. Questo aumento della pressione è tecnicamente sopportabile dall'installazione di confinamento. Se la temperatura aumenta di cento volte, l'energia termonucleare sviluppata sarebbe di $100\ nkT \approx 10$ J/cm^3. In realtà l'energia sviluppata sarà più grande poiché la temperatura del plasma aumenta di varie centinaia di volte. Questo sviluppo di energia si verifica durante il tempo di confinamento τ. Dal criterio di Lawson (98.7) troviamo che deve essere $\tau \gtrsim 1$ s. Ponendo $\tau = 1$ s ve-

diamo che la potenza sviluppata sará dell'ordine di alcune decine di W/cm$^3 \cdot$s. Per ottenere una potenza di 1000 MW è necessario che il volume di lavoro del reattore sia di molte volte più grande, cioè dell'ordine di $1000 \cdot 10^6 : 10 \approx 10^8$ cm^3 = 100 m^3. Con questi volumi il reattore termonucleare avrà una potenza paragonabile a quella delle grandi centrali elettriche.

9. Si devono distinguere due direzioni di ricerche dedicate alla fusione termonucleare controllata: in una direzione si svolgono lavori con plasma di bassa concentrazione ($n \approx 10^{14}$ cm^{-3}) e nell'altra con plasma di alta concentrazione ($n \approx 10^{23}$ cm^{-3}).

La difficoltà fondamentale nel lavoro con il plasma di bassa concentrazione è di ottenere un tempo sufficientemente lungo di confinamento (dell'ordine di un secondo). Nessuna sostanza è adatta per costruire un recipiente nel quale si possa trattenere il plasma per questo tempo: il plasma caldo a contatto con la parete del recipiente prima si raffredda e, per di più, evapora la parete stessa. Per trattenere il plasma ed evitare il suo contatto con le pareti si usano campi magnetici di intensità e configurazione le più disparate. Questi campi vengono chiamati *trappole magnetiche.* Nel vol. III (cap. V) è stato già considerato il comportamento di una particella carica in una trappola magnetica.

In un campo magnetico omogeneo costante la particella si muove descrivendo una spirale che si avvolge attorno ad una linea di forza magnetica. Il suo moto è limitato soltanto nella direzione trasversale del campo magnetico e può essere indefinitamente lungo nella direzione parallela. Creiamo un campo omogeneo all'interno di un cilindro limitato e amplifichiamolo agli estremi (con «tappi magnetici»). Si ottiene così una trappola magnetica e la particella sarà trattenuta in uno spazio limitato a condizione che la direzione della sua velocità non sia dentro il «cono di perdita» (cfr. vol. III, § 88).

Si può ottenere che il moto della particella sia limitato trasformando il cilindro in un toro. Tuttavia in questo caso compare una deriva che implica urti fra la particella e le pareti della camera toroidale (cfr. vol. III, § 88).

10. Il passaggio dallo studio di singole particelle cariche allo studio del moto *di tutto un plasma* è reso difficile dall'interazione fra le particelle. Approssimativamente di questa interazione si tiene conto nel modello idrodinamico del plasma. In un modello elementare si suppone che il plasma si comporti come un mezzo continuo quasi-neutro, ossia come un liquido che si muova in un campo magnetico. È il modello *magnetoidrodinamico ad un solo liquido.* Nel *modello magnetoidrodinamico a due liquidi,* più complicato, si suppone che il plasma consti di due liquidi: uno descrive il moto degli *elettroni* e l'altro il moto degli *ioni.*

Si può mostrare che lo scambio di energia fra particelle identiche del plasma, cioè fra gli elettroni o fra gli ioni si verifica più rapidamente che fra particelle diverse, cioè fra gli elettroni leggeri e gli ioni pesanti. In altre

parole, lo scambio di calore fra i diversi liquidi del plasma è un processo più lento dello stabilirsi di uno stato d'equilibrio in ciascuno di questi liquidi separatamente. Perciò, finché non si stabilisce un equilibrio termodinamico totale del plasma, si possono attribuire approssimativamente alle componenti elettronica e ionica temperature in generale non coincidenti.

Senza entrare in dettagli limitiamoci a un esempio elementare. Supponiamo che il plasma riempia un cilindro indefinitamente lungo parallelamente all'asse del quale passi una corrente elettrica J (questa configurazione si chiama *cordone di plasma*). La corrente elettrica eccita un campo magnetico $\boldsymbol{H}$ che esercita una pressione magnetica $H^2/8\pi$ (cfr. vol. III, § 72). Se sulla superficie cilindrica essa supera la pressione cinetica gassosa $2nkT$ (consideriamo il modello ad un solo liquido) il cordone di plasma sarà compresso (fenomeno che si chiama *effetto pinch*).

Per l'equilibrio del cordone di plasma è necessario che sulla sua superficie la pressione magnetica $H^2/8\pi$ sia equilibrata dalla pressione cinetica gassosa $2nkT$. Tuttavia questo equilibrio sarà estremamente instabile. Infatti, supponiamo che per ragioni casuali il cordone sia soggetto ad un piccolo restringimento. Data la grande conducibilità del plasma ad alta temperatura il flusso magnetico attraverso la sezione trasversale del cordone si conserva (cfr. vol. III, § 71) in modo che la pressione magnetica sulla parte ristretta del cordone aumenta. È vero che nella parte ristretta aumenta anche la pressione cinetica gassosa. Ma ciò non implica altro che il passaggio di una parte di plasma in zone più larghe del cordone di plasma. Perciò sotto una pressione magnetica aumentata, il restringimento del cordone si rafforza, vale a dire che l'equilibrio sarà instabile nei confronti di perturbazioni di questo genere (fig. 169). Ma l'equilibrio del cordone di plasma è instabile anche rispetto a sue piccole flessioni. Ciò si vede dalla fig. 170 dove il campo magnetico e con esso la pressione magnetica sono più grandi nella parte concava del cordone che in quella convessa.

Nel plasma esistono molti altri tipi di instabilità. La natura di molte di esse può essere chiarita sulla base di modelli idrodinamici, ma esistono anche delle instabilità la cui origine richiede uno studio cinetico. Non possiamo soffermarci su tutte queste questioni specifiche che superano i limiti del presente Corso. Osserviamo soltanto che l'instabilità estrema del plasma in tutti i campi magnetici di configurazione geometrica semplice crea la *principale difficoltà* che deve essere superata sulla via della realizzazione della fusione termonucleare controllata.

Per vincere la suddetta difficoltà si fanno ricerche sulle varie configurazioni ed intensità dei campi magnetici. Questi ultimi vengono provocati non solo da correnti che passano attraverso il plasma, ma soprattutto da *sorgenti esterne*. Senza entrare in particolari osserviamo che l'azione di confinamento e di stabilizzazione esercitata dai campi magnetici è basata, in particolare, sull'alta conducibilità elettrica del plasma.

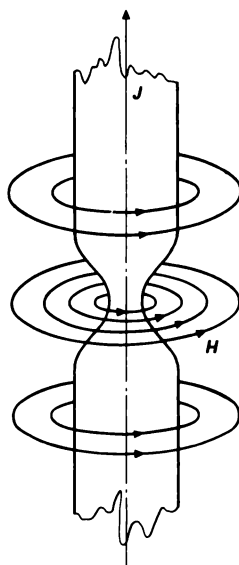



Fig. 169.

Grazie all'alta conducibilità, il flusso magnetico attraverso qualsiasi linea chiusa, composta di particelle identiche, resta praticamente costante qualunque sia il moto del plasma (cfr. vol. III, § 79). Questo fenomeno si chiama *congelamento delle linee di forza magnetiche nel plasma.* Inoltre, lungo le linee di forza magnetiche esiste una *tensione* (vol. III, § 72), nel senso che le linee di forza si comportano come corde tese. Ambedue questi fatti contribuiscono al trattenimento ed alla stabilizzazione del plasma. Ciò si manifesta con maggiore evidenza quando si eliminano le flessioni casuali del cordone di plasma.

11. Fra le varie trappole magnetiche, la più efficace è quella che si chiama *tokamak* (un'abbreviatura dal russo «camera toroidale con bobine magnetiche»). Essa è stata proposta, studiata sperimentalmente e teoricamente in dettaglio all'Istituto di energia atomica di Mosca da un gruppo

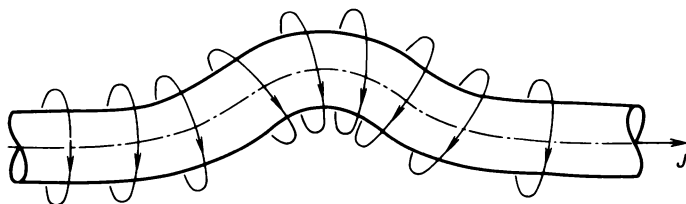



Fig. 170.

di fisici guidato da L.A. Artsimovič e da M.A. Leontovič e dopo la loro scomparsa da B.B. Kadomtsev (n. 1928). Anche in altri paesi, dove si fanno ricerche dedicate alla fusione termonucleare controllata (USA, Giappone, paesi dell'Euratom), attualmente si dà la preferenza ai tokamak.

È naturale che nel corso di fisica generale non si possa fare altro che toccare in tratti generali il principio d'azione dei tokamak, trascurando dettagli strutturali e questioni d'ingegneria. La parte fondamentale del tokomak è una *camera toroidale sotto vuoto* nella quale si introduce il deuterio (e in seguito, quando dai tokamak sperimentali si passerà alla creazione di reattori energetici, si userà la miscela deuterio-tritio). In altre parole, la camera è costituita da un tubo piegato a forma di toro. Il raggio R di questo toro, cioè della circonferenza descritta dal suo asse, si chiama *grande raggio* della camera toroidale. Attraverso l'apertura del toro passa un flusso magnetico. Quando il flusso varia nel tempo, si crea un campo elettrico turbolento parallelo all'asse del toro. Si crea così una scarica elettrica, si forma il plasma e nella camera toroidale comincia a circolare la corrente elettrica. Questa corrente riscalda il plasma ed eccita attorno a se un campo magnetico H_φ le cui linee di forza respingono il plasma dalle pareti esterne della camera formando un cordone di plasma anulare. Il raggio della sezione trasversale di questo cordone a si dice *piccolo raggio* della camera toroidale.

È inessenziale che la corrente nel cordone di plasma sia continua (di direzione costante) o alternata (la cui direzione cambia periodicamente). Perciò il metodo induttivo che abbiamo indicato di eccitazione della corrente elettrica nel tokamak non è l'unico possibile. È possibile anche un metodo non induttivo. Si può, ad esempio, introdurre nel plasma onde elettromagnetiche di determinata frequenza e tali da provocare un moto degli elettroni lungo il campo magnetico toroidale (cfr. il prossimo capoverso) creato da sorgenti esterne. L'efficacia di questo metodo di eccitazione della corrente è confermata da un'esperienza realizzata in Giappone. Il suo vantaggio è, probabilmente, nel consentire di mantenere la corrente nel toro del tokamak per un tempo più lungo che con il metodo d'induzione.

Per il confinamento e la stabilizzazione del cordone di plasma si usano campi magnetici *toroidali* e *poloidali* prodotti da sorgenti esterne. Si crea un intenso campo magnetico toroidale H_θ diretto parallelamente alla corrente nella camera toroidale per mezzo di bobine avvolte sul toro. Come mostra la teoria, affinché il plasma sia magnetoidrodinamicamente stabile è necessario che sia verificato il cosiddetto *criterio di Šafranov* (n. 1929)-*Kruskal* (n. 1925)

$$H_\theta a > H_\varphi R. \tag{98.9}$$

Il campo poloidale relativamente debole $H_\perp \approx H_\varphi a/R$ è perpendicolare al piano di simmetria centrale della camera toroidale. Questo campo, prodotto da fili disposti lungo il toro, è necessario per il trattenimento del cordone

di plasma in equilibrio e per l'evacuazione dei prodotti di reazione dal plasma.

Il plasma nel tokamak, come è stato detto, viene riscaldato dalla corrente che lo attraversa. Per un riscaldamento supplementare si usano campi elettromagnetici variabili e l'iniezione di atomi neutri veloci.

Un parametro importante del tokamak è il rapporto β fra la pressione cinetica gassosa $\mathscr{P}$ del plasma e la pressione magnetica $H^2/8\pi$. Cosí $\beta = 8\pi \mathscr{P}/H^2$. La teoria dice che β non deve essere grande poiché, in caso contrario, il plasma diviene instabile. Dall'altra parte, perché un reattore energetico sia economicamente vantaggioso, la grandezza β deve essere superiore al 5%. Attualmente all'Istituto di energia atomica Kurčatov nel tokamak T-11 è stato ottenuto $\beta = 3\%$ e in USA nel tokamak Doppietto-III, in cui il cordone di plasma ha sezione ellittica, $\beta = 4{,}5\%$.

12. Allo scopo di diminuire il consumo energetico per la creazione di un campo magnetico H forte (50-60 kGs e più) è previsto l'uso di avvolgimenti di *leghe superconduttrici* con alti valori del campo critico H_{crit} (cfr. vol. III, § 80) il superamento del quale distrugge la superconduttività. Per la prima volta questo metodo è stato applicato in ex URSS nell'installazione T-7 nella quale veniva usata una lega di niobio con tantalio alla temperatura dell'elio liquido. In un'altra installazione, T-15, che si sta costruendo in Russia si prevede di usare una lega di niobio e stagno.

La soluzione del problema della superconduttività ad alta temperatura significherebbe una rivoluzione nella tecnica criogenica, in particolare, nella creazione di campi magnetici ultraforti. In questa direzione si fanno ricerche intensive in Russia, USA, Giappone ed in altri paesi. Secondo a comunicazioni della fine del 1986 sono state ottenute materiali superconduttori anche alla temperatura d'ambiente, senza parlare di quella d'azoto liquido. Per il momento osserviamo che la produzione di campi magnetici di grande intensità implica l'utilizzazione di avvolgimenti superconduttori che abbiano grande resistenza meccanica (per $H = 50$ kGs, la pressione magnetica $H^2/8\pi$ è dell'ordine di 100 atm e per $H = 150$ kGs diventa dell'ordine di 1000 atm).

13. Nel nostro corso di fisica generale sarebbe azzardato entrare in particolari scientifico-tecnici del problema della fusione termonucleare controllata. Tutte le notizie di questo genere rischiano di essere già invecchiate al momento della pubblicazione del presente libro. Limitiamoci perciò ad alcuni fatti relativi ai tokamak ed ai risultati ottenuti in queste installazioni.

Il più grande tokamak costruito in ex URSS è il T-10 messo in funzione nel 1975 all'Istituto di energia atomica (Mosca). Il suo campo magnetico toroidale è di $H_\theta \approx 50$ kGs, il volume del plasma è di 5 m^3 ($R = 150$ cm, $a = 39$ cm), la corrente nel plasma di circa 800 kA, $T \approx 1{,}2 \cdot 10^7$ K, $\tau \approx 0{,}07$ s, $n \approx 8 \cdot 10^{13}$ cm^{-3}, $n\tau \approx 6 \cdot 10^{12}$ cm$^{-3}\cdot$s. Nel 1979 nello stesso Istituto è stato messo in funzione il tokamak T-7 con parametri vicini a

quelli del T-10 ma con avvolgimenti superconduttori. Nel corso di ricerche sperimentali su queste installazioni è stato stabilito che il tempo di confinamento τ aumenta rapidamente all'aumentare del volume del plasma, proporzionalmente all'incirca a aR^2.

Nel tokamak TFTR (USA) messo in azione nel 1983 è stato raggiunto un valore record: $\tau = 0{,}19$ s ($R = 248$ cm, $a = 85$ cm, $H_\theta = 52$ kGs, corrente nel plasma di circa 2,5 MA, potenza di riscaldamento supplementare mediante iniezione di atomi veloci di 33 MW, costo dell'installazione 314 milioni di dollari). Alla fine del 1986, in questa installazione è stata raggiunta la più alta temperatura: $2{,}2 \cdot 10^8$ K. A questa temperatura, se si riesce ad aumentare di un fattore tra 5 e 10 il valore di $n\tau$, il tokamak che utilizza una miscela di deuterio e tritio potrebbe funzionare in regime critico, cioè quando l'energia termonucleare liberata è uguale all'energia fornita dalle sorgenti esterne per riscaldare e confinare il plasma. Sull'asse del cordone di plasma in questa installazione è stata raggiunta una temperatura ionica di $3{,}3 \cdot 10^8$ K (29 keV).

I tokamak sono installazioni molto complicate e costose. Perciò l'ex Unione Sovietica ha proposto all'Agenzia internazionale per l'energia atomica di unificare gli sforzi dei paesi in cui si svolgono lavori sulla fusione termonucleare controllata per la creazione di un reattore termonucleare sperimentale. Questa proposta è stata accettata. L'installazione ha avuto il nome di INTOR (International Toroidal Reactor). I parametri del progetto INTOR sono: $R = 5{,}2$ m, $a = 1{,}4$ m, volume della camera 320 m^3, avvolgimento superconduttore di Nb_3Sn, NbTi, Cu, campo sull'avvolgimento 116 e 80 kGs, campo al centro della camera di lavoro 55 kGs, riscaldamento supplementare del plasma con iniezione di atomi D accelerati fino a 175 keV, potenza dell'iniezione 75 MW, temperatura media del plasma $T = 10^8$ K, $n = 1{,}4 \cdot 10^{14}$ cm^{-3}, corrente 6,4 MA, blanket di Pb, C, Li_2SiO_3, consumo annuo di tritio 7 kg, potenza termonucleare totale 620 MW, liquido refrigerante acqua. Il tempo di combustione della reazione termonucleare dovrebbe essere di 200 s. Il processo nell'INTOR avrà carattere ciclico con intervalli di 30 s (necessari per la pulizia della camera dai prodotti di interazione del plasma con le sue pareti). E' previsto che l'INTOR produrrà 10 MW di energia elettrica di origine termonucleare. Il compito principale dell'INTOR è di dimostrare che è tecnicamente possibile realizzare la fusione termonucleare controllata. Questa installazione non sarà ancora economicamente vantaggiosa, ma deve mostrare la possibilità di produzione e di impiego a scopi industriali dell'energia termonucleare della fusione di elementi leggeri. Questo dovrebbe essere il prototipo del futuro reattore delle centrali elettriche termonucleari.

14. Per concludere consideriamo la questione della possibilità almeno teorica di un reattore termonucleare nel quale non si usino installazioni di confinamento del plasma. All'inizio nella camera a vuoto del reattore si introduce una miscela di deuterio e tritio allo stato solido (congelato)

che si riscalda praticamente in un attimo fino a temperatura dell'ordine di 10^8 K. La sua permanenza in un volume iniziale limitato è determinata dal tempo di dispersione del plasma dell' ordine di l/v, dove l è la dimensione lineare del volume in questione e v la velocità media delle particelle del plasma dopo il suo riscaldamento. Questo tempo può essere considerato come tempo di confinamento del plasma nel volume considerato, parametro che figura nel criterio di Lawson (98.7). Quindi, per accensione del plasma deve essere $nl/v > L$ da cui

$$l > \frac{Lv}{n}. \tag{98.10}$$

Ponendo per il plasma deuterio-tritio $L = 10^{14}$ cm$^{-3}\cdot$s e per la miscela allo stato solido $n = 4{,}5 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}, $v \approx 10^8$ cm/s, otteniamo

$$l_{\min} \approx \frac{10^{14} \cdot 10^8}{4{,}5 \cdot 10^{22}} \approx 0{,}2 \text{ cm} = 2 \text{ mm}.$$

La pressione del plasma immediatamente dopo il suo riscaldamento sarà $\mathscr{P} = 2nkT \approx 2 \cdot 4{,}45 \cdot 10^{22} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-16} \approx 10^{15}$ din/cm^2 $\approx 10^6$ atm se si trascura la compressione del plasma nel processo di riscaldamento. Al termine della reazione termonucleare essa aumenterà pressappoco ancora di 1000 volte, cioè raggiungerà circa 10^9 atm. Questo aumento della pressione può essere considerato come una microesplosione in quanto il processo si verifica nel volume $\omega \approx l^3 \approx 0{,}01$ cm^3. Se il volume della camera $V = 1$ m^3 $= 10^6$ cm^3 e la microesplosione si produce nel suo centro, la pressione massima sulle pareti della camera sarà dell'ordine di $10^9\ V/\omega \approx 10$ atm il che, con uno spessore sufficiente delle pareti, non presenta pericolo. Infatti, per introduzione rapida di energia nel plasma quest'ultimo si comprime fortemente. Ma questa compressione aumenta la pressione del plasma soltanto nella zona in cui si forma e non sulle pareti della camera poiché su di esse agisce il plasma già dilatato.

È evidente che un reattore termonucleare di questo tipo sarà ad impulso: nella camera di lavoro periodicamente deve essere introdotta una piccola pastiglia di combustibile termonucleare, che verrà fatta esplodere.

Le difficoltà di costruzione di un reattore termonucleare del tipo considerato non scompaiono. Qui il problema del confinamento del plasma viene sostituito da quello del suo riscaldamento. Il fatto è che questo riscaldamento deve essere realizzato in un tempo non superiore al tempo di dilatazione del plasma, cioè più velocemente di $l_{\min}/v \approx 2 \cdot 10^{-9}$ s.

Il superamento della difficoltà suindicata si realizza in due direzioni. Primo, il riscaldamento del plasma sino a 10^8 K si ottiene mediante concentrazione di una radiazione laser sulle pastiglie di combustibile termonucleare [N.G. Bassov (n. 1922) e collaboratori]. Secondo, la stessa concentrazione si realizza con fasci di elettroni relativistici accelerati [E.K.

Zavojskij (1907-1976) e collaboratori] e anche di ioni pesanti accelerati. In ambedue le direzioni sono stati ottenuti risultati promettenti sui quali non ci soffermiamo.

§ 99. *Ottica neutronica*

1. Le proprietà ondulatorie dei neutroni si manifestano in modo tanto più evidente quanto più grande è la corrispondente lunghezza d'onda di De Broglie, cioè quanto più piccola è la loro energia cinetica. Viceversa, per i neutroni di energie molto alte, a prevalere sono le proprietà corpuscolari. Per brevità, nel seguito chiameremo le onde di De Broglie per i neutroni semplicemente *onde neutroniche.* Alcune caratteristiche dei neutroni sono date nella tavola 17. I *neutroni ultrafreddi* hanno la maggior lunghezza d'onda che giace nei limiti della regione ottica dello spettro elettromagnetico (ultravioletto vicino, luce visibile, radiazione infrarossa). Le loro velocità non superano i 10 m/s. Nel campo di gravità della Terra i neutroni ultrafreddi si muovono descrivendo parabole e possono salire ad un'altezza di qualche metro. I *neutroni termici* sono caratterizzati dal fatto che la loro energia cinetica vale kT e la temperatura T giace nell'intervallo da alcune decine a qualche migliaio di kelvin.

Nel caso generale la lunghezza d'onda neutronica è data dalla relazione

$$\lambda = h/p. \tag{99.1}$$

Quando $p \ll mc$, dove m è la massa del neutrone, si può ricorrere alla formula non relativistica $p^2 = 2m\mathscr{E}$ in modo che

$$\lambda = h/\sqrt{2m\mathscr{E}}. \tag{99.2}$$

Qui $\mathscr{E}$ indica l'energia cinetica del neutrone. Per *neutroni veloci* questa formula dà ancora una precisione sufficiente. Ma per *neutroni altamente ener-*

Tavola 17

Principali caratteristiche dei neutroni

Neutroni	Energia, eV	Velocità, m/s	Lunghezza d'onda, nm	Temperatura, K
Ultrafreddi	$<5 \cdot 10^{-7}$	<10	>40	$6 \cdot 10^{-3}$
Molto freddi	$5 \cdot 10^{-7}$-$2 \cdot 10^{-4}$	10-200	40-2	$6 \cdot 10^{-3}$-2
Freddi	$2 \cdot 10^{-4}$-$5 \cdot 10^{-3}$	200-1000	2-0,4	2-60
Termici	$5 \cdot 10^{-3}$-10^{-1}	1000-4500	0,4-0,09	60-1000
Di risonanza	10^{-1}-10^{4}		0,09-$3 \cdot 10^{-5}$	
Intermedi	10^{4}-10^{5}		$3 \cdot 10^{-5}$-10^{-4}	
Veloci	10^{5}-10^{8}		10^{-4}-$3 \cdot 10^{-6}$	
Altamente energetici	10^{8}-10^{10}		$3 \cdot 10^{-6}$-10^{-7}	
Relativistici	$>10^{10}$		$<10^{-7}$	

getici e, in particolare, per *neutroni relativistici* si deve usare la relazione relativistica

$$(pc)^2 = \mathscr{E}^2_{\text{rel}} - (mc^2)^2.$$

Tenendo conto che $\mathscr{E}_{\text{rel}} = \mathscr{E} + mc^2$ otteniamo la formula relativistica

$$\lambda = hc/\sqrt{\mathscr{E}^2 + 2\mathscr{E}\text{mc}^2}. \quad (99.3)$$

Il carattere generale della diffrazione delle onde di natura qualsiasi è determinato soprattutto dalla loro lunghezza. Sotto questo aspetto, come risulta dalla tavola 17, le condizioni di diffrazione dei neutroni termici e freddi d'onda corta, sono pressappoco le stesse che per i raggi X duri. La diffrazione su cristalli può essere osservata con evidenza nel solo caso in cui la lunghezza d'onda sia dell'ordine o più piccola della costante del reticolo cristallino.

È chiaro che la direzione corrispondente ai massimi di diffrazione principali, in quanto aventi carattere ondulatorio generale, è determinata ugualmente per le onde di tutti i tipi: elettroniche, neutroniche, di Röntgen. In particolare, per la descrizione della diffrazione delle onde neutroniche in cristalli, deve essere soddisfatta la condizione di Bragg-Wulf (18.1), cioè

$$2d \sin \varphi = m\lambda, \quad (99.4)$$

dove d è la distanza fra i piani, φ l'angolo di scivolamento, $m = 1, 2, 3, \ldots$ Se questa condizione è soddisfatta nel cristallo si verifica la cosiddetta *riflessione interferenziale* delle onde, cioè un'amplificazione delle onde riflesse dai piani atomici paralleli del cristallo (cfr. vol. IV, §§ 34, 61).

2. È importante notare che per $\lambda > 2d$ la condizione (99.4) non può essere soddisfatta qualunque sia l'angolo di scivolamento. Quindi, per onde sufficientemente lunghe è impossibile la riflessione interferenziale nel cristallo. Ma ovviamente, come nell'ottica, è possibile la riflessione totale sulle facce del cristallo. Nel caso dei neutroni ultrafreddi si realizza questa possibilità.

L'energia del neutrone per cui scompare la riflessione interferenziale si chiama *energia del salto di Bragg*. Essa dipende dal cristallo, tuttavia, come ordine di grandezza, vale 10^{-3} eV. Il fenomeno del salto di Bragg si usa per separare neutroni freddi mediante riflessione del fascio neutronico su un monocristallo.

La struttura dei cristalli, dei liquidi, delle leghe, delle molecole e di altri oggetti viene studiata mediante la diffrazione dei raggi X e degli elettroni. Per lo studio dei cristalli si usano i metodi di Bragg, di Laue, di Debye-Sherrer-Hall (cfr. vol. IV, § 61). Gli stessi metodi sono applicabili nella neutronografia basata sulla diffrazione dei neutroni termici. Il metodo di Debye-Sherrer-Hall (metodo delle polveri) si usa nella diffrazione di neutroni, nei casi in cui sia difficile o anche impossibile allevare monocristalli sufficientemente grandi. Ma l'uso delle polveri dà un'informazione insuffi-

ciente rispetto a quella che si potrebbe ottenere usando monocristalli e ottenendo la riflessione delle onde neutroniche da un grande numero di piani atomici.

La radiografia e la neutronografia sono i due metodi principali per una analisi della struttura interna degli oggetti. La diffrazione di elettroni (elettronografia) si applica prevalentemente allo studio delle superfici poiché gli elettroni hanno un debole potere di penetrazione. Il metodo di diffrazione dei neutroni non può essere paragonato per diffusione con il metodo radiografico in quanto le sorgenti di neutroni sono di accessibilità limitata. Tuttavia il metodo neutronografico è capace di rivelare proprietà strutturali degli oggetti studiati che sono inaccessibili al metodo radiografico, e viceversa. Ciò è dovuto al fatto che le proprietà singolari dei quadri di diffrazione sono determinate non dalla sola lunghezza d'onda, ma anche da altre proprietà fisiche che sono diverse nei neutroni e nei quanti X. Ambedue i metodi non si contraddicono ma si completano l'un l'altro.

3. Non è nostro compito trattare metodi e risultati della neutronografia. Notiamo soltanto alcuni tratti caratteristici di principio che in molte questioni rendono insostituibili i metodi neutronografici.

Ad una medesima lunghezza d'onda le energie dei quanti X, degli elettroni e dei neutroni non sono uguali. Così, per $\lambda = 10^{-8}$ cm, come è facile calcolare, l'energia del quanto X vale 12,5 keV, dell'elettrone 150 eV e del neutrone soltanto 0,08 eV. Una piccola energia delle particelle è importante quando si devono irraggiare oggetti facilmente deteriorabili, quelli biologici ad esempio. Sotto questo aspetto si deve dare la preferenza ai neutroni rispetto ai quanti X.

Le onde radiografiche vengono diffuse dai gusci elettronici degli atomi. L'ampiezza di diffusione (per una definizione di questa nozione cfr. n. 4) delle onde radiografiche su un atomo è proporzionale al numero di elettroni nel guscio, cioè al numero di carica Z. Perciò queste ampiezze differiscono fortemente a seconda che avvengano su atomi leggeri o pesanti. La radiografia praticamente non permette di distinguere nel cristallo atomi diversi, se essi contengono un numero di elettroni quasi uguale; sono assolutamente indistinguibili gli isotopi di un medesimo elemento. La radiografia praticamente è incapace di rivelare atomi molto leggeri (idrogeno, ad esempio) su un fondo di atomi pesanti (piombo, torio, uranio, elementi delle terre rare, ecc.). Tutto ciò si può ottenere con i metodi neutronografici poiché sui neutroni agiscono forze non elettriche ma *nucleari*, e queste particelle vengono diffuse da nuclei atomici. Perciò la diffrazione dei neutroni fornisce informazioni non sui gusci elettronici ma sulla posizione dei *nuclei atomici*, ossia sui centri degli atomi stessi. Le ampiezze di diffusione e le corrispondenti sezioni d'urto dei neutroni su nuclei sono dello stesso ordine per tutti i nuclei: dai più leggeri ai più pesanti. Questa è la ragione per cui nei radiogrammi la diffrazione sugli atomi leggeri di combinazioni chimiche contenenti elementi sia leggeri che pesanti (H_2O, PbS, ThD_2, ecc.),

è appena visibile mentre essa è ben netta nei neutronogrammi. Cionondimeno le ampiezze di diffusione e le sezioni d'urto dei neutroni su nuclei, pur restando di un medesimo ordine di grandezza, variano irregolarmente (talvolta bruscamente) al passare da un nucleo a quello vicino e da un isotopo all'altro dello stesso elemento (cfr. tav. 18). Ecco perché i metodi di neutronografia sono particolarmente indispensabili per determinare la struttura di leghe e di combinazioni chimiche composte di elementi con numeri di carica vicini (FeCo, NiMn, ecc.) le cui componenti hanno configurazioni elettroniche simili ma differiscono notevolmente nelle sezioni d'urto nucleari.

I neutroni non hanno carica elettrica e, perciò, non provocano direttamente la ionizzazione della materia. La ionizzazione è provocata da particelle cariche secondarie (protoni di rinculo, elettroni, positroni) generate dai neutroni per urti nucleari. Sono queste particelle ad essere registrate nella neutronografia dai rivelatori. I neutroni non agiscono su una lastra fotografica poiché l'azione fotografica è causata da forze elettriche e non nucleari. Per registrare i neutroni con una lastra fotografica occorre coprire lo strato fotosensibile con una foglia di elementi che sotto l'azione neutronica divengono β- o γ-attivi (Gd, Dy, In). Nel colpire la lastra i neutroni interagiscono con nuclei della foglia e si formano così nuclei radioattivi, le cui emissioni impressionano la lastra. Nel 1948 sono stati ottenuti i primi neutronogrammi con il metodo fotografico (cfr. § 18, n. 9) utilizzando uno schermo di indio per coprire la pellicola. Attualmente esiste una foglia composta da una miscela ^{6}LiF-ZnS(Ag) in combinazione con una pellicola radiografica di alta sensibilità, che consente al metodo fotografico di concorrere felicemente con i metodi tradizionali di rivelazione dei neutroni.

I raggi X duri vengono diffusi prevalentemente in avanti. A parità di lunghezza d'onda, la diffusione dei neutroni avviene in modo isotropo. Perciò quando si utilizza la diffusione a grandi angoli l'intensità dei picchi dei raggi X in un radiogramma cala bruscamente mentre nel neutronogramma l'intensità dei massimi neutronici praticamente non cambia.

Il potere penetrativo dei neutroni è migliaia di volte più grande di quello dei raggi X della stessa lunghezza d'onda. Ciò è dovuto al fatto che, grazie alla neutralità elettrica, il neutrone non è soggetto all'azione del campo coulombiano dell'atomo e perciò penetra facilmente in esso ed interagisce col nucleo mediante forze nucleari. Quindi, i metodi neutronografici sono più efficaci di quelli radiografici per lo studio delle zone interne dei campioni in esame.

Il metodo della neutronografia è particolarmente importante per lo studio delle macromolecole biologiche. La loro composizione chimica è limitata praticamente ai quattro elementi seguenti: ossigeno, carbonio, azoto e idrogeno, che sono molto vicini nel sistema periodico di Mendeleev. Come è stato sottolineato precedentemente, questa circostanza rende praticamente indistinguibili questi elementi con il metodo radiografico. L'analisi struttu-

rale, particolarmente complessa, dei cristalli biologici è illustrata dall'esempio seguente. La cella elementare della mioglobina contiene 1200 atomi. Per ottenere il potere risolutivo necessario di 0,14-0,2 nm sono state fatte misure facendo intervenire oltre 10 000 riflessioni di Bragg.

I neutroni termici e freddi (se non catturati dai nuclei) non eccitano i nuclei atomici e neanche gli atomi stessi, ma possono eccitare oscillazioni acustiche nel reticolo cristallino, ossia i fononi. Questo fatto è alla base di un metodo per determinare la legge di dispersione, cioè la dipendenza dell'energia $\mathscr{E}$ di una eccitazione elementare dal suo impulso p. Con questo metodo è stata ottenuta la curva della fig. 116 originariamente postulata da Landau sulla base delle considerazioni termodinamiche sviluppate nella sua teoria della superfluidità (cfr. § 61).

4. Il processo di propagazione delle onde neutroniche in un mezzo (di cui un caso particolare è la diffrazione) può essere descritto in dettaglio così come si descrive la propagazione delle onde luminose nell'ottica molecolare. Questa descrizione è basata sugli atti elementari di diffusione delle onde neutroniche su nuclei atomici isolati. Supponiamo che un nucleo sia colpito da un'onda neutronica monocromatica piana $\psi = e^{ikr}$. L'onda diffusa dal nucleo atomico, a grandi distanze, può essere rappresentata in una approssimazione lineare come

$$\psi_1 = (b/r)\psi = (b/r)e^{ikr}, \tag{99.5}$$

dove b è una costante avente dimensione di una lunghezza e prende il nome di *ampiezza di diffusione* (l'origine delle coordinate è posta nel centro diffusore, cioè nel centro del nucleo atomico). Essa può dipendere dalla direzione della diffusione. Ma se il nucleo è sfericamente simmetrico e le sue dimensioni sono trascurabili rispetto alla lunghezza d'onda neutronica (e sono queste onde ad essere considerate nel presente paragrafo) la dipendenza suindicata non esiste, vale a dire che la diffusione stessa è anch'essa sfericamente simmetrica.

La sezione d'urto di diffusione σ dell'onda neutronica su un nucleo atomico si può esprimere in funzione dell'ampiezza di diffusione. La densità di probabilità di trovare il neutrone diffuso in una data regione di spazio vale $|\psi_1|^2 = |b|^2/r^2$, la densità del flusso radiale di probabilità è $v|\psi_1|^2 = v|b|^2/r^2$, dove v è la velocità radiale del neutrone. Il numero probabile di neutroni passanti in un secondo attraverso l'elemento d'area dS normale al raggio è $dSv|b|^2/r^2 = v|b|^2d\Omega$, dove $d\Omega = dS/r^2$ è l'angolo solido sotto il quale si vede l'elemento d'area dS dal centro diffusore. La densità del flusso di probabilità dell'onda incidente vale $v|e^{ikr}|^2 = v$ in modo che la sezione di diffusione nell'angolo solido $d\Omega$ è data da

$$d\sigma = v|b|^2d\Omega/v = |b|^2d\Omega \tag{99.6}$$

e la sezione di diffusione totale

$$\sigma = 4\pi|b|^2. \tag{99.7}$$

5. L'ampiezza di diffusione può essere introdotta anche per la diffusione di raggi X su atomi esattamente come nel caso dei neutroni. Nella tavola 18 sono date le ampiezze di diffusione f di raggi X su atomi (per angolo di diffusione nullo) e le ampiezze di diffusione b di neutroni su nuclei atomici per alcuni elementi. Se il simbolo dell'elemento chimico ha come indici il numero di massa l'ampiezza di diffusione si riferisce a un determinato isotopo del corrispondente elemento. Se il numero di massa non è indicato si tratta della diffusione su una miscela isotopica naturale dell'elemento considerato.

L'ampiezza di diffusione dei raggi X su atomi, come è facile verificare mediante la tavola 18, cambiano in modo rigorosamente proporzionale al numero di elettroni nei gusci elettronici. In particolare, esse sono assolutamente uguali per gli isotopi dello stesso elemento chimico. Abbiamo già trattato questa legge precedentemente. Quanto alle ampiezze di diffusione dei neutroni su nuclei, esse cambiano irregolarmente al passare da un nucleo a un altro. Come ordine di grandezza esse appartengono all'intervallo 10^{-13}-10^{-12} cm per tutti i nuclei: dai più leggeri ai più pesanti. Ciò era prevedibile poiché la grandezza 10^{-24} cm^2 è la sezione trasversale caratteristica per i processi nucleari. Siccome l'intensità della diffusione è determinata dal quadrato dell'ampiezza di diffusione, la diffusione dei raggi X sull'atomo d'uranio è di $(25{,}9/0{,}282)^2 = 8400$ volte più intensa che su un

Tavola 18

Ampiezza di diffusione dei raggi X (f) e dei neutroni (b) in alcuni elementi (in unità di 10^{-12} cm)

Elemento	Numero di elettroni	f	b
H	1	0,282	−0,374
D	1	0,282	0,667
Li	3	0,84	−0,214
^{6}Li	3	0,84	0,18 + i 0,025
B	5	1,41	0,54 + i 0,021
^{10}B	5	1,41	0,14 + i 0,11
O	8	2,25	0,575
S	16	4,5	0,28
Ti	22	6,2	−0,34
V	23	6,5	−0,05
Fe	26	7,3	0,95
Ni	28	7,9	1,03
^{58}Ni	28	7,9	1,44
^{62}Ni	28	7,9	−0,87
Zr	40	11,3	0,71
Cd	48	13,6	0,37 + i 0,16
^{113}Cd	48	13,6	−1,5 + i 1,2
U	92	25,9	0,82

atomo d'idrogeno. Per i neutroni invece l'intensità della diffusione aumenta in questo caso di $(0,82/0,374)^2 = 4,8$ volte. È stata già sottolineata l'importanza di questo fatto nell'analisi strutturale.

6. Poiché alcuni nuclei hanno livelli energetici di risonanza vicini all'energia dei neutroni termici, l'ampiezza di diffusione b di questi nuclei è negativa, e, nel caso di assorbimento di neutroni da parte dei nuclei, diviene complessa. Nella tavola 18 l'ampiezza b complessa è data per i neutroni con lunghezza d'onda di 0,1 nm. Se ci si limita alle sole onde neutroniche non smorzate l'ampiezza di diffusione deve essere reale: positiva o negativa.

Il segno dell'ampiezza di diffusione può incidere sui fenomeni fisici osservati. Consideriamo ad esempio la diffusione di un'onda neutronica su un reticolo cristallino. La si può interpretare come risultato di una riflessione delle onde sui piani atomici paralleli seguita dalla loro interferenza. L'amplificazione interferenziale delle onde riflesse è determinata dalla condizione di Bragg-Wulf (99.4). Se il piano atomico consta di nuclei atomici di un medesimo tipo, le onde diffuse su nuclei singoli si amplificano a vicenda nella direzione in cui si verifica la riflessione da questo piano. Supponiamo ora che il piano atomico consti di nuclei atomici di due tipi diversi, le cui ampiezze di diffusione sono reali ma di segno opposto. Allora da questo piano si ottengono due onde riflesse di fasi opposte, che si indeboliscono mutuamente. Quando le ampiezze di diffusione sono uguali in modulo si verifica il spegnimento per interferenza di ambedue le onde. Ciò implica che nel piano atomico non avrà luogo riflessione e non compariranno fasci di diffrazione.

La differenza di segno delle ampiezze di diffusione dei neutroni trova un'applicazione pratica per la fabbricazione delle cosiddette *matrici nulle*, cioè di leghe la cui ampiezza di diffusione in media è nulla per determinate concentrazioni delle loro componenti. In queste leghe non si verifica la diffusione coerente dei neutroni. Tali sono Ti-Zr, leghe a base di Mn e anche miscela di isotopi di Ni. Consideriamo ad esempio la lega Ti-Zr. Indichiamo con x il suo contenuto percentuale di Ti (rispetto al numero totale di atomi). Questa lega non diffonderà coerentemente i neutroni se sarà soddisfatta la condizione

$$0,34x + 1,44(1 - x) = 0,$$

cioè per $x = 80\%$. Ma questa conclusione non è così evidente come nel caso precedente del reticolo cristallino costituito di atomi di due tipi diversi. Questo risultato implica la *coerenza delle onde* diffuse da tutti gli atomi, cosa che non si osserva se atomi diversi della lega sono disposti caoticamente nello spazio.

7. Un'onda neutronica, che proviene dal vuoto ed entra in un mezzo, viene diffusa dai nuclei atomici. Se si trascurano tutti i processi di fluttuazione, le onde diffuse saranno mutuamente coerenti poiché sono eccitate dalla medesima onda incidente. Questa asserzione è vera se e soltanto se

le masse dei nuclei diffondenti sono sufficientemente grandi, ossia le loro masse devono essere grandi rispetto alla massa neutronica. In caso contrario, per diffusione su nuclei cambierà fortemente la lunghezza dell'onda neutronica il che implicherà la distruzione della coerenza. Nel caso dei nuclei pesanti, questo effetto è trascurabile in modo che le onde diffuse si possono supporre praticamente coerenti. Ovviamente, nella sostanza non devono aver luogo reazioni nucleari per azione dei neutroni. Se queste condizioni sono soddisfatte, le onde neutroniche diffuse su nuclei interferiranno mutuamente e con l'onda incidente. In seguito a questa interferenza si forma un onda neutronica nel mezzo. Allo stesso modo si formano l'onda riflessa e i fasci di diffrazione.

8. Partendo da queste rappresentazioni introduciamo l'*indice di rifrazione* delle onde neutroniche nei mezzi materiali. Consideriamo uno strato pianoparallelo di un materiale il cui spessore Δz sia notevolmente inferiore alla lunghezza d'onda λ (fig. 171). Supponiamo che su questo strato incida l'onda neutronica e^{ikz}. L'onda neutronica diffusa da un nucleo produce in un punto lontano P un campo be^{ikr}/r. Applichiamo il metodo di Fresnel (cfr. vol. IV, § 39) per sommare questi campi. L'applicabilità di questo metodo nell'ottica implica che le onde convergenti al punto di osservazione dalle zone successive di Fresnel siano debolmente smorzate. Questa ipotesi si usa anche per le onde neutroniche. Ciò significa che il campo di radiazione totale dello strato considerato nel punto d'osservazione è uguale alla metà della radiazione emessa dalla zona centrale di Fresnel tagliata da questo campo. L'area della zona centrale di Fresnel è

$$S = \pi R^2 = \pi(z + \lambda/2)^2 - \pi z^2 = \pi z\lambda.$$

Essa contiene $NS\Delta z$ nuclei, dove N è il numero di nuclei per unità di volume. Se tutte le onde emesse dai nuclei arrivassero nel punto P con «equal fase» il campo di radiazione in questo punto sarebbe

$$\frac{1}{2}\, S\Delta z N b e^{ikz}/z = \frac{1}{2}\, \pi\, N b e^{ikz}\Delta z.$$

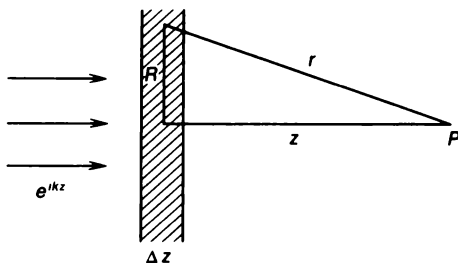



Fig. 171.

In realtà tutte le onde diffuse ritardano in fase rispetto all'onda uscente dal centro della zona. Per le onde uscenti dai punti periferici della zona questo ritardo vale π. Per tener conto del ritardo si applica il metodo dei diagrammi vettoriali. A tale scopo dividiamo tutta la zona centrale in anelli infinitesimi di area uguale. Le onde emesse da questi anelli avranno ampiezze uguali (trascurando l'influsso dell'inclinazione dei raggi rispetto al piano della zona, il che è approssimativamente accettabile). Se tutte le fasi di queste onde fossero uguali, l'onda risultante emessa dalla zona centrale nel punto d'osservazione P sarebbe espressa nel diagramma vettoriale da una successione rettilinea OA di vettori infinitesimi rappresentanti le radiazioni degli anelli (fig. 172). Ma, per sfasamento, questi vettori devono essere ruotati mutuamente di un medesimo angolo e la direzione dell'ultimo vettore deve essere opposta rispetto alla direzione del vettore iniziale della successione. In altre parole, la successione rettilinea OA deve essere sostituita con la spezzata ODB di uguale lunghezza, che rappresenta la metà di un poligono regolare.

Al limite in cui la lunghezza di ogni tratto di questa spezzata tende a zero, essa si trasforma in una semicirconferenza con la stessa lunghezza della successione rettilinea OA. Il vettore $\overrightarrow{OB}$ che chiude la semicirconferenza rappresenta, nel diagramma vettoriale, l'onda nel punto d'osservazione emessa dalla zona centrale e la metà $\overrightarrow{OC}$ di questo vettore l'onda risultante emessa da tutto lo strato pianoparallelo. Il vettore $\overrightarrow{OC}$ è ruotato rispetto alla successione rettilinea di un angolo $\pi/2$. Ciò vuol dire che l'onda risultante ritarda in fase di $\pi/2$ rispetto all'onda uscente dal centro della zona. Di conseguenza, per ottenere un'ampiezza corretta si deve moltiplicare l'espressione precedente per $2/\pi$, e per avere la fase corretta moltiplicare per $e^{-i\pi/2} = -i$. In tal modo, l'onda diffusa nel punto P sarà

$$-i\lambda Nbe^{ikz}\Delta z.$$

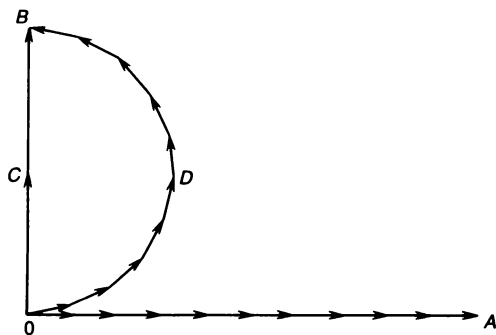



Fig. 172.

Aggiungendovi l'onda incidente e^{ikz} otteniamo l'onda totale nel punto P:

$$\psi_P = (1 - i\lambda Nb\Delta z)e^{ikz} = e^{i(kz - \lambda Nb\Delta z)}.$$

Per l'applicabilità della deduzione si deve supporre che $\lambda N|b|\Delta z \ll 1$. Dall'altra parte, la stessa onda si può esprimere in funzione dell'indice di rifrazione n delle onde neutroniche, e cioè

$$\psi_P = e^{ik(z - \Delta z) + ikn\Delta z} = e^{i[kz + k(n-1)\Delta z]}.$$

Confrontando questa espressione con la precedente otteniamo

$$n = 1 - Nb\lambda/k = 1 - \frac{1}{2} Nb\lambda^2/\pi. \qquad (99.8)$$

9. La formula (99.8) è valida sotto la condizione

$$N|b|\lambda^2 \ll 1. \qquad (99.9)$$

Infatti, nella formula (99.5) si deve intendere con ψ la *funzione d'onda totale* creata da tutte le sorgenti esterne nel punto in cui si trova il nucleo diffusore. Frattanto, nel dedurre la formula (99.8) al posto della funzione d'onda totale figurava la sola onda piana *incidente* senza tener conto delle onde diffuse da tutti i nuclei diversi da quello considerato. In particolare, sono stati trascurati effetti di riflessione delle onde sulle frontiere dello strato Δz. Ciò si manifesta nel fatto che nel passaggio attraverso lo strato, nell'approssimazione considerata, cambia la sola fase dell'onda e non la sua ampiezza.

Si potrebbe generalizzare la formula (99.8) al caso in cui la condizione (99.9) non sia soddisfatta, tenendo conto della diffusione su nuclei non della sola onda iniziale incidente, ma anche della diffusione di tutte le onde secondarie provenienti dai nuclei del mezzo. Non lo faremo e daremo la preferenza a un procedimento, formale ma più semplice, basato sull'analogia fra l'ottica ondulatoria e la meccanica classica (cfr. vol. IV, §§ 3, 4).

Supponiamo che un neutrone proveniente dal vuoto incida sulla frontiera piana di un mezzo materiale. Siccome il neutrone gode di proprietà ondulatorie e corpuscolari, l'indice di rifrazione n può essere determinato in modo duplice: come rapporto fra le velocità di fase delle onde neutroniche nel vuoto e nel mezzo, oppure come rapporto fra la velocità v_2 del neutrone stesso nel mezzo e la sua velocità v_1 nel vuoto:

$$n = v_2/v_1.$$

La traiettoria del neutrone è soggetta a rifrazione sulla frontiera del mezzo poiché da parte della frontiera agisce una forza di repulsione o di attrazione. Di questa azione si può tener conto introducendo il salto U di energia potenziale del neutrone nell'attraversare la frontiera del mezzo:

$$\frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} mv_2^2 + U,$$

dove m è la massa del neutrone. Quindi,

$$n^2 = v_2^2/v_1^2 = 1 - 2U/mv_1^2.$$

Introducendovi la lunghezza d'onda neutronica nel vuoto $\lambda = h/mv_1$ otteniamo

$$n^2 = 1 - 2Um\lambda^2/h^2.$$

Per determinare la costante Um/h^2 osserviamo che, per $|n - 1| \ll 1$, l'ultima formula si trasforma in

$$n = 1 - Um\lambda^2/h^2.$$

Ma in questo caso anche la formula (99.8) risulta valida. Dal confronto delle due formule ricaviamo $Um/h^2 = \frac{1}{2} Nb/\pi$ in modo che otteniamo infine

$$n^2 = 1 - Nb\lambda^2/\pi. \tag{99.10}$$

10. Se la condizione (99.9) è soddisfatta, allora, come è stato detto precedentemente, l'indice di rifrazione delle onde neutroniche è molto vicino a 1. Ma a seconda del segno di b esso può essere minore di 1 (quando $b > 0$) o maggiore di 1 (quando $b < 0$). Questa è una delle differenze tra le onde neutroniche e le onde X per le quali è sempre $n < 1$. Da ciò risulta che la frequenza della radiazione X è sempre superiore alle autofrequenze degli elettroni negli atomi. Invece l'energia dei neutroni termici può sia superare l'energia dei livelli di risonanza dei nuclei che essere inferiore ad essi. Se $n < 1$, per angoli di scivolamento sufficientemente piccoli l'onda neutronica proveniente dal vuoto è soggetta alla riflessione totale sul limite del mezzo.

Notevole interesse presenta il caso dei neutroni ultrafreddi quando è soddisfatta la condizione

$$Nb\lambda^2/\pi > 1. \tag{99.11}$$

In questo caso, secondo la formula (99.10), l'indice di rifrazione n è puramente immaginario. Di conseguenza, se l'onda neutronica incontra il mezzo arrivando dal vuoto, essa può penetrare nel mezzo soltanto a piccola profondità per essere riflessa in seguito totalmente (cfr. vol. IV, § 64, n. 2).

La condizione (99.11) si può riscrivere nella forma seguente:

$$\lambda > \lambda_{\text{lim}}, \tag{99.12}$$

dove

$$\lambda_{\text{lim}} = \sqrt{\pi/Nb}. \tag{99.13}$$

Questa grandezza si chiama *lunghezza d'onda limite del neutrone* avente l'energia e la velocità corrispondenti seguenti:

$$\mathscr{E}_{\text{lim}} = mv_{\text{lim}}^2/2 = \frac{1}{2} Nbh^2/\pi m, \tag{99.14}$$

$$v_{\text{lim}} = h/m\lambda_{\text{lim}}, \tag{99.15}$$

Tavola 19

Energia, lunghezza d'onda e velocità limite dei neutroni per alcuni materiali

Materiale	$\mathscr{E}_{lim}$, 10^{-7} eV	λ_{lim}, nm	v_{lim}, m/s
Alluminio	0,55	122	3,2
Magnesio	0,605	116	3,36
Rame	1,72	69	5,7
Carbonio	1,94	65	6,1
Berillio	2,40	58	6,8

dette *energia* e *velocità limite del neutrone.* Queste grandezze per alcuni materiali sono rappresentate nella tavola 19.

11. Per ottenere neutroni ultrafreddi si utilizzano reattori nucleari. Nei reattori nucleari, per fissione dei nuclei d'uranio o di plutonio, si ottengono neutroni di energia media di parecchi MeV. Essi vengono rallentati fino ad energie termiche nel materiale della struttura che circonda il materiale fissile. In questo caso compaiono anche neutroni ultrafreddi. Tuttavia il loro numero rappresenta all'incirca la 10^{-13}-esima parte del numero generale di neutroni (se la temperatura del moderatore è vicina a quella dell'ambiente). I neutroni ultrafreddi vengono estratti dal reattore mediante un tubo fortemente incurvato, la cosiddetta *guida neutronica.* Nessun neutrone, tranne quelli ultrafreddi, è in grado di superare le brusche incurvature della guida neutronica, ma viene assorbito dalle sue pareti e dalla materia circostante. I neutroni ultrafreddi subiscono una riflessione totale sulla frontiera tra il vuoto ed il mezzo. Di solito in prossimità della zona attiva del reattore nella guida neutronica è collocato un moderatore supplementare, detto *convertitore.* È utile raffreddarlo per aumentare la quota di neutroni ultrafreddi. Spesso la guida neutronica ha un'inclinazione e sale in alto, di modo che i neutroni vengono rallentati anche per azione della forza di gravità.

Un altro metodo per ottenere neutroni ultrafreddi è basato sulla riflessione dei neutroni su uno specchio magnetico in moto (il suo principio di funzionamento sarà considerato più avanti). Le comodità di questo metodo sono dovute al fatto che tutti gli strumenti sono disposti al di fuori del sistema di protezione del reattore.

I metodi indicati consentono di ottenere flussi di neutroni ultrafreddi con intensità di centinaia di neutroni al secondo per centimetro quadrato della sezione trasversale della guida neutronica. Le densità dei neutroni ultrafreddi realmente realizzabili non superano 1 neutrone/cm^3.

12. La riflessione totale di neutroni ultrafreddi, soddisfacenti la condizione (99.12), viene utilizzata nella costruzione di *trappole per neutroni ultrafreddi,* il cui principio di funzionamento è stato proposto da J. B.

Zeldovič (1914-1987) nel 1959. La trappola è costituita da un recipiente sotto vuoto. I neutroni ultrafreddi, che soddisfano la condizione (99.11), quando sono in questo recipiente incidono sulle sue pareti e si riflettono totalmente qualunque sia l'angolo di incidenza. Così funzionerebbe una trappola perfetta con pareti perfettamente pulite e lisce. Nelle trappole reali le pareti sono ruvide, sporche, soggette a oscillazioni, ecc. In queste condizioni l'urto dei neutroni con le pareti implica un assorbimento ed un riscaldamento del gas di neutroni. Particolarmente grande è l'influsso negativo della pellicola di sporcizia composta di sostanze idrogenate, in particolare di acqua. Tutto ciò riduce il tempo di conservazione dei neutroni ultrafreddi nel recipiente. Tuttavia, attualmente si è riusciti a portare questo tempo fino a 1000 s, il che praticamente coincide con la vita media del neutrone prima del decadimento β (917 ± 14 s).

I neutroni ultrafreddi possono essere usati nelle esperienze per rivelare nel neutrone l'eventuale esistenza di una carica elettrica Q_n e del momento di dipolo elettrico d_n, e anche per lo studio di altre proprietà fondamentali del neutrone. Come risulta dall'esperienza, $Q_n < 2 \cdot 10^{-21}$ e (e è la carica elementare) e $d_n < 2 \cdot 10^{-25}$ cm$\cdot e$.

13. I neutroni possiedono un momento magnetico $\mu = 6{,}03 \cdot 10^{-12}$ eV/Gs. Perciò le onde neutroniche vengono diffuse non solo dai nuclei, ma anche da atomi se i loro gusci elettronici possiedono momenti magnetici. (I momenti magnetici dei nuclei sono più piccoli di migliaia di volte e perciò sono inessenziali.) Questa diffusione, quindi, è condizionata da forze *elettromagnetiche* e non nucleari. Essa può essere descritta analogamente alla diffusione su nuclei, e precisamente mediante l'*ampiezza di diffusione magnetica dei neutroni.* Per le sostanze magnetiche (ferro, cobalto, nichel, ecc.) le ampiezze magnetica e nucleare di diffusione sono dello stesso ordine di grandezza. Se i momenti magnetici degli atomi nella sostanza sono orientati caoticamente, la diffusione magnetica sugli atomi non è coerente. Ma se le loro direzioni sono ordinate si ottiene una diffusione coerente con massimi di diffrazione, la cui posizione è determinata dalla struttura magnetica della sostanza. A titolo d'esempio segnaliamo che l'applicazione della neutronografia magnetica ha consentito di stabilire la struttura magnetica degli antiferromagnetici.

Grazie all'esistenza del momento magnetico i neutroni ultrafreddi possono essere soggetti a riflessione totale da zone di forte campo magnetico (specchi magnetici). A tale scopo il momento magnetico del neutrone deve essere orientato in modo tale che il neutrone sia respinto dal campo magnetico e che la sua energia cinetica $\mathscr{E}$ non superi μH. Se $\mathscr{E} = 10^{-7}$ eV deve essere $H > \mathscr{E}/\mu = 1{,}7 \cdot 10^4$ Gs.

La riflessione totale dei neutroni sugli specchi magnetici in presenza di campo magnetico permette di ottenere fasci intensi di neutroni *totalmente polarizzati.* I metodi della neutronografia magnetica danno informazioni

sull'orientazione dei momenti magnetici di ciascun componente delle leghe magnetiche binarie.

Esistono trappole neutroniche, dette *anelli di accumulazione di neutroni*, basate su un principio di confinamento dei neutroni ultrafreddi diverso da quello delle trappole descritte precedentemente. In questi anelli i neutroni di energia inferiore a $2 \cdot 10^{-6}$ eV vengono trattenuti su un'orbita di 1 m di diametro da un campo magnetico disomogeneo. Il tempo di confinamento del neutrone negli anelli di accumulazione neutronica supera ora il tempo di vita del neutrone prima del decadimento β. Il principio di confinamento dei neutroni ultrafreddi mediante campi magnetici disomogenei è stato proposto nel 1960 da V. V. Vladimirskij (n. 1915).

§ 100. *Sorgenti di energia delle stelle*

1. Le stelle emettono energia prodotta dalle *reazioni termonucleari* che si verificano nelle loro viscere. Benché questa idea fosse stata espressa da alcuni scienziati in forma generale, una teoria quantitativa dettagliata delle sorgenti dell'energia astrale è stata sviluppata da Bethe (n. 1906) soltanto nel 1939.

Secondo le idee moderne le stelle nascono da estesi ammassi di gas e polvere, composti prevalentemente da idrogeno. A causa dell'instabilità gravitazionale l'ammasso gas-polvere si decompone in numerose nubi più piccole. Ciascuna di queste nubi non è ancora stella, ma la nube può trasformarsi in stella se la sua massa è sufficientemente grande, percio viene chiamata *protostella.* Una protostella, per effetto del proprio campo gravitazionale, si contrae e quindi si riscalda. Quando al suo interno cominciano a svilupparsi reazioni termonucleari protone-protone e la sua compressione gravitazionale si arresta per azione delle forze di pressione gassosa cinetica, la *stella* se è formata.

2. Per stimare la temperatura media di una stella nel momento in cui si forma a partire da una nube di gas e polvere è sufficiente conoscere, evidentemente, l'energia cinetica media del moto termico delle particelle componenti la stella. Per semplicità supponiamo che la stella sia composta da idrogeno *completamente ionizzato* a causa delle alte temperature presenti al suo interno, cioè di nuclei atomici nudi (protoni) e di elettroni. Queste particelle ricevono l'energia di moto termico dall'energia gravitazionale che si è liberata nella compressione della stella. Tuttavia non tutta l'energia gravitazionale viene utilizzata per riscaldare la stella; una parte notevole alimenta la radiazione. Perciò anziché utilizzare la legge di conservazione dell'energia utilizzeremo il *teorema classico del viriale.*

Il teorema del viriale si riferisce al comportamento di un sistema meccanico di particelle animato da un moto finito. Se $\boldsymbol{r}_i$ è il raggio vettore dell'i-esima particella, m_i la sua massa e $\boldsymbol{F}_i$ la forza agente, allora

$$\frac{d}{dt}(m_i\boldsymbol{r}_i\dot{\boldsymbol{r}}_i) = m_i\dot{\boldsymbol{r}}_i^2 + \boldsymbol{r}_i m_i\ddot{\boldsymbol{r}}_i = 2K_i + \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i.$$

Sommiamo questa relazione rispetto a tutte le particelle del sistema e indichiamo con K la sua energia cinetica. In questo caso

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i \mathbf{r}_i \dot{\mathbf{r}}_i = 2K + \sum_i \mathbf{r}_i \mathbf{F}_i.$$

Calcolando la media di questa uguaglianza rispetto a un lasso di tempo T infinitamente grande otteniamo

$$\frac{\sum(m_i \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i)_{t=T} - \sum(m_i \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i)_{t=0}}{T} = 2\overline{K} + \overline{\sum \mathbf{r}_i \mathbf{F}_i},$$

dove il tratto orizzontale indica la media rispetto al tempo. Per $T \to \infty$, data la limitatezza dello spazio in cui si muove il sistema, il primo membro dell'uguaglianza tende a zero e come risultato si ottiene

$$2\overline{K} + \overline{\sum \mathbf{r}_i \mathbf{F}_i} = 0. \tag{100.1}$$

Questa uguaglianza esprime il teorema del viriale (si chiama viriale l'espressione $\frac{1}{2}\overline{\sum \mathbf{r}_i \mathbf{F}_i}$). Il teorema del viriale è una conseguenza esatta della meccanica classica newtoniana se con $\mathbf{F}_i$ si intende la forza totale agente sull'i-esima particella. La media nel teorema del viriale è intesa come *media rispetto al tempo* mentre il problema considerato esige di trovare la *media rispetto all'insieme di particelle.* Tuttavia se le condizioni esterne nel corso del tempo T non cambiano, le medie nei due sensi suindicati, coincidono.

Nel problema considerato il teorema del viriale si deve applicare non alla protostella bensì alla *stella* che da essa si forma. La protostella è soggetta a compressione gravitazionale e, di conseguenza, si trova in uno stato non stazionario. In questo caso non ha senso parlare delle medie utilizzate nel teorema del viriale. Se e soltanto se la compressione gravitazionale verrà arrestata dall'aumento della pressione gassosa cinetica, cioè quando la protostella diviene stella, inizia lo stato stazionario. In questo stato le medie dell'energia cinetica (termica) del moto disordinato delle particelle, dell'energia potenziale della loro attrazione gravitazionale e di altre grandezze, assumono valori ben definiti.

3. Calcoliamo ora il viriale per una stella composta da un numero uguale di protoni e di elettroni. Fra queste particelle agiscono forze elettriche coulombiane. Tuttavia non si deve tener conto di queste forze nel calcolare il viriale poiché la stella in totale è *elettricamente neutra.* Consideriamo infatti una coppia di particelle i e j. Nella somma $\sum_i \mathbf{r}_i \mathbf{F}_i$ questa coppia contribuisce con il termine

$$\mathbf{r}_i \mathbf{F}_i + \mathbf{r}_j \mathbf{F}_j = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\mathbf{F}_{ij} = \mathbf{r}_{ij}\mathbf{F}_{ij},$$

dove $\boldsymbol{F}_{ij}$ è la forza con la quale la particella j agisce sulla particella i, e $\boldsymbol{r}_{ij}$ il raggio vettore tracciato dalla particella j alla particella i. Se le particelle hanno la carica omonima, allora $\boldsymbol{F}_{ij}$ sarà una forza di repulsione e il prodotto $\boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{F}_{ij}$ una grandezza positiva. Viceversa, per particelle di cariche diverse il prodotto $\boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{F}_{ij}$ è negativo. Supponiamo ora che la stella contenga n protoni e n elettroni. Il numero di coppie protoniche e di quelle elettroniche vale evidentemente $\frac{1}{2}n(n-1) \approx \frac{1}{2}n^2$, in totale n^2 coppie di particelle di carica omonima. Ma tale sarà anche il numero di coppie di particelle di cariche diverse. Perciò la somma totale $\Sigma \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i$ riferita alle forze di interazione coulombiana in media vale zero.

Non si deve tener conto neppure delle forze magnetiche qualora esse esistano. La forza $\boldsymbol{F}$ agente su una particella in un campo magnetico $\boldsymbol{H}$ è proporzionale a $[\boldsymbol{vH}]$, dove $\boldsymbol{v}$ è la velocità della particella. Per la medesima particella essa può essere diretta con uguale probabilità sia in una direzione che in quella opposta. Perciò la media del prodotto scalare $(\boldsymbol{r}[\boldsymbol{vH}])$ è nulla.

Le uniche forze importanti per determinare il valore del viriale della stella sono le *forze di gravità*. Queste forze sono attrattive e perciò la somma $\Sigma \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i$ sarà negativa. Le forze di gravità ammettono un potenziale. La somma $\Sigma \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i$ si può quindi esprimere in funzione dell'energia potenziale dell'interazione gravitazionale fra le particelle del sistema $U = \Sigma U_{ij}$, dove

$$U_{ij} = -\frac{G}{2}\frac{m_i m_j}{r_{ij}}. \tag{100.2}$$

Qui m_i e m_j sono le masse delle particelle i e j e r_{ij} la distanza che le separa. Consideriamo due particelle qualsiasi attribuendo ad esse gli indici i e j. Esse portano nella somma $\Sigma \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i$ il termine $\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_{ij} + \boldsymbol{r}_j\boldsymbol{F}_{ji}$, dove $\boldsymbol{F}_{ij}$ è la forza con cui la particella j agisce sulla particella i. In virtù dell'uguaglianza fra azione e reazione $\boldsymbol{F}_{ji} = -\boldsymbol{F}_{ij}$ cosicché il termine suindicato si può riscrivere nella forma

$$\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_{ij} - \boldsymbol{r}_j\boldsymbol{F}_{ij} = (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j)\boldsymbol{F}_{ij} = \boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{F}_{ij}.$$

Evidentemente, $\boldsymbol{F}_{ij} = -\operatorname{grad}_i U_{ij}$ dove il gradiente è calcolato rispetto alle coordinate della particella i supponendo che la particella j sia immobile. Di conseguenza,

$$\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_{ij} + \boldsymbol{r}_j\boldsymbol{F}_{ji} = -\boldsymbol{r}_{ij}\operatorname{grad}_i U_{ij} = -r_{ij}\frac{\partial U_{ij}}{\partial r_{ij}}.$$

Qui gli indici in U_{ij} si possono omettere se la derivata parziale rispetto a r_{ij} è calcolata nell'ipotesi che varii la distanza fra le sole particelle i e j mentre tutte le altre distanze fra le particelle restino invariate. In

tal modo,

$$\Sigma \boldsymbol{r}_i \boldsymbol{F}_i = - \sum_{i,\,j} r_{ij} \frac{\partial U}{\partial r_{ij}}.$$

Ma U è una funzione omogenea delle distanze fra le particelle r_{ij} di potenza -1. Perciò in virtù del noto teorema di Euler sulle funzioni omogenee

$$\sum_{i,\,j} r_{ij} \frac{\partial U}{\partial r_{ij}} = -U.$$

Come risultato la relazione (100.1) diviene

$$2\overline{K} + \overline{U} = 0. \tag{100.3}$$

Abbiamo già considerato un caso particolare di questa relazione (cfr. vol. I, § 58). È il caso del moto di un pianeta attorno al Sole (o di un satellite artificiale attorno alla Terra) su un'orbita circolare. Ma in questo caso non si deve calcolare la media in quanto le grandezze K e U sono costanti.

Confrontiamo la relazione (100.3) con l'equazione che esprime la conservazione dell'energia. L'energia gravitazionale sprigionata nel processo di compressione della protostella si consuma sia per aumentare l'energia cinetica (termica) K della stella sia in radiazione elettromagnetica ed emissione di neutrini. Indichiamo con $\mathscr{E}_{\text{rad}}$ l'energia totale dissipata dalla radiazione. Allora

$$K + U + \mathscr{E}_{\text{rad}} = 0.$$

Calcolando la media di questa relazione e sottraendola dalla (100.3) otteniamo

$$\overline{K} = \overline{\mathscr{E}}_{\text{rad}}. \tag{100.4}$$

In tal modo, *metà dell'energia gravitazionale liberata per compressione gravitazionale della protostella, che si trasforma in stella, si consuma per aumentare l'energia cinetica (termica) della stella e l'altra metà è dissipata dalla radiazione*. Questa conclusione ha un valore generale e non dipende dall'ipotesi speciale che la stella sia composta unicamente d'idrogeno. Quando iniziano le reazioni termonucleari e si stabilisce lo stato stazionario le grandezze $\overline{K}$ e $\overline{U}$ restano invariate. Allora tutta l'energia liberata dalle reazioni termonucleari sarà dissipata dalla radiazione.

4. Ora siamo pronti a stimare la temperatura media $\overline{T}$ della stella. A tale scopo indichiamo con $m(r)$ la massa della sostanza stellare contenuta all'interno di una sfera di raggio r il cui centro coincide con quello della stella. Se in questa sfera, provenendo da infinitamente lontano, entra una massa dm, si libera l'energia gravitazionale $Gm\ dm/r$. L'energia gravitazionale totale che si libera per formazione di una stella è espressa

dall'integrale

$$G\int_0^M m\,dm/r,$$

dove M è la massa della stella formata. Secondo la dimostrazione precedente, la metà di questa energia viene consumata per il riscaldamento della stella. In seguito, quando cessa la compressione gravitazionale, all'interno della stella si deve sprigionare un'energia come risultato delle reazioni termonucleari, tale da mantenere la temperatura e la radiazione della stella ad un livello costante. Come risultato l'energia termica $\overline{K}$ della stella resterà invariata e sarà espressa dalla metà dell'integrale suindicato. Si potrebbe calcolare esattamente questo integrale se fosse nota la densità della materia stellare $\varrho = \varrho(r)$. La funzione incognita $\varrho(r)$ ci costringe a sostituire il calcolo preciso con una stima approssimata. Evidentemente,

$$\overline{K} = (G/2)\int_0^M m\,dm/r = (GM^2/4)\langle 1/r\rangle$$

ossia

$$\overline{K} = (GM^2/4R)\langle R/r\rangle, \tag{100.5}$$

dove R è il raggio della stella, e $\langle R/r\rangle$ la media della grandezza R/r calcolata in un determinato modo, e precisamente

$$\langle R/r\rangle = (2/M^2)\int_0^M (R/r)m\,dm. \tag{100.6}$$

Stimiamo la temperatura media non di una stella qualsiasi, ma di una stella appena formata da una nube di gas e polvere, praticamente composta di solo idrogeno totalmente ionizzato. In questo stadio l'idrogeno non ha fatto ancora in tempo a «bruciare» completamente in seguito alle reazioni termonucleari. A causa della temperatura elevata è applicabile la statistica classica di Boltzmann che useremo nel seguito.

L'energia media del moto termico del protone vale $\frac{3}{2}k\overline{T}$, dove k è la costante di Boltzmann. Tale è anche l'energia media dell'elettrone. Il numero di protoni (e anche di elettroni) nella stella è uguale a M/m_p, dove m_p è la massa del protone. Perciò l'energia termica di tutta la stella vale $3Mk\overline{T}/m_p$. Eguagliandola all'espressione (100.5) otteniamo

$$\overline{T} = \frac{GMm_p}{12kR}\left\langle\frac{R}{r}\right\rangle. \tag{100.7}$$

Un calcolo preciso mediante la formula (100.7) richiede che sia nota la densità della materia stellare ϱ in funzione della distanza r dal suo

centro. Soltanto in questo caso si può trovare la media del rapporto R/r. Siccome $R/r > 1$, in ogni caso deve essere

$$\overline{T} > GMm_p/12kR. \tag{100.8}$$

5. Si può dare una stima più precisa del limite inferiore per $\overline{T}$. La temperatura che figura al secondo membro della formula (100.8) è stata ottenuta nell'ipotesi che $R/r = 1$. La stella avrebbe questa temperatura se la materia stellare si concentrasse sulla sola superficie. Questa temperatura è inferiore a priori alla temperatura reale della stella poiché, per ulteriore condensazione della materia verso il suo centro viene compiuto un lavoro supplementare da parte delle forze gravitazionali che provoca un ulteriore riscaldamento della stella. Si può tener conto in parte del lavoro aggiuntivo supponendo che la condensazione sia limitata alla formazione di una stella di densità costante ϱ. In questo caso $m = (4\pi/3)\varrho r^3$, $dm = 4\pi\varrho r^2 dr$ e la formula (100.6) dà $R/r = 6/5$. Come risultato si ottiene una stima più precisa, ma sempre, per difetto, della temperatura media della stella

$$\overline{T} > GMm_p/10kR. \tag{100.9}$$

Applichiamo questa stima al Sole ($M_\odot = 2 \cdot 10^{33}$ g, $R_\odot = 7 \cdot 10^{10}$ cm), o più precisamente ad una stella d'idrogeno con gli stessi valori della massa e del raggio. Otteniamo

$$\overline{T}_\odot > \frac{6{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{33} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-24}}{10 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-16} \cdot 7 \cdot 10^{10}} = 2{,}3 \cdot 10^6 \text{ K}.$$

Questo risultato, come ordine di grandezza è corretto, anche se la temperatura media del Sole ottenuta è troppo bassa.

Ai metodi ottici è accessibile la temperatura della sola superficie del Sole. Essa è all'incirca di 6000 K. Tuttavia, nei modelli moderni del Sole la massa del guscio esterno, in cui la temperatura è inferiore a 10^6 K, costituisce in tutto circa l'1% della massa totale del Sole. Perciò il guscio praticamente non incide sulla temperatura media del Sole.

6. Come è stato detto precedentemente, per il calcolo esatto della temperatura è necessario conoscere la densità della materia nelle viscere del Sole. Ma anch'essa deve essere determinata.

In generale, il calcolo preciso della temperatura nelle viscere del Sole e delle stelle non è un problema isolato; si tratta di una questione molto complessa. Tuttavia in tutto il discorso svolto abbiamo cercato una stima grossolana della temperatura. Se l'impostazione del problema è rigorosa, deve essere determinata non la sola temperatura, ma tutto un insieme di parametri mutuamente connessi che caratterizzano lo stato della stella: pressione, densità, temperatura, composizione chimica, luminosità della stella, ecc. In particolare, è necessario che ai valori calcolati per questi parametri corrisponda uno stato d'equilibrio della stella. Tutto ciò si tro-

va in seguito ad un calcolo integrale numerico molto complicato. In questo caso si usano le equazioni di conservazione e di trasporto dell'energia, le equazioni di equilibrio idrodinamico, di radiazione e di convezione, la legge di Stefan-Boltzmann, ecc. assieme alle misure della massa e delle dimensioni del Sole. I calcoli sono basati su determinati modelli del Sole. Un accordo fra i risultati ottenuti permette di scegliere un modello del Sole più verosimile. Tutti i calcoli si fanno con calcolatori elettronici. Nella teoria dell'evoluzione delle stelle, calcoli analoghi vengono applicati a modelli stellari caratterizzati da parametri diversi.

Senza soffermarci su queste questioni diamo alcuni dati che caratterizzano il Sole nello stadio attuale della sua evoluzione. Il Sole consta di idrogeno H, di elio He e di altri elementi. Nell'astrofisica si suole indicarne il contenuto relativo secondo le masse con X, Y, Z. Per gli strati esterni del Sole sono stati ottenuti i seguenti valori, mediante il calcolo delle medie in base a diversi modelli: $X = 0{,}71$, $Y = 0{,}265$, $Z = 0{,}025$. Questi dati caratterizzano il Sole come una stella all'inizio della sua evoluzione. In prossimità del centro C del Sole attualmente $X_C = 0{,}38$. La temperatura, la pressione e la densità al centro del Sole valgono rispettivamente: $T_C = 15 \cdot 10^6$ K, $\mathscr{P}_C = 3{,}4 \cdot 10^{17}$ din/cm^2, $\varrho_C = 160$ g/cm^3.

7. Per il problema delle sorgenti d'energia che alimentano le stelle, non è la temperatura media che ci interessa, ma la temperatura nelle viscere profonde delle stelle in quanto là si verificano le reazioni termonucleari.

Diamo una delle stime possibili della temperatura al centro di una stella benchè essa possegga gli stessi difetti di principio della valutazione già fatta. Supponiamo che nella stella *non esista convezione*. Questa ipotesi implica che il gradiente di temperatura dT/dr, non sia inferiore al cosiddetto gradiente adiabatico di temperatura (cfr. vol. II, § 121). In una stella reale, a causa del surriscaldamento locale dovuto alle reazioni termonucleari si verifica, e in alcune stelle con molta intensità, una mescolatura per convezione. Ma qui si considera il caso perfetto in cui l'influsso di questa mescolatura sull'emissione di calore dalla stella non sia notevole. Al limite la mescolatura scompare precisamente nel momento in cui il gradiente di temperatura diviene adiabatico. Perciò partiamo dall'ipotesi che nella stella si sia stabilita una distribuzione adiabatica di temperatura. Se inoltre si suppone che la materia stellare sia assimilabile ad un gas perfetto, deve essere

$$dT/dr = -g/c_{\mathscr{P}}, \tag{100.10}$$

dove $c_{\mathscr{P}}$ è il calore specifico a pressione costante e g l'accelerazione di gravità (cfr. vol. II, § 121). L'integrazione di questa equazione dà

$$T(r) = T_C - \int_0^r (g/c_{\mathscr{P}})\,dr,$$

dove T_C è la temperatura al centro della stella. La temperatura $T(R)$ sulla superficie della stella può essere considerata nulla poiché essa è tracurabilmente piccola rispetto a T_C. Sotto questa ipotesi abbiamo

$$T_C = \int_0^R [g(r)/c_{\mathscr{P}}]\,dr. \tag{100.11}$$

Se introduciamo la massa m di materia all'interno di una sfera di raggio r, allora $g = Gm/r^2$. Stimiamo il calore specifico $c_{\mathscr{P}}$ nell'ipotesi che la stella consti di idrogeno totalmente ionizzato. Ogni particella (protone ed elettrone) possiede una energia cinetica media $\frac{3}{2}kT$ e un calore specifico $\frac{3}{2}k$ a volume costante e $\frac{5}{2}k$ a pressione costante. Il numero di particelle (protoni + elettroni) nell'unità di massa è $2(1/m_p)$. Perciò $c_{\mathscr{P}} = 5k/m_{\mathscr{P}}$. Come risultato si ottiene

$$T_C = (Gm_p/5k)\int_0^R m(r)\,dr/r^2. \tag{100.12}$$

Se la densità ϱ all'interno della stella fosse costante sarebbe $m(r) = (4\pi/3)\varrho r^3$. In questo caso l'integrale (100.12) si calcola facilmente. Si ottiene

$$T_C = GMm_p/10kR,$$

il che è esattamente uguale alla temperatura media della stella calcolata sotto la stessa ipotesi. Cionondimeno, la stima della temperatura approssimata al centro della stella non è priva di interesse. Infatti, con la legge reale di variazione della densità di sostanza ϱ in funzione del raggio r, l'espressione integrabile nella formula (100.11) aumenta più rapidamente verso il centro della stella che l'espressione corrispondente nella (100.6). Di qui deriva l'affermazione intuitivamente evidente che la temperatura al centro della stella è superiore alla sua temperatura media.

L'esempio seguente mostra in che modo la distribuzione della densità di materia nella stella influisce fortemente sulla sua temperatura al centro. In accordo con il modello moderno del Sole, in una sfera di raggio $r = R/2$ è concentrato circa il 94% della massa totale. Se trascuriamo la massa del guscio esterno possiamo ricorrere alla formula precedente sostituendovi il raggio R con una grandezza di due volte più piccola. Avremmo così

$$T_C = GMm_p/5kR,$$

risultato di due volte superiore alla stima precedente. Infatti, la concentrazione di materia nelle zone interne del Sole implica un aumento di temperatura T_C ancora più grande.

8. Quindi, la compressione gravitazionale riscalda le viscere interne delle stelle a temperatura dell'ordine di decine di milioni di kelvin (1 keV) e anche più. Ciò è sufficiente perché nelle viscere delle stelle inizii la fusione di nuclei più pesanti a partire da quelli più leggeri. Questa fusione rappresenta la fonte di energia che alimenta le stelle. Fondamentalmente si tratta della sintesi di elementi più pesanti (prevalentemente elio) dall'idrogeno poiché secondo i dati spettroscopici moderni, l'Universo consta al 70% d'idrogeno (in massa), 30% d'elio e 1% di altri elementi (carbonio, ossigeno, ecc.). In una protostella la fusione iniziata procede in modo insufficientemente intenso cosicché le perdite d'energia per radiazione vengono compensate soprattutto dalla compressione gravitazionale della protostella. Quando l'energia della fusione raggiunge un valore sufficiente per compensare le perdite di energia per radiazione, la compressione gravitazionale della protostella cessa. Da quel momento la protostella si trasforma in stella propriamente detta. In quest'ultima le forze gravitazionali sono equilibrate dall'aumentata pressione gassosa cinetica e in parte da quella luminosa.

Dalle stime precedenti risulta che la temperatura nelle viscere della stella, per date dimensioni, è pressappoco proporzionale alla sua massa M. La luminosità della stella L, cioè l'energia totale emessa nell'unità di tempo, è proporzionale, secondo la teoria, pressappoco a M^3. Dalle stime teoriche si vede che per $M \lesssim 0,1\ M_\odot$ ($M_\odot$ è la massa del Sole) la compressione gravitazionale è insufficiente per raggiungere temperature termonucleari, ragione per cui il processo di compressione gravitazionale di tutti i pianeti del Sistema solare (compreso Giove) non ha portato alla formazione di stelle.

9. Su scala cosmica la gravitazione elimina le difficoltà fondamentali da superare per realizzare in pratica la fusione termonucleare controllata. Un'enorme pressione creata dalla gravitazione trattiene il plasma termonucleare nelle viscere delle stelle. Lo strato di materia di enorme spessore, che separa il plasma caldo nelle zone centrali della stella dalla periferia fredda, ne garantisce un termoisolamento sicuro. L'energia termonucleare sprigionata nelle viscere profonde della stella raggiunge la sua periferia soprattutto mediante radiazione. Questa energia raggiante viene continuamente assorbita e riemessa con composizione spettrale modificata. Questa riemissione avviene in modo isotropo e uniforme. Il trasporto della radiazione verso la periferia della stella è simile alla diffusione e procede in modo relativamente lento. Come risulta dai calcoli, il calore emanato al centro della stella arriva alla sua periferia in un tempo dell'ordine del milione d'anni.

10. Il *processo fondamentale con cui si libera l'energia termonucleare nelle stelle normali è la trasformazione dell'idrogeno in elio.* In questo caso la massa diminuisce all'incirca dello 0,7% e si sprigiona un'energia in accordo con la relazione di Einstein $\mathscr{E} = mc^2$. Se il Sole fosse compos-

to di solo idrogeno e se in seguito tutto l'idrogeno si trasformasse in elio la massa del Sole diminuirebbe pressappoco di $\Delta M = 0{,}007 M_{\odot} = 0{,}007 \cdot 2 \cdot 10^{33} = 1{,}4 \cdot 10^{31}$ g. In questo caso si sprigionerebbe un'energia di $\Delta M \cdot c^2 \approx 1{,}26 \cdot 10^{52}$ erg. Dato il ritmo attuale di radiazione del Sole, l'energia da esso emessa vale pressappoco $L_{\odot} = 3{,}83 \cdot 10^{33}$ erg/s. Se questo ritmo fosse mantenuto costante l'energia emessa basterebbe per $(1{,}26 \cdot 10^{52}):(3{,}83 \cdot 10^{33}) = 3{,}3 \cdot 10^{18}$ s $\approx 10^{11}$ anni.

L'itensità media ε di produzione energetica nelle reazioni termonucleari delle stelle ordinarie è piccola secondo le scale terrestri. Così, per il Sole $\varepsilon = L_{\odot}/M_{\odot} = (3{,}83 \cdot 10^{33}):(2 \cdot 10^{33}) \approx 2$ erg/s · g. Infatti l'attività di un organismo umano libera circa 3000 kcal $= 3 \cdot 10^6$ cal $= 12{,}5 \cdot 10^{13}$ erg al giorno; per un uomo di 60 kg, si ha $\varepsilon \approx 2{,}4 \cdot 10^4$ erg/s · g, cioè un valore pressapoco dieci mila di volte maggiore rispetto al Sole. Questo piccolo valore di ε ci ha permesso di valutare la temperatura nelle viscere delle stelle trascurando l'energia prodotta dalle reazioni nucleari. Tuttavia, grazie all'enormità della massa solare la radiazione del Sole ha una potenza molto grande ($3{,}83 \cdot 10^{33}$ erg/s $= 3{,}83 \cdot 10^{26}$ W). Per radiazione la massa del Sole diminuisce pressappoco di 4 milioni di tonnellate al secondo.

11. La trasformazione dell'idrogeno in elio non si realizza direttamente ma mediante tutta una serie di reazioni intermedie. Essa può seguire due vie: 1) la catena di reazioni *protone-protone* (pp) detta *ciclo dell'idrogeno*; 2) il ciclo *carbonio-azoto*, detto *ciclo del carbone*.

Il ciclo dell'idrogeno inizia dalla reazione fra due protoni e come risultato si formano deutone, positrone e neutrino (cfr. tavola 20). Questa reazione è determinata dalle interazioni deboli e perciò si svolge molto lentamente: nelle condizioni terrestri non è mai stata osservata direttamente. Nelle viscere delle stelle l'energia cinetica dei protoni collidenti è insufficiente per superare la barriera di potenziale coulombiana. Come regola, tutte le collisioni fra protoni sono elastiche. Pressappoco una sola su cento milioni di collisioni dà luogo ad una reazione per effetto tunnel. In questo caso durante il tempo di collisione (dell'ordine di 10^{-21} s) un

Tavola 20

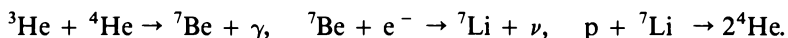
Ciclo d'idrogeno

Reazioni	Energia emessa, MeV	Durata media della reazione
$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$	$2 \cdot 0{,}164 + (2 \cdot 0{,}257)$	$1{,}4 \cdot 10^{10}$ anni
$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$	$2 \cdot 1{,}02$	—
$p + d \rightarrow {}^3He + \gamma$	$2 \cdot 5{,}49$	5,7 s
${}^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + 2p$	12,85	10^6 anni
Totale: $4p \rightarrow {}^4He + 2e^+ + 2\nu$	26,21 + (0,514)	

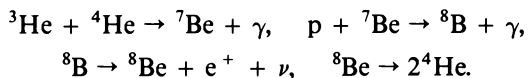
protone deve essere trasformato in neutrone con emissione di un positrone e di un neutrino. Il positrone si annichila immediatamente con elettrone e il deutone formato da n e p, reagisce molto rapidamente (entro qualche secondo) con uno dei protoni vicini formando così il nucleo ^{3}He. Nel seguito sono possibili tre rami di sviluppo delle reazioni nucleari.

Il primo ramo è la reazione fra due nuclei ^{3}He. Ma poiché nelle tre prime reazioni il nucleo ^{3}He si ottiene una sola volta, queste reazioni devono figurare due volte nella variante considerata del ciclo d'idrogeno totale. (Questo spiega il fattore 2 nella seconda colonna della tavola 20). Come risultato del ciclo, quattro protoni si trasformano in un nucleo di ^{4}He, due positroni e due neutrini. Nella tavola sono indicate le energie prodotte dalle reazioni corrispondenti, e anche un tempo medio della durata di ciascuna reazione calcolato per le condizioni esistenti al centro del Sole. Fra parentesi è data l'energia dissipata dal neutrino.

Per concentrazioni sufficientemente grandi di ^{4}He e temperature $T > (10\text{-}15) \cdot 10^{6}$ K nell'emissione di energia totale comincia a prevalere il secondo ramo del ciclo d'idrogeno. In questa variante le prime tre reazioni sono le stesse già viste, ma non si ripetono due volte, mentre la reazione ^{3}He + ^{3}He viene sostituita con la seguente successione di reazioni:

$$^{3}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} \to {}^{7}\mathrm{Be} + \gamma, \quad {}^{7}\mathrm{Be} + e^{-} \to {}^{7}\mathrm{Li} + \nu, \quad p + {}^{7}\mathrm{Li} \to 2\,{}^{4}\mathrm{He}.$$

Per temperature più alte ancora l'energia è liberata dalla catena di reazioni finale

$$^{3}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} \to {}^{7}\mathrm{Be} + \gamma, \quad p + {}^{7}\mathrm{Be} \to {}^{8}\mathrm{B} + \gamma,$$

$$^{8}\mathrm{B} \to {}^{8}\mathrm{Be} + e^{+} + \nu, \quad {}^{8}\mathrm{Be} \to 2\,{}^{4}\mathrm{He}.$$

In ogni caso il risultato è di nuovo la trasformazione di quattro protoni in un nucleo ^{4}He.

12. Nella tavola 21 è dato il ciclo del carbone (C — N) nel quale, come nel ciclo d'idrogeno, si sprigiona un'energia di 26,7 MeV di cui circa il 6,8% è portato via dal neutrino. Il ciclo del carbone è caratterizzato dalla riproduzione del carbonio ^{12}C in quantità uguale a quella che esisteva all'inizio del ciclo. Il carbonio ^{12}C non si consuma ma funge da *catalizzatore* che garantisce la combustione dell'idrogeno in elio. Per il Sole e le stelle meno luminose prevale il ciclo d'idrogeno e per quelle più luminose il ciclo di carbone.

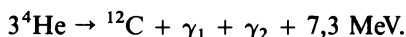
Quanto detto si riferisce soprattutto alle stelle normali ossia alle stelle della sequenza principale cui appartiene il Sole. In queste stelle l'energia viene prodotta nella combustione dell'idrogeno.

13. Nelle stelle giganti (cfr. paragrafo prossimo) con nuclei densi (non contenenti idrogeno) sono caratteristici i cicli d'*elio* e di *neon* che si sviluppano a temperature e densità notevolmente più alte che i cicli d'idro-

Ciclo del carbone

Reazioni	Energia emessa, MeV	Durata media della reazione
$p + {}^{12}C \to {}^{13}N + \gamma$	1,95	$1{,}3 \cdot 10^7$ anni
${}^{13}N \to {}^{13}C + e^+ + \nu_e$	1,50 + (0,72)	7,0 minuti
$p + {}^{13}C \to {}^{14}N + \gamma$	7,54	$2{,}7 \cdot 10^6$ anni
$p + {}^{14}N \to {}^{15}O + \gamma$	7,35	$3{,}3 \cdot 10^8$ anni
${}^{15}O \to {}^{15}N + e^+ + \nu_e$	1,73 + (0,98)	82 s
$p + {}^{15}N \to {}^{12}C + {}^4He$	4,96	$1{,}1 \cdot 10^5$ anni
Totale: $4p \to {}^4He + 2e^+ + 2\nu_e$	25,03 + (1,70)	

geno e di carbone. La reazione fondamentale del ciclo d'elio, che inizia a partire da una temperatura di 200 milioni di K è

$$3\,{}^4He \to {}^{12}C + \gamma_1 + \gamma_2 + 7{,}3 \text{ MeV}.$$

In seguito possono aver luogo le reazioni ${}^{12}C + {}^4He \to {}^{16}O + \gamma$, ${}^{16}O + {}^4He \to {}^{20}Ne + \gamma$.

Se i prodotti del ciclo d'elio entrano in contatto con H si realizza un nuovo ciclo (Ne — Na), nel quale il nucleo ${}^{20}Ne$ funge da catalizzatore nel processo di combustione di H in He. La conseguenza delle reazioni qui è analoga al ciclo di carbone (C — N) (tavola 21), ma i nuclei ${}^{12}C$, ${}^{13}N$, ${}^{13}C$, ${}^{14}N$, ${}^{15}O$, ${}^{15}N$ vengono sostituiti rispettivamente con i nuclei ${}^{20}Ne$, ${}^{21}Na$, ${}^{21}Ne$, ${}^{22}Na$, ${}^{23}Na$, ${}^{23}Mg$. L'intensità di questo ciclo come sorgente di energia non è grande.

Problema

Stimare il limite inferiore della pressione gravitazionale $\mathscr{P}$ al centro di una stella. Quale sarebbe questa pressione se la stella fosse di densità omogenea? Fare il calcolo numerico per il Sole.

Soluzione. Dall'equazione dell'idrostatica

$$\partial \mathscr{P} / \partial r = -\varrho g$$

ricaviamo

$$\mathscr{P}(r) = \mathscr{P}_C - \int_0^r \varrho g \, dr,$$

dove $\mathscr{P}_C$ è la pressione al centro della stella. Essa si trova dalla condizione che sulla superficie della stella $\mathscr{P}(R) = 0$. Quindi,

$$\mathscr{P}_C = \int_0^R \varrho g \, dr = (G/4\pi) \int_0^M m \, dm / r^4,$$

ossia

$$\mathscr{P}_C = (GM^2/8\pi)\langle 1/r^4 \rangle \tag{100.13}$$

dove l'espressione fra parentesi angolari indica una media calcolata in modo appropriato. Dalla formula (100.13) segue che

$$\mathscr{P}_C > GM^2/8\pi R^4. \tag{100.14}$$

Per il Sole $\mathscr{P}_C > 4{,}4 \cdot 10^{14}$ din/cm^2 $\approx 4{,}4 \cdot 10^8$ atm. Se il Sole fosse omogeneo la pressione $\mathscr{P}_C$ sarebbe il triplo, cioè sarebbe uguale pressappoco a $13{,}2 \cdot 10^8$ atm. Nel caso generale per una stella

$$\mathscr{P}_C = \gamma M^2/R^4, \tag{100.15}$$

dove γ è un coefficiente adimensionato dipendente unicamente dalla legge di variazione della densità ϱ in funzione del raggio.

Dall'esempio seguente risulta quanto notevole sia l'aumento della densità verso il centro della stella. Supponiamo che il guscio esterno del Sole con $r > R/2$ sia stato allontanato e che la massa della materia restante sia rimasta invariata. In accordo con il modello moderno del Sole la massa restante vale $0{,}94 M_\odot$. Allora il limite inferiore della pressione al centro non diminuisce ma aumenta di

$$\left(\frac{0{,}94 M_\odot}{M_\odot}\right)^2 \left(\frac{R}{R/2}\right)^4 \approx 14 \text{ volte.}$$

In base alla pressione $\mathscr{P}_C$ si potrebbe calcolare la temperatura T_C al centro della stella partendo dall'uguaglianza $\mathscr{P}_C = 2n_C kT$, dove $n_C = \varrho_C/m_p$ è il numero di protoni per unità di volume al centro della stella. Tuttavia questo calcolo esige che sia nota la densità di materia ϱ_C al centro della stella.

§ 101. *Nozioni di astronomia*

1. Prima di considerare la questione dell'evoluzione delle stelle è importante conoscere alcune nozioni di astronomia.

In astronomia si chiama *luminosità L di una stella* la quantità totale di energia emessa nell'unità di tempo. La *magnitudine stellare* è la grandezza con cui si determina la *brillanza* della stella (e non le sue dimensioni geometriche). La brillanza della stella dipende dalla sua luminosità, dalla distanza della stella e dalla sensibilità spettrale dell'apparecchio di osservazione. Il valore numerico della magnitudine stellare è tanto più grande quanto più debole è la stella stessa. Così, le stelle di prima magnitudine sono più luminose di quelle di seconda magnitudine, le stelle di seconda magnitudine sono più luminose di quelle di terza, e via di seguito.

La brillanza delle stelle di solito viene espressa in scala logaritmica della magnitudine stellare. Questa scala è costruita in modo tale che all'aumentare della magnitudine m di 5 unità l'intensità corrispondente I della radiazione osservata diminuisca di 100 volte. In tal modo, se la magnitudine stellare m aumenta in progressione aritmetica l'intensità

corrispondente della radiazione osservata diminuisce in progressione geometrica. Se si prende il numero 10 come ragione della progressione geometrica allora

$$I = I_0 \cdot 10^{-0,4m}, \tag{101.1}$$

dove I_0 è l'intensità della radiazione di una stella di magnitudine nulla. Infatti, per $m = 5$ questa formula dà $I/I_0 = 10^{-2} = 1/100$, cioè all'aumentare della magnitudine stellare di 5 unità l'intensità decresce di 100 volte, come deve essere per la costruzione della scala delle magnitudini stellari. Trasformando la formula (101.1) possiamo scrivere

$$I = I_0 \cdot (2,5119)^{-m}, \tag{101.2}$$

cioè all'aumentare della magnitudine stellare di un'unità l'intensità della radiazione diminuisce pressappoco di 2,5 volte.

Il simbolo a^m significa che la magnitudine stellare dell'astro osservato vale a. Alle stelle di alta luminosità corrispondono valori negativi di magnitudine stellare. Per esempio, 5^m corrisponde a una stella di quinta magnitudine, il simbolo -4^m a una stella di quarta magnitudine negativa, ecc. Il simbolo $-2^m,5$ significa che la magnitudine stellare di un oggetto astronomico vale $-2,5$.

Con il più grande telescopio, di 6 metri di diametro (l'ex URSS) si possono fotografare, sfruttando al limite le sue possibilità, oggetti celesti di magnitudine stellare dell'ordine di 24^m. All'osservazione visuale con lo stesso telescopio sono accessibili oggetti di circa 10^4 volte più deboli. Notiamo che la magnitudine stellare, osservabile al limite, dipende fortemente dalle condizioni atmosferiche.

Le stelle luminose come Aldebaran e Altair appartengono alle stelle di prima magnitudine, la magnitudine di Capella vale $-0^m,2$, di Sirio $-1^m,6$ e del Sole $-26^m,74$. Poiché le diverse stelle si trovano a distanze diverse dalla Terra la magnitudine stellare apparente non ne caratterizza la luminosità. Per un confronto di luminosità delle stelle visibili si introduce la *magnitudine assoluta*, definita come la magnitudine apparente che la stella avrebbe se osservata da una distanza standard di 10 parsec (1 parsec = 3,2616 anni-luce = $3,0857 \cdot 10^{18}$ cm) se non esistesse assorbimento della luce nel mezzo interstellare. La magnitudine assoluta del Sole è di $+4^m,75$. Osservato dalla distanza standard, il Sole sembrerebbe una piccola stella molto debole, ma ancora visibile ad occhio nudo. Sirio sembrerebbe 14 volte più debole, e non si vedrebbe più nel cielo notturno come la stella più brillante. Viceversa Rigel (stella β nella costellazione di Orione), la cui luminosità supera di 20 000 volte quella del Sole, offuscherebbe nel cielo notturno tutti gli altri oggetti, tranne la Luna.

2. Un rivelatore di radiazione ha una sensibilità che varia nelle diverse zone dello spettro. Ad esempio, una stella rossa può sembrare brillante per l'occhio ma debole per la fotolastra. La cosiddetta *magnitudine*

stellare visuale corrisponde alla sensibilità spettrale dell'occhio umano. Essa praticamente coincide con la *magnitudine stellare fotovisuale* determinata dalla fotomisurazione dell'immagine ottenuta su una lastra ortocromatica con applicazione del filtro giallo. Si chiama *fotografica* o *blu* la magnitudine stellare determinata dalla fotomisura dell'immagine su una lastra fotografica ordinaria o con il metodo fotoelettrico con applicazione del filtro blu. La tecnologia di fabbricazione delle fotolastre e dei filtri di luce deve essere indicata con precisione e osservata con rigore. La differenza fra le magnitudini stellari fotografica e visuale si chiama *indice di colore.*

Il metodo per determinare l'indice di colore delle stelle e di classificazione degli spettri stellari (si veda più avanti) è stato elaborato nell'Osservatorio astronomico di Harvard (USA). Più tardi il metodo è stato perfezionato in altri osservatori del mondo, ma non ci soffermeremo su queste questioni che superano i limiti del presente libro.

La temperatura, la composizione chimica, il grado di ionizzazione degli atomi e altri parametri degli strati esterni delle atmosfere stellari, dalle quali ci arriva la radiazione luminosa esercitano una influenza determinante sui tratti caratteristici degli spettri astrali. Nell'Osservatorio di Harvard gli spettri delle stelle sono stati divisi empiricamente in sette classi che si indicano con le lettere O, B, A, F, G, K, M. Per poter indicare dettagli più particolareggiati queste classi spettrali si suddividono in sottoclassi, i cui spettri sono intermedi fra gli spettri delle classi vicine. Le sottoclassi spettrali sono indicate con numeri da 0 a 9 che si aggiungono alle lettere che indicano le classi.

Gli spettri di assorbimento delle atmosfere stellari, tipici per le sette classi suindicate, sono rappresentate in fig. 173 (a — λ Cefeo, O6; b — τ Scorpione, B0; c — α Corona Boreale, A0; d — δ Aquilae, F0; e — il Sole, G2; f — ε Cigno, K0; g — α Ercole A, M5). A titolo d'esempio diamo alcune caratteristiche molto succinte di alcune classi spettrali.

Classe O. Temperatura $T \approx 50\,000$ K. Si osservano le righe di atomi altamente ionizzati: He II, Si IV, N III, ecc. (Le cifre romane I, II, III, ... si riferiscono rispettivamente all'atomo neutro, ionizzato una volta, ionizzato due volte, ecc.) Le righe di H sono deboli e talvolta si osservano deboli righe di emissione di He II, N III.

Classe B0. $T \approx 25\,000$ K. Le righe di He II non esistono; esistono intense righe di Mg II (massimo nelle stelle B2); si osservano le righe di Si III e di O II; le righe di H sono più nette che nella classe O.

Classe A0. $T \approx 11\,000$ K. Le righe di H raggiungono il massimo; le righe di He I non esistono; le righe di Mg II e di Si II sono intense e quelle di Fe II, Cr II e altre deboli.

Classe F0. $T \approx 7\,600$ K. Le righe di H sono più deboli che nella classe A0; le righe di Ca II sono intense; le righe di Fe II, Cr II, ecc. hanno

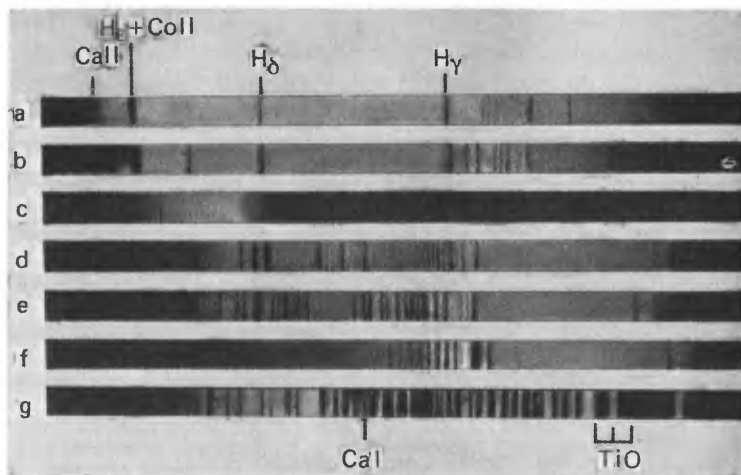



Fig. 173.

pressappoco la stessa intensità delle righe di Fe I, Cr I, ecc.

Classe G0. $T \approx 6000$ K. La brillanza delle righe di Ca II raggiunge il massimo; lo spettro atomico è molto ricco grazie a numerose righe di Fe I e di altri elementi neutri; esistono anche bande molecolari di CH.

Classe K0. $T \approx 5100$ K. Le righe di H sono relativamente deboli e molto forti quelle dei metalli neutri; le bande molecolari si intensificano.

Classe M0. $T \approx 3600$ K. Sono molto forti le righe dei metalli neutri; esistono righe di TiO ma molto deboli.

La classificazione spettrale indicata suddivide le stelle secondo il colore. Dapprima si trovano le stelle calde (blu) e alla fine le stelle rosse più fredde della classe M. Per esempio, le stelle brillanti blu della costellazione di Orione appartengono alla classe B. Sirio è una stella biancastra della classe A0. Il Sole (stella gialla) appartiene alla classe spettrale G2. Capella è una stella gialla della classe G0, Arturo è una stella brillante arancione della classe K0, Betelgeuse e Antares sono stelle rosse della classe M.

3. L'astronomo danese Hertzsprung e l'astronomo americano Russel all'inizio del nostro secolo stabilirono empiricamente, l'uno indipendentemente dall'altro, sulla base di un ricco materiale statistico, un legame più o meno chiaro fra la classe spettrale (o l'indice di colore) delle stelle e la loro magnitudine assoluta (o luminosità). Questo legame è rappresentato graficamente nel cosiddetto *diagramma di Hertzsprung-Russel* (fig. 174). A ciascun punto dell'asse orizzontale di questo diagramma corrisponde una classe spettrale (o indice di colore). Sull'asse orizzontale viene infatti riportata una grandezza che caratterizza la temperatura su-

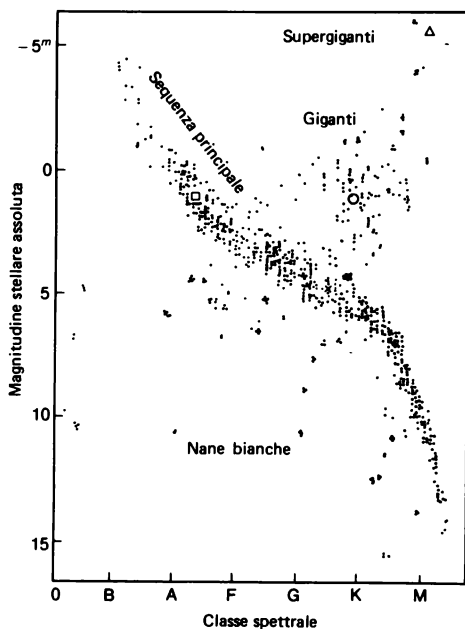



Fig. 174.

perficiale di una stella. Sull'asse verticale sono riportate le magnitudini assolute corrispondenti (o luminosità) delle stelle. Ogni stella è indicata con un punto nel piano del diagramma.

La maggioranza delle stelle si distribuisce su una banda che parte dall'angolo superiore sinistro verso l'angolo inferiore destro del diagramma. Questa banda si chiama *sequenza principale* e le stelle corrispondenti sono dette *stelle della sequenza principale.* Nella parte superiore della sequenza principale si trovano stelle blu di massa più grande, più calde, di grande luminosità appartenenti alle classi O e B, nella parte inferiore si trovano quelle di massa più piccola (*nane rosse*). Il Sole (stella gialla) è una stella media appartenente ad un punto della parte centrale della sequenza principale. Nel diagramma la posizione del Sole è segnata con una crocetta.

In alto a destra della sequenza principale si trovano le *giganti* e *supergiganti rosse.* Le stelle giganti, con temperatura superficiale dell'ordine di 4000 K, sono pressappoco di 10 magnitudini stellari più brillanti delle stelle della sequenza principale con la stessa temperatura superficiale. Sopra le giganti si trovano stelle rare dette supergiganti. Ad esempio Betelguese (supergigante α nella costellazione di Orione) è una stella variabile delle classi M2-M3. La sua magnitudine visuale apparente varia

da $+0^m,4$ a $-1^m,3$ mentre la magnitudine stellare assoluta vale -3^m. Essa è più brillante di circa 16 magnitudini stellari e il suo raggio circa 1000 volte più grande di quello di una stella della classe M3 della sequenza principale. Quanto al raggio, una supergigante può essere 10 volte più grande di una gigante e avere una luminosità 100 volte più forte.

In basso a sinistra della sequenza principale si trovano le *nane bianche*, ossia stelle blu o gialle deboli, che nel diagramma di Hertzsprung-Russel giacciono sotto alle stelle della sequenza principale di 9-10 magnitudini. Le nane bianche hanno masse comparabili con il Sole e dimensioni comparabili con la Terra. Di conseguenza, la densità delle nane bianche è estremamente elevata, ossia dell'ordine di 10^5-10^6 g/cm^3. Quindi è molto grande l'accelerazione di gravità sulla superficie di queste stelle, mentre lo spessore dell'atmosfera vale in tutto qualche decina di centimetri.

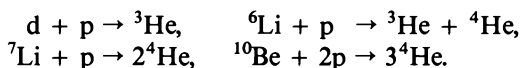
Per rendere più completo il quadro indichiamo anche che fra le giganti e la sequenza principale si trova una banda parallela di stelle con parametri intermedi, che si chiamano *subgiganti*. Analogamente sotto la sequenza principale si trovano sempre parallelamente ad essa le *subnane*, ossia stelle con proprietà intermedie fra le nane bianche e le stelle della sequenza principale.

Le masse delle stelle sono comprese fra 0,03 $M_\odot$ e 60 $M_\odot$, la luminosità delle stelle stazionarie giace nell'intervallo da $10^{-4}\, L_\odot$ a $10^5\, L_\odot$, raggi da 10 km (stelle neutroniche) a $10^3\, R_\odot$ (supergiganti).

§ 102. *Brevi cenni sull'evoluzione delle stelle*

1. Sono due le ragioni per cui l'evoluzione delle stelle verrà trattata in breve e schematicamente. Primo, essa riguarda l'astronomia e l'astrofisica. Secondo, la teoria dell'evoluzione delle stelle è molto complicata e ben lungi dell'essere completata. Numerose questioni di questa teoria non sono sufficientemente chiare. Per dettagli sull'evoluzione delle stelle si veda, ad esempio, il libro di I.S. Šklovskij «Stelle, loro nascita, vita e morte», Nauka, Mosca, 1984 (edizione in russo).

2. Nel processo di compressione gravitazionale di una protostella, la temperatura delle sue viscere aumenta con continuità. Quando essa sale a 1 milione di K iniziano le prime reazioni termonucleari di protoni su nuclei di elementi leggeri con bassa barriera coulombiana (deuterio, litio, berillio, boro):

$$\mathrm{d} + \mathrm{p} \rightarrow {}^3\mathrm{He}, \qquad {}^6\mathrm{Li} + \mathrm{p} \rightarrow {}^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He},$$
$${}^7\mathrm{Li} + \mathrm{p} \rightarrow 2\,{}^4\mathrm{He}, \qquad {}^{10}\mathrm{Be} + 2\mathrm{p} \rightarrow 3\,{}^4\mathrm{He}.$$

A causa della piccola percentuale di questi elementi nella protostella, la durata delle reazioni indicate, secondo le scale stellari, è piccola, ossia dell'ordine di un milione d'anni.

Poiché nelle reazioni indicate si sprigiona energia, la temperatura e la pressione nella protostella aumentano. La pressione aumentata frena la compressione gravitazionale. Quando gli elementi leggeri con bassa barriera coulombiana saranno consumati, la compressione gravitazionale della protostella si rafforzerà causando un ulteriore aumento della sua temperatura. Infine, quando la temperatura sarà dell'ordine di 10 milioni di K, entreranno in gioco il ciclo protone-protone e in seguito il ciclo carbonio-azoto, che sono le sorgenti fondamentali di energia termonucleare. L'aumentata pressione del plasma stellare stabilizza la stella, ossia la sua compressione gravitazionale cessa. Da quel momento la protostella si trasforma in una stella della sequenza principale. Il punto di entrata nella sequenza principale è determinato dalla massa iniziale della protostella. Più grande è questa massa tanto più alto è il punto d'entrata della stella.

Poichè nella stella esiste molto idrogeno (essa è costituita quasi completamente da idrogeno), la combustione dell'idrogeno è più lunga della combustione del deuterio, litio, berillio e boro. Le stelle della parte superiore della sequenza principale godono di masse più grandi e di temperature più alte. Perciò il processo di combustione dell'idrogeno è più rapido e dura un periodo dell'ordine di cento milioni d'anni. Viceversa, nelle stelle di massa meno grande e meno calde, come il Sole, questo processo dura 10-15 miliardi d'anni. Più lenta ancora è l'evoluzione delle stelle che si trovano nella parte inferiore della sequenza principale, cioè delle nane rosse.

Entrando nella sequenza principale, la stella vi rimane per lungo tempo mentre le sue proprietà praticamente rimangono immutate. Per questa ragione la maggioranza delle stelle osservate si trova nella sequenza principale. Tuttavia man mano che si consuma l'idrogeno, lo stato della stella cambia anche se molto lentamente, in modo che il punto rappresentativo della stella, nel diagramma di Hertzsprung-Russel si sposta e può infine abbandonare la sequenza principale.

3. Il carattere dell'evoluzione di una stella dipende notevolmente dal fatto che nelle sue viscere si verifichi o meno un rimescolamento della materia. Da calcoli su modelli risulta quanto segue: se l'evoluzione della stella fosse accompagnata da rimescolamento perfetto (per cui la sua composizione chimica restasse omogenea in tutto il volume) il suo punto rappresentante nel diagramma di Hertzsprung-Russel si sposterebbe a sinistra della sequenza principale. Viceversa, se mancasse ogni rimescolamento il punto si sposterebbe a destra della sequenza principale. Dall'osservazione del diagramma di Hertzsprung-Russel si vede che esso non

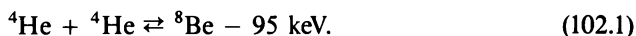
contiene stelle disposte in prossimità della sequenza principale in alto e a sinistra. Esistono invece numerose stelle a destra, che sono giganti rosse e subgiganti. Di conseguenza, il rimescolamento di materia nelle viscere della stella gioca un ruolo secondario nel suo movimento fuori dalla sequenza principale. Nelle stelle di grande massa, superiore all'incirca a 3 $M_{\odot}$, il trasporto di calore e realizzato soprattutto mediante radiazione. Nelle stelle con massa inferiore a $M_{\odot}$, questo processo si realizza prevalentemente mediante convezione, cioè mediante rimescolamento di materia.

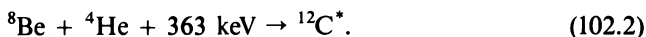
L'evoluzione delle stelle la cui massa è inferiore alla massa del Sole si svolge così lentamente che il tempo di permanenza di tali stelle entro la sequenza principale supera l'età della Galassia (circa $1{,}2 \cdot 10^{10}$ anni). Nelle stelle di piccola massa (inferiore a $0{,}3M_{\odot}$) il calore si trasporta soprattutto per convezione. In queste stelle la temperatura al centro non è sufficientemente alta perché il ciclo d'idrogeno si sviluppi completamente. Esso si interrompe con la formazione dell'isotopo ^{3}He mentre l'isotopo ^{4}He non può più essere sintetizzato. Per masse un po' più grandi (ma sempre inferiori a $3M_{\odot}$) l'evoluzione della stella termina con la formazione dell'isotopo ^{4}He. Interesse fondamentale presenta l'evoluzione delle stelle le cui masse iniziali superano $3M_{\odot}$, e su questo concentriamo la nostra attenzione.

4. La produzione di energia nella stella, dopo la sua formazione e l'entrata nella sequenza principale, avviene per lungo tempo soprattutto nella sua parte centrale per «combustione» dell'idrogeno. Dopo la combustione dell'idrogeno nella parte centrale della stella si forma un nucleo d'elio circondato da un guscio, ricco d'idrogeno. La stella nella sua composizione chimica diviene fortemente disomogenea. Le reazioni nucleari nel nucleo centrale cessano, ma continuano con intensità nel suo guscio. In tal modo, lo sviluppo d'energia fondamentale si sposta della parte centrale al guscio, il quale a causa del riscaldamento si gonfia fortemente. La stella abbandona la sequenza principale e si trasforma in gigante rossa o supergigante, poichè le sue dimensioni aumentano fortemente (cfr. § 101, n. 3). Tuttavia le masse delle giganti rosse possono anche superare di poco la massa del Sole. Grazie alla grande superficie la luminosità di una gigante rossa è molto grande malgrado la sua temperatura superficiale sia diminuita.

Quando per combustione l'idrogeno del guscio esterno si consuma, la massa del nucleo d'elio centrale aumenta e viene assoggettata ad una nuova compressione gravitazionale. Ciò conduce all'aumento della densità e della temperatura del nucleo d'elio. Quando queste grandezze raggiungono valori all'incirca di 10^6 g/cm^3 e 10^8 K, rispettivamente, comincia a svolgersi con intensità la reazione di «combustione» dell'elio. Per un breve istante (circa 10^{-16} s) si crea un nucleo atomico di berillio in-

stabile:

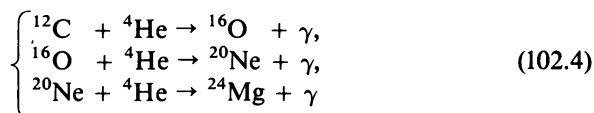
$$^4\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \rightleftarrows {}^8\mathrm{Be} - 95\ \mathrm{keV}. \tag{102.1}$$

Questo nucleo può scindersi immediatamente in due paticelle α, ma può anche catturare una particella α per cui si forma un nucleo di carbonio in uno stato eccitato:

$$^8\mathrm{Be} + {}^4\mathrm{He} + 363\ \mathrm{keV} \to {}^{12}\mathrm{C}^*. \tag{102.2}$$

L'eccitazione viene eliminata mediante radiazione γ:

$$^{12}\mathrm{C}^* \to {}^{12}\mathrm{C} + \gamma + 7{,}68\ \mathrm{MeV}. \tag{102.3}$$

In seguito alla sintesi di un nucleo ^{12}C da tre nuclei ^4He si libera un'energia di 7,22 MeV. La velocità di produzione di energia nella stella in questa reazione è proporzionale pressappoco a $(T/10^8)^{30}$. Ne segue che la reazione di «combustione» dell'elio è efficace solo a temperature superiori a 10^8 K.

Quando si sarà accumulata una quantità sufficiente di isotopo di carbonio ^{12}C l'elio comincia a bruciare anche nelle reazioni

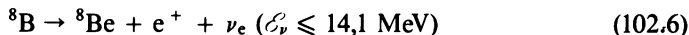
$$\begin{cases} {}^{12}\mathrm{C} + {}^4\mathrm{He} \to {}^{16}\mathrm{O} + \gamma, \\ {}^{16}\mathrm{O} + {}^4\mathrm{He} \to {}^{20}\mathrm{Ne} + \gamma, \\ {}^{20}\mathrm{Ne} + {}^4\mathrm{He} \to {}^{24}\mathrm{Mg} + \gamma \end{cases} \tag{102.4}$$

accompagnate dall'ulteriore e, infine, definitivo esaurimento d'elio. Queste reazioni richiedono temperatura sempre più alta, dell'ordine di 10^8-$1{,}5 \cdot 10^8$ K. In seguito a queste reazioni si ottiene un nucleo stellare composto di isotopi di carbonio ^{12}C, d'ossigeno ^{16}O, di neon ^{20}Ne e di magnesio ^{24}Mg.

5. Tutte le reazioni nucleari nelle viscere del Sole e delle stelle sono inaccessibili all'osservazione diretta. Esiste un unico metodo indiretto di osservazione delle reazioni che si verificano per mezzo dell'interazione debole. In queste reazioni uno dei prodotti è il neutrino, che praticamente non viene assorbito e attraversa tutto lo spessore della materia stellare. Come è stato detto nel § 74, per la registrazione dei neutrini solari B.M. Pontecorvo propose di ricorrere alla reazione

$$^{37}_{17}\mathrm{Cl} + \nu_e \to {}^{37}_{18}\mathrm{Ar} + e^-. \tag{102.5}$$

La soglia di questa reazione è di 0,81 MeV e, in linea di massima, essa può servire alla registrazione dei neutrini solari di quasi tutte le energie. Tuttavia il nucleo $^{37}_{18}Ar$ nella reazione (102.5) in pratica viene prodotto, con grande probabilità, nello stato eccitato, con un'energia di eccitazione di circa 5 MeV. Ciò aumenta la soglia efficace della reazione fino a 5,8 MeV. Perciò la reazione (102.5) praticamente può essere usata soltanto per la registrazione dei neutrini veloci. E quest'ultimi vengono prodotti

nel Sole nel corso di una sola delle reazioni terminali del ciclo d'idrogeno, e precisamente

$$^{8}B \rightarrow {}^{8}Be + e^{+} + \nu_e \; (\mathscr{E}_\nu \leqslant 14{,}1 \text{ MeV}) \qquad (102.6)$$

(cfr. § 101, n. 10). Come è stato indicato nel § 74, questi neutrini «borici» sono stati registrati nell'esperienza di Davis. Ma il loro numero è pressappoco di 3-4 volte più piccolo del limite teorico più basso trovato sulla base dei moderni modelli del Sole. La ragione di questa divergenza non è ancora chiara benché ipotesi di spiegazione siano state proposte.

6. Passiamo allo studio degli stadi finali dell'evoluzione delle stelle. Come è stato detto, nello stadio iniziale la compressione gravitazionale della stella cessa in seguito allo sprigionamento di energia nelle reazioni nucleari. Esistono forze capaci di arrestare la compressione gravitazionale quando le sorgenti di energia nucleare sono già esaurite? In questo caso le uniche forze che possono contrastare quelle gravitazionali sono le forze di pressione della materia stellare.

Per grandi densità della stella, la materia può esistere soltanto nella forma di nuclei atomici «nudi» e di elettroni. La pressione del gas viene prodotta dal moto elettronico e dei nuclei atomici. Ma non esiste solo il moto termico, che scompare alla temperatura dello zero assoluto. Ad esso si sovrappone il moto quantistico, che non cessa neanche allo zero assoluto. Assimiliamo il plasma stellare ad un gas perfetto composto di elettroni e di nuclei di carica positiva che compensano la carica elettronica (gas di soli elettroni sarebbe in generale instabile). Lasciando da parte i nuclei atomici concentriamo l'attenzione sui soli elettroni.

Indichiamo con n il numero di elettroni per unità di volume. Supponiamo che la temperatura del gas sia lo zero assoluto. Il moto degli elettroni è quantizzato. Il numero di stati quantistici possibili con impulso inferiore a p_{max} viene determinato dividendo il volume di un ottavo dello spazio degli impulsi $(1/8)(4\pi/3)p_{max}^3$ per il volume di una cella di fase quantistica h^3; risulta quindi che questo numero è proporzionale a p_{max}^3. All'impulso massimo corrisponde il livello di energia massimo che si chiama *livello di Fermi.* Secondo il principio di Pauli, ogni stato quantistico può contenere soltanto due elettroni purché con spin diretti in modo opposto. Alla temperatura dello zero assoluto gli elettroni riempiono tutti i livelli energetici sotto il livello di Fermi. I livelli che si trovano sopra il livello di Fermi risultano liberi. Quindi il numero di elettroni per unità di volume sarà proporzionale a $\overline{p_{max}^3 \text{ o } p^3}$. La pressione del gas elettronico $\mathscr{P}_{gas}$ è proporzionale a $\overline{nvp} \propto \overline{vp^4}$, dove v è la velocità dell'elettrone (cfr. vol. II, § 59). Se il gas è non relativistico, allora $v \propto p$ e, di conseguenza,

$$\mathscr{P}_{gas} \propto \overline{p^5} \propto \overline{n^{5/3}} \propto \varrho^{5/3} \quad \text{(caso non relativistico)} \qquad (102.7)$$

dove ϱ è la densità del gas elettronico.

Nel caso di un gas ultrarelativistico, si può porre che la velocità v sia costante ed uguale alla velocità c della luce. In questo caso $\mathscr{P}_{gas} \infty \varrho^{4/3}$, cioè

$$\mathscr{P}_{gas} \infty \overline{n^{4/3}} \infty \varrho^{4/3} \text{ (caso ultrarelativistico).} \qquad (102.8)$$

Alla temperatura dello zero assoluto, il gas di elettroni (così come di altre particelle di Fermi) viene detto *degenere*. Quanto più grande è n, tanto più i livelli energetici elevati saranno occupati da elettroni. Supponiamo ora che la temperatura T sia diversa dallo zero assoluto. Allora compare l'energia cinetica del moto termico degli elettroni. Se essa è piccola rispetto all'energia cinetica del moto quantistico, si può trascurare il moto termico e usare le formule per il gas degenere. Più grande è la densità del gas tanto più esso è vicino alla degenerazione. Così la densità del gas di elettroni liberi nei metalli è talmente alta che a temperatura ambiente e anche a quella dell'ordine di 10 000 K il gas può essere considerato come degenere.

7. Nasce però il dubbio che al gas degenere denso siano applicabili le formule del gas perfetto. Tuttavia il *gas elettronico degenere è tanto più vicino al gas perfetto quanto più grande è la sua densità*. È facile capire questa conclusione paradossale. Il gas perfetto è il gas nel quale l'energia cinetica delle particelle è così grande da poter trascurare le loro forze di interazione. Quantitativamente questa condizione significa che l'energia cinetica delle particelle del gas è molto grande rispetto all'energia potenziale delle loro mutue interazioni, e questo è quanto si verifica nel caso del gas elettronico di alta densità. Infatti la densità dell'energia cinetica delle particelle di un gas non relativistico è proporzionale a $n\overline{p^2} \infty \varrho^{5/2}$. La densità dell'energia potenziale della repulsione coulombiana fra gli elettroni è proporzionale a ne^2/r, dove r è la distanza media fra gli elettroni. In altre parole, l'energia potenziale è proporzionale a $\varrho^{4/2}$. Quindi, all'aumentare di ϱ l'energia cinetica cresce più rapidamente di quella potenziale. Può sembrare che ciò sia non corretto per il gas ultrarelativistico poiché la densità dell'energia cinetica in questo gas è proporzionale a $\varrho^{4/3}$, cioè varia con ϱ come la densità dell'energia potenziale della repulsione fra gli elettroni. Ma ciò non è vero poiché nella considerazione citata si è tenuto conto dell'interazione coulombiana fra i soli elettroni, ma sono stati trascurati i nuclei atomici, la cui esistenza è necessaria perché il plasma sia quasi-neutro. La repulsione fra gli elettroni è compensata in media dalla loro attrazione verso i nuclei atomici. Perciò con un buon grado di approssimazione il gas elettronico nel plasma stellare può essere assimilato ad un gas di particelle indipendenti.

Non è stato detto ancora niente della pressione del gas composto di nuclei atomici. Tuttavia, essendo grandi le masse, le velocità dei nuclei atomici e con esse la pressione esercitata dai nuclei sono piccole rispetto

alle stesse grandezze per gli elettroni. Nelle stelle della sequenza principale il gas di nuclei atomici è ancora non degenere. Soltanto nel caso di temperature e densità estremamente alte, quando i nuclei atomici sono relativistici, la loro pressione diviene comparabile con quella degli elettroni. E nel caso di nuclei ultrarelativistici la pressione in generale è indipendente dalla massa delle particelle, cioè diviene per i nuclei atomici la stessa che per gli elettroni.

Una analisi quantitativa del gas degenere di particelle di Fermi è fatta nell'Appendice al presente paragrafo.

8. Si può quindi concludere che, per alte densità si sviluppano forze enormi di pressione del gas elettronico degenere. È capace questa pressione di arrestare la compressione gravitazionale di una stella? La pressione gravitazionale al centro della stella è

$$\mathscr{P}_g \propto M^2/R^4 \propto M^{2/3}\varrho^{4/3} \tag{102.9}$$

(si veda il problema del § 101). La pressione del gas elettronico non relativistico degenere aumenta con la densità ϱ più rapidamente di $\mathscr{P}_g$, e precisamente secondo la formula (102.7). Se il gas elettronico restasse non relativistico, con un appropriato aggiustamento della densità ϱ, sarebbe sempre possibile ottenere che la pressione del gas $\mathscr{P}_{gas}$ superi la pressione gravitazionale $\mathscr{P}_g$. Di conseguenza, nel caso non relativistico, la pressione del gas elettronico sarebbe sempre in grado di stabilizzare una stella di massa qualsiasi.

Ma per densità molto alte ($\varrho \gg 2 \cdot 10^6$ g/cm^3) il gas elettronico diviene ultrarelativistico e, in questo caso, come risulta dalla formula (102.8), la pressione del gas varia con la densità come la pressione gravitazionale. Quest'ultima, però, è proporzionale anche a $M^{2/3}$, perciò la stabilizzazione della stella è determinata dalla grandezza della sua massa. Quando la massa è inferiore a un valore critico M_{cr}, la pressione del gas supera la pressione gravitazionale. In questo caso la stella può essere stabilizzata dalla pressione del gas elettronico degenere.

Se invece $M > M_{cr}$ la pressione gravitazionale supera sempre la pressione del gas elettronico e quest'ultima non è più in grado di arrestare la compressione gravitazionale della stella.

Il valore critico della massa M_{cr} si chiama *limite di Chandrasekhar* (n. 1910) dal nome del ricercatore che ha stabilito questo limite. Esso è determinato dalla condizione che la pressione del gas elettronico degenere al centro della stella sia uguale alla pressione gravitazionale. Dai calcoli numerici risulta che

$$M_{cr} \approx \frac{5,75}{\mu^2} M_\odot, \tag{102.10}$$

dove μ è il numero di nucleoni nel nucleo corrispondente ad un elettrone atomico. Se la materia è formata da nuclei relativamente leggeri (il

nucleo d'elio della stella è composto di nuclei dell'isotopo ^4He), per i quali $N = Z$, allora $\mu = 2$ e la formula precedente diviene

$$M_{cr} \approx 1{,}44\, M_{\odot}\,. \qquad (102.11)$$

Tenuto conto della rotazione (che agisce contro la gravità) la quale può essere molto veloce per le nane bianche, la massa critica aumenta fino a $2\, M_{\odot}$.

In tal modo, per $M < M_{cr}$ la stella può essere stabilizzata dalla pressione del gas elettronico degenere indipendentemente dal fatto che questo gas sia relativistico oppure no. Stelle di questo tipo si formano da giganti rosse cui nuclei densi, in seguito alle reazioni termonucleari (101.6) si liberano dei loro gusci e cominciano ad esistere in modo autonomo. Queste sono le nane bianche. Esse sono caratterizzate da piccole dimensioni, da densità molto grandi (dell'ordine di 10^6-10^7 g/cm^3) e da alte temperature. La massa delle nane bianche è dell'ordine della massa solare ma le loro dimensioni geometriche sono dell'ordine di quelle della Terra. Poiché il combustibile nucleare nelle viscere delle nane bianche è già consumato, la loro radiazione ne provoca il raffreddamento. Siccome la superficie delle nane bianche è relativamente piccola, la loro luminosità è anch'essa piccola, ossia centinaia e migliaia di volte inferiore a quella solare. Perciò il raffreddamento delle nane bianche procede molto lentamente e dura qualche miliardo d'anni.

La materia nelle viscere delle nane bianche è contraddistinta da alta trasparenza ed elevata conduzione termica. L'alta trasparenza è dovuta al fatto che, in virtù del principio di Pauli, tutti gli stati quantistici degli elettroni nelle viscere di una nana bianca sono occupati. L'assorbimento di luce è legato alla transizione di elettroni da uno stato quantistico ad un altro, ma, dato che tutti gli stati quantistici sono occupati, queste transizioni sono impossibili. È impossibile anche l'assorbimento di quanti di luce. Fanno eccezione i soli stati quantistici in prossimità del livello di Fermi, i quali sono occupati solo parzialmente. Perciò solo elettroni veloci in prossimità del livello di Fermi, possono assorbire i quanti di radiazione. A causa della degenerazione del gas elettronico, è grande anche la conducibilità termica della materia delle nane bianche analogamente a quello che si verifica nei metalli a temperatura ordinaria. In virtù dell'alta trasparenza e della conducibilità termica elevata, nelle viscere delle nane bianche non possono essere grandi differenze di temperatura. La caduta di temperatura si verifica in un sottile strato superficiale dove il gas elettronico non è degenere. Lo spessore di questo strato vale circa l'1% del raggio della nana. La temperatura passa da qualche migliaio di K sulla superficie esterna della stella a decine di milioni di K dopo aver attraversato lo strato e poi, fino al centro della stella, quasi non cambia.

9. Per densità sufficientemente alte l'equilibrio della stella comincia ad essere violato a causa della *crescita del numero di neutroni* nella materia stellare. Come è noto, per decadimento β^- del nucleo, una parte di energia è portata via dall'elettrone e la parte restante dal neutrino. Ciascuna di queste due parti è soggetta a variazioni casuali, ma la loro somma resta costante. Questa grandezza costante si chiama *frontiera superiore del decadimento* β^-. Quindi, se l'energia di Fermi supera la frontiera superiore del decadimento β^-, allora diviene sempre più probabile la *cattura elettronica*, un processo inverso del decadimento β^-: il nucleo assorbe un elettrone e il suo numero di carica Z diminuisce di uno (cfr. § 74). Il nucleo appena formato può anch'esso catturare un elettrone, ecc. In seguito a questi processi la concentrazione di elettroni nella stella diminuisce, così come diminuisce anche la pressione del gas elettronico degenere che garantisce l'equilibrio della stella. Ciò conduce ad una ulteriore compressione gravitazionale della stella e, quindi, all'ulteriore aumento dell'energia media e massima dell'elettrone del gas degenere, ossia la probabilità di cattura di elettroni da nuclei aumenta. Questi processi possono portare alla formazione di nuclei con eccesso di neutroni. In fin dei conti verranno accumulati tanti neutroni che la stella sarà composta prevalentemente di neutroni. Queste stelle si chiamano stelle *neutroniche*. È ovvio che la stella neutronica non può essere composta di soli neutroni poiché è necessaria la pressione del gas elettronico per prevenire la trasformazione dei neutroni in protoni. Nella stella neutronica esiste una piccola quantità (circa 1-2%) di elettroni e di protoni. Siccome i neutroni non sono soggetti alla repulsione coulombiana, la densità media della materia all'interno della stella neutronica è molto alta, pressappoco la stessa che nei nuclei atomici. Con tale densità il raggio della stella neutronica di massa dell'ordine di $M_\odot$ è pressappoco di 10^5 volte inferiore a quello solare, cioè non più di 10 km. Una stella neutronica è fortemente disomogenea e possiede una struttura interna molto complicata. Ma senza soffermarci su questa questione ci limitiamo all'osservazione che l'elasticità del gas neutronico degenere è sufficiente per contrastare la pressione idrostatica a condizione che la massa della stella non superi una determinata grandezza. La questione del limite superiore della massa non è del tutto chiara. I calcoli teorici su modelli mostrano che il limite superiore della massa di una stella neutronica è determinato dalla formula approssimativa seguente:

$$M_{\text{lim}} \approx (2\text{-}3)M_\odot. \tag{102.12}$$

Quando la massa $M \geqslant 1{,}2\, M_\odot$ le stelle neutroniche si formano in seguito ad un *collasso gravitazionale* (compressione rapida) della stella. La temperatura iniziale al centro della stella neutronica appena formata è molto alta (dell'ordine di 10^{11} K). Ma già dopo un lasso di tempo

dell'ordine di 10-100 s la temperatura al centro cala fino a 10^9 K mediante l'emissione di neutrini.

10. L'esistenza delle stelle neutroniche è stata predetta teoricamente già nel 1938 da R. Oppenheimer (1904-1967) e da G. Volkov. Tuttavia, a causa della loro luminosità apparente trascurabilmente piccola, rivelarle supera le possibilità limite dei telescopi ottici, anche dei più potenti (la magnitudine stellare visibile prevista per una stella neutronica, anche distante di circa 10 anni-luce (distanza minima) è soltanto 27^m). La situazione cambiò dopo l'ultima guerra mondiale quando, per esplorare il cielo, si cominciarono ad usare radiotelescopi. A partire dal 1964, in un laboratorio dell'Università di Cambridge, diretto da Hewish, si cominciano a studiare le variazioni della radiazione elettromagnetica nella regione radio dello spettro, proveniente da sorgenti cosmiche diverse. Nell'estate del 1967, una collaboratrice di Hewish, J. Bell, preparando la tesi di dottorato, rivolse l'attenzione su una sorgente che emetteva, come fu stabilito in seguito, impulsi radioelettrici ad intervalli periodici regolari. Sempre nello stesso laboratorio, e più tardi in altri laboratori, sono state scoperte e studiate altre radiosorgenti analoghe, che hanno avuto il nome di *pulsar* (dall'inglese — pulsating radio source). Il periodo delle pulsazioni regolari di queste sorgenti è compreso tra circa 0,00154 e 3,75 s. Prima del 1982 la più veloce pulsar, con periodo di 0,033 s, era considerata quella della nebulosa del Granchio (cfr. n. 12). Nel 1982 è stata scoperta una pulsar con periodo di 0,00154 s. Insomma sino alla fine del 1987 sono state scoperte 4 pulsar con periodi di 0,00154; 0,003054; 0,0054; 0,006 s.

Nel caso di pulsar che si trovano a distanza nota, si può calcolare l'intensità della radiazione. Per la pulsar della nebulosa del Granchio il calcolo della potenza emessa ha fornito il valore 10^{35} erg/s, superiore di 25 volte all'intensità della radiazione del Sole ($3{,}83 \cdot 10^{33}$ erg/s). Tuttavia si conoscono pulsar con intensità della radiazione fino a 10^{38} erg/s.

In seguito le pulsar sono state identificate con *stelle neutroniche* rotanti rapidamente, la cui esistenza è stata prevista teoricamente. La rotazione rapida della stella neutronica è dovuta al fatto che in virtù della legge di conservazione del momento di quantità di moto la grandezza R^2/T deve essere conservata nel tempo. D'altra parte, a causa dell'alta conducibilità del plasma si deve conservare il flusso magnetico (cfr. vol. III, § 71) e quindi non deve variare con il tempo neppure la grandezza HR^2. Perciò la stella neutronica deve essere fortemente magnetizzata. Ad esempio, nella formazione di una stella neutronica di raggio $R = 10$ km a partire da una stella ordinaria ($R \approx 10^6$ km), la velocità di rotazione della stella e il suo campo magnetico devono aumentare di 10^{10} volte. L'intensità del campo magnetico in alcune pulsar può raggiungere anche 10^{12} Gs. È importante notare che la direzione del campo magnetico e dell'asse di rotazione, in generale, non coincidono. Sono questi

tratti a caratterizzare la radiazione elettromagnetica di una stella neutronica. Infatti, quando non coincidono le direzioni dell'asse di rotazione della stella e del suo momento magnetico, quest'ultimo deve ruotare, variando cioè con il tempo. Ma un dipolo magnetico che varia emette onde elettromagnetiche (cfr. vol. III, § 141, problema 1). In questo caso la radiazione avviene prevalentemente nella direzione perpendicolare al momento magnetico ed è concentrata entro un cono con un'apertura dell'ordine di 10°. Quando la Terra entra in questo cono rotante si registra il massimo della radiazione. A ciò è dovuto il carattere periodico degli impulsi della radiazione.

A causa della perdita di energia per radiazione, la rotazione della stella neutronica rallenta continuamente. Il periodo della pulsar della nebulosa del Granchio, ad esempio, aumenta regolarmente ogni 24 ore di $3{,}6 \cdot 10^{-8}$ s (di $4{,}2 \cdot 10^{-13}$ s al secondo). Nelle altre pulsar l'aumento regolare del periodo di rotazione è notevolmente minore. Ma anch'in esse la variazione relativa del periodo di rotazione è minore di 10^{-14}. Questa meravigliosa costanza di marcia è raggiunta soltanto nei migliori orologi a quarzo.

Una stella neutronica può anche essere sorgente di raggi X, quando essa si trova in vicinanza di un'altra stella e forma così un sistema binario. L'emissione continua di raggi X compare in seguito all'*accrezione*, cioè alla cattura di materia della stella compagna e della sua caduta sulla stella neutronica. Se la massa della stella neutronica è dell'ordine della massa solare, allora a questa caduta di materia corrisponde un'energia cinetica di circa 10^{20} erg per grammo di materia catturata o di 100 MeV per nucleone. Per trovare una spiegazione dell'intensità dell'emissione di raggi X osservata (che è dello stesso ordine dell'intensità delle onde radio) è necessario supporre che la massa di materia catturata dalla stella neutronica in un anno sia all'incirca di 10^{-9} masse solari. A partire da alcuni sistemi binari è stata stimata la massa delle stelle neutroniche ($M \approx 1{,}4\text{-}3\ M_{\odot}$).

La pulsar della nebulosa del Granchio è finora l'unica sorgente dalla quale si osservano impulsi di radiazione ottica con periodo di 0,033 s, cioè con lo stesso periodo degli impulsi dei raggi X. L'alta intensità della parte ultravioletta della radiazione testimonia che la superficie di questa stella neutronica è molto calda. Nello spettro di questa stella non esistono righe spettrali di emissione o di assorbimento.

11. Se nello stadio finale dell'evoluzione della stella, la sua massa sarà superiore al valore limite (102.12), le formule non relativistiche sono inapplicabili. In particolare, non si può ricorrere alla formula (102.9) dedotta sulla base della teoria newtoniana della gravità. In questo caso la considerazione di tutte le questioni è possibile esclusivamente nel quadro della *teoria della relatività generale*. Perciò dobbiamo accontentarci con esposizione di alcuni risultati.

La relatività generale permette di concludere che, nel caso considerato, la pressione quantomeccanica interna della materia non è più in grado di contrastare la pressione gravitazionale. Si verificherà una compressione catastrofica illimitata della stella (*collasso gravitazionale*). Questa conclusione è indipendente da ogni ipotesi inerente le proprietà concrete della materia stellare (ipotesi, ad esempio, che essa si comporti come un gas perfetto).

Per un osservatore lontano (cioè che si trova fuori del campo gravitazionale della stella) il raggio della stella tende asintoticamente al cosiddetto *raggio gravitazionale*

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}. \tag{102.13}$$

Il raggio gravitazionale del Sole vale 2,95 km, della Terra 0,886 cm. La sfera di raggio r_g si chiama *sfera di Schwarzschild* (1873-1916), un astronomo che fu il primo ad ottenere la soluzione esatta delle equazioni gravitazionali della relatività generale per un campo gravitazionale a simmetria sferica. Quando il raggio della stella si avvicina al raggio gravitazionale, la velocità di compressione rallenta indefinitamente per l'osservatore lontano, come se la stella «si congelasse» nella sua evoluzione. La radiazione della stella, mentre il suo raggio tende a quello gravitazionale, diviene sempre più debole. Al limite la stella si occulta all'osservatore esterno («si rinchiude nel proprio guscio») e, in questo caso, si chiama *buco nero.*

Nessun segnale (luce, neutrino, o qualsiasi altra particella) emesso entro i limiti della sfera di Schwarzschild può uscire fuori e raggiungere l'osservatore esterno. Questa è la ragione per cui la sfera di Schwarzschild si chiama *orizzonte degli eventi del buco nero.* D'altra parte un osservatore lontano non potrà mai osservare un corpo che cade sul buco nero attraversare l'orizzonte degli eventi poiché secondo il suo orologio ciò richiederebbe un tempo infinitamente lungo. Secondo l'orologio di un osservatore in caduta libera questo tempo, ovviamente, in virtù del rallentamento dell'orologio nel campo gravitazionale (cfr. vol. IV, § 109), è determinato dal tempo di caduta libera. Infatti, avvicinandosi alla sfera di Schwarzschild il campo gravitazionale tende all'infinito, come risulta dalla relatività generale.

Nello spazio esterno l'esistenza del buco nero si manifesta attraverso il suo campo gravitazionale, il suo momento di rotazione e nella carica elettrica se la stella soggetta al collasso era carica. A distanze molto grandi rispetto al raggio della sfera di Schwarzschild il campo gravitazionale è determinato dalla legge della gravità universale di Newton, ed il moto degli altri corpi interagenti con il buco nero è conforme alle leggi della meccanica newtoniana.

Notiamo un altro tratto singolare dei *buchi neri rotanti* che può essere interpretato anch'esso solo sulla base della relatività generale. Al difuori dell'orizzonte di un buco nero rotante esiste una zona, detta *esosfera*, nella quale la materia che vi entra viene trascinata nella rotazione attorno al buco nero, il che rallenta la rotazione e implica perdita di energia rotazionale del buco nero. Ciò può avvenire, ad esempio, quando un corpo penetrando nell'esosfera si disintegra in due parti una delle quale continua a cadere verso il buco nero e l'altra esce dall'esosfera nella direzione della rotazione. In questo caso, ovviamente, si conserva il momento rotazionale totale del sistema composto del buco nero e del frammento eiettato, ma può avvenire una ridistribuzione dell'energia fra le due componenti. Come risultato parte dell'energia di rotazione del buco nero può essere portata via dalla parte eiettata del corpo disintegrato.

Per *effetti quantistici* anche i buchi neri non rotanti possono avere perdite di energia, un fatto notato da Hawking nel 1974. Non potendo soffermarci su questa questione osserviamo quanto segue: Hawking mostrò che un buco nero non rotante di massa M emette particelle (fotoni, neutrini, gravitoni) con la stessa intensità di emissione di un corpo nero riscaldato fino alla temperatura di

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM} = \frac{6{,}2}{M/M_\odot} 10^{-8}\ \mathrm{K}. \qquad (102.14)$$

Per $M = 3\ M_\odot$, ad esempio, questa formula dà $T \approx 2 \cdot 10^{-8}$ K. In tal modo, esiste la possibilità che la massa del buco nero diminuisca per «evaporazione quantistica». Tuttavia, le temperature (102.14), per i buchi neri formatisi a seguito di collassi stellari, sono troppo basse e l'«evaporazione quantistica» resta senza effetto. La durata di vita di questi buchi neri supera di più di 50 ordini di grandezza l'età dell'Universo. Per i buchi neri con massa di 10^{15} g, la durata di vita è pressappoco di 10^{10} anni. Ma i buchi neri di massa così piccola non si formano per collasso delle stelle. È possibile che buchi neri piccoli compaiano, nello *stadio iniziale* dell'evoluzione dell'Universo, dalle disomogeneità iniziali di una materia estremamente densa in dilatazione. La massa di questi buhi neri, secondo le stime teoriche, $M \approx c^3/\sqrt{\varrho G^3}$, dove ϱ è la densità della materia. L'evaporazione quantistica ha importanza per i soli buchi neri la cui massa è dell'ordine di 10^{15} g o meno. Lo stadio finale dell'evoluzione di un buco nero di questo tipo termina con una esplosione, per cui un buco nero con una massa m dell'ordine di $3 \cdot 10^9$ g nell'ultimo 0,1 s sprigiona un'energia colossale $mc^2 \approx 10^{30}$ erg!

12. I buchi neri non sono stati rivelati ancora con sicurezza. La loro osservazione è ostacolata dalla circostanza che essi possono essere rivelati *solo attraverso il loro campo gravitazionale.* Esponiamo ora un'idea proposta allo scopo di rivelare i buchi neri. Se il buco nero forma un siste-

ma binario con una stella ordinaria (visibile), esso è anche una sorgente di raggi X emessi per accrezione della materia stellare ordinaria sul buco nero. Ma sorgenti di raggi X sono anche le nane bianche e le stelle neutroniche che formano sistemi doppi con stelle ordinarie. È impossibile la ricerca delle sorgenti di raggi X con apparecchi terrestri in quanto l'atmosfera terrestre assorbe tali raggi. A tale scopo si devono usare telescopi a raggi X installati a bordo di satelliti artificiali della Terra. La massa della stella ordinaria (visibile) può essere stimata in base al suo spettro, mentre lo spostamento Doppler delle righe spettrali, per rotazione attorno al baricentro del sistema formato dalla stessa stella visibile e dalla sua componente invisibile, consente di determinare il periodo di rotazione. Sulla base di questi dati, si può stimare anche la massa della componente invisibile della stella doppia. Se questa massa risulta inferiore a 1,44 $M_{\odot}$, la componente invisibile sarà una nana bianca; se essa è superiore a questo valore ma più piccola di 3 $M_{\odot}$ sarà una stella neutronica, e se essa è superiore a 3 $M_{\odot}$ può trattarsi solo di un buco nero.

Un telescopio a raggi X è stato installato per la prima volta a bordo del satellite italo-americano «Uhuru» lanciato il 12 dicembre 1970. Verso la primavera del 1972 il satellite aveva raccolto informazioni sufficienti per comporre un catalogo dettagliato di 125 sorgenti di raggi X. Ad attirare l'attenzione degli astronomi è stata una sorgente di raggi X nella costellazione del Cigno che ha avuto il nome di Cigno X-1. I dati ottenuti con il satellite «Uhuru» e con telescopi a raggi X posti su palloni ad alta quota, hanno consentito di determinare con molta precisione la posizione della sorgente Cigno X-1 nel 1971. Sempre nello stesso anno sono state registrate le variazioni della luminosità elettromagnetica della sorgente ed è stato osservato un brusco aumento della emissione radio di un'altra sorgente sita nella stessa zona del cielo. Ovviamente, la sorgente di raggi X è stata identificata con la sorgente radio. Con ciò la posizione di Cigno X-1 è stata determinata a meno di un secondo angolare. Nella stessa zona è stata scoperta una stella doppia calda blu con periodo di 5,6 giorni, sita a una distanza di 2000 parsec dal Sole. Ci si accorse che anche l'emissione di raggi X di Cigno X-1 contiene una componente con lo stesso periodo. Ciò ha permesso di concludere che questa stella e la sorgente di raggi X compongono un sistema doppio. La massa della stella è superiore a 20 $M_{\odot}$ e quella della componente invisibile è maggiore di 8 $M_{\odot}$. Perciò è naturale supporre che la sorgente di raggi X sia un buco nero anche se questa ipotesi deve essere trattata con prudenza.

13. Dall'osservazione risulta che le stelle neutroniche (pulsar) sono, probabilmente, il risultato dell'esplosione di *supernove*. L'esplosione di una *supernova* è un'esplosione su scala colossale di una stella, a causa della quale avviene una espulsione di materia la cui massa è dell'ordine

della massa solare o anche maggiore. La velocità media della materia eiettata è dell'ordine di 10^9 cm/s. Al momento dell'esplosione la luminosità della stella aumenta di miliardi di volte, in modo che per un breve periodo (dell'ordine di un mese) la stella raggiunge una brillanza paragonabile a quella di un'intera galassia composta di miliardi di stelle.

Nel corso di qualche mese la stella esplosa emette tanta luce quanto ne emetterebbe il Sole in un miliardo d'anni (circa 10^{50} erg). La radiazione elettromagnetica dissipa soltanto una piccola parte dell'energia totale sprigionata dalla supernova. L'energia cinetica della materia espulsa è pressappoco 10 volte più grande. Un'energia ancora più grande (circa 100 volte rispetto a quella della radiazione elettromagnetica) viene asportata dai neutrini, emessi soprattutto durante l'esplosione, che dura circa un secondo. Dopo l'esplosione, la maggior parte della massa stellare risulta diffusa nello spazio sotto forma di nebulosa. Al centro della stella resta una debole pulsar che in alcuni casi può trasformarsi in buco nero.

Le supernove esplodono raramente. Negli ultimi mille anni nella nostra Galassia sono state osservate almeno sei supernove: nel 1006, 1054, 1181, 1572, 1604 e 1667. In astronomia un ruolo particolare giocò la supernova del 1054 la cui apparizione fu registrata negli annali cinesi. Al posto della stella esplosa si osserva attualmente la nebulosa del Granchio che ha la forma di un'ellisse sufficientemente regolare, avente dimensioni angolari di circa $4'' \times 6''$. Al centro della nebulosa si osserva una piccola stella della 16-esima magnitudine stellare apparente, ossia la pulsar della quale abbiamo parlato nel n. 8. La magnitudine stellare apparente della nebulosa è $8^m,5$, cioè essa è circa 1000 volte più brillante della piccola stella centrale. Nella galassia a noi più vicina detta la Grande Nube di Magellano l'ultima supernova esplose nel febbraio del 1987.

Se le esplosioni delle supernove fossero osservabili soltanto «da vicino», cioè nei limiti della nostra Galassia, sapremmo molto poco delle supernove. Tuttavia la luminosità delle supernove è così grande da renderle visibili anche in galassie molto lontane. Nel 1885 l'astronomo Gartvig dell'osservatorio di Tartu (Estonia) osservò l'esplosione di una supernova nella più grande delle galassie, ossia nella nebulosa d'Andromeda. La stella aveva una luminosità apparente di $6^m,5$, vale a dire che un uomo con una buona vista poteva osservarla ad occhio nudo (e la nebulosa d'Andromeda è separata dalla Terra dalla distanza di 670 mila parsec, cioè oltre 2 milioni d'anni-luce!). Il bagliore visibile della nebulosa d'Andromeda vale $4^m,5$, vale a dire che la brillanza della supernova era di sole 6,25 volte inferiore a quella di tutta la nebulosa d'Andromeda. Attualmente gli astronomi scoprono più di 10 supernove all'anno.

Quale è l'origine dell'energia necessaria per far esplodere una stella in supernova? Una delle sorgenti di questa energia è, come si crede, la combustione del carbonio nella prima reazione (102.4). Nel corso di questa reazione si libera un'energia di circa 1 MeV $= 1,6 \cdot 10^{-6}$ erg per

nucleone, cioè 10^{18} erg per grammo. Per sviluppare mediante questa reazione un'energia di 10^{50} erg è necessario «bruciare» in regime esplosivo una massa di carbonio $^{12}_{6}C$ pari a $10^{50}/10^{18} = 10^{32}$ g. Se si tiene anche conto dell'energia cinetica della materia eiettata e dell'energia portata via dai neutrini, occorrerà una massa di carbonio circa 100 volte più grande: questa massa supera notevolmente la massa del Sole.

Un'altra sorgente di energia, ancora più potente, è la compressione gravitazionale della stella. L'energia gravitazionale che si sprigiona per compressione gravitazionale di una stella fino alle dimensioni della sfera di Schwarzschild vale mc^2, cioè 938 MeV per nucleone. Se la contrazione si arresta alle dimensioni di una stella neutronica, questa energia è di 100 MeV per nucleone. (Ricordiamo che l'energia di legame del nucleone nel nucleo vale 8 MeV.) Quindi, per contrazione gravitazionale di una stella neutronica fino alle dimensioni della sfera di Schwarzschild, si sprigiona un'energia gravitazionale di 800 MeV per nucleone. È chiaro che questa energia è insufficiente per respingere tutta la materia che cade nella sfera di Schwarzschild, e quindi viene respinta solo una parte di questa materia.

Il meccanismo della brutale liberazione dell'energia nucleare e gravitazionale e il meccanismo dell'esplosione stessa sono ancora poco chiari. Queste questioni vengono studiate tenacemente su vari modelli stellari mediante sofisticati metodi numerici su potenti elaboratori. Segnaliamo al lettore interessato l'articolo di Bethe e Brown, *Scientific American*, vol. 252, n. 5, maggio 1985.

14. Per concludere non possiamo non cedere alla tentazione di fare la seguente osservazione. Già Laplace (1749-1827) nel 1795 postulò l'esistenza di stelle invisibili che emettono radiazione. Egli partì dall'ipotesi newtoniana della natura corpuscolare della luce. Il corpuscolo di luce di Newton obbedisce alle leggi della meccanica newtoniana ed è soggetto all'azione delle forze gravitazionali. Indichiamo con v la velocità variabile del corpuscolo durante il suo moto. Nel campo gravitazionale della stella il moto del corpuscolo sarà finito se la sua energia totale è negativa

$$mv^2/2 - GMm/r < 0.$$

Questo corpuscolo non arriverà ad un osservatore infinitamente lontano e la stella sarà invisibile. Supponiamo inoltre che all'istante della sua emissione la velocità del corpuscolo sia sempre uguale alla medesima grandezza c. L'emissione di luce si verifica alla superficie della stella. Indichiamo con r_0 il suo raggio. Sostituendo nella disuguaglianza precedente r con r_0 e v con c otteniamo

$$r_0 < 2GM/c^2.$$

Nel caso limite della ugualianza, questa formula coincide con la (102.13). Quindi, se il raggio della stella è minore di quello gravitazionale la stella, secondo Laplace, sarà invisibile per l'osservatore lontano.

Questa conclusione, ovviamente, non deve essere presa sul serio in quanto le sue idee di partenza sono scorrette. La sfera di raggio r_0, per le sue proprietà newtoniane non ha niente in comune con la sfera dello stesso raggio (sfera di Schwarzschild) della relatività generale. In quest'ultima teoria la sfera di Schwarzschild rappresenta l'*orizzonte degli eventi* e nessun raggio di luce può uscirne fuori. Nella meccanica newtoniana la sfera di raggio r_0 non gode di questa proprietà: il raggio di luce può uscire da questa sfera ed arrivare ad un osservatore posto ad una distanza finita; esso non può arrivare all'infinito. Inoltre, se dall'infinito arriva sulla sfera di Schwarzschild una particella di massa m, secondo la relatività generale le forze gravitazionali compiono il lavoro mc^2. Nella meccanica di Newton, come è facile calcolare, questo lavoro è uguale a $\frac{1}{2} \cdot mc^2$, cioè è due volte più piccolo. Ciononostante, oltre all'interesse storico, l'osservazione suindicata merita attenzione anche perché fornisce un metodo visivo per ricordare il valore del raggio gravitazionale.

Appendice

Gas perfetto di Fermi alla temperatura dello zero assoluto

Secondo le concezioni classiche, alla temperatura dello zero assoluto, ogni movimento delle particelle di un corpo deve cessare. Tuttavia, in prossimità dello zero assoluto, la fisica classica non è più valida e diventa inapplicabile. In questo caso si manifestano le *proprietà quantistiche della materia.* Il comportamento di un gas elettronico e di ogni gas di fermioni è regolato dalla statistica quantistica di Fermi-Dirac. Consideriamo l'andamento del gas perfetto di Fermi, e più particolarmente il gas di elettroni, nel caso più semplice quando la temperatura è uguale allo zero assoluto.

Sia n il numero totale di particelle per unità di volume del gas. Troviamo il numero di particelle dn per unità di volume con impulso compreso fra p e $p + dp$. Il numero di stati quantistici nell'intervallo indicato è uguale al volume $4\pi p^2 dp$ riferito a questo intervallo dello spazio degli impulsi diviso per il volume di una cella quantistica h^3. Allo zero assoluto tutti gli stati quantistici inferiori sono occupati mentre tutti quelli superiori restano liberi. In questo caso, secondo il principio di Pauli, ogni stato occupato può contenere due fermioni di spin opposti. Quindi, la distribuzione del numero di particelle nello spazio degli impulsi occupato è data dalla formula

$$dn = 2\cdot(4\pi p^2 dp/h^3). \qquad (102.15)$$

La condizione di normalizzazione implica che

$$\int dn = 8\pi p_F^3/3h^3 = n, \qquad (102.16)$$

dove p_F è il valore massimo dell'impulso che può ricevere la particella per un dato n. Questo valore si chiama *frontiera di Fermi*. In tal modo,

$$p_F = \sqrt[3]{3/8\pi}hn^{1/3} = 3{,}28\cdot 10^{-27}n^{1/3}. \qquad (102.17)$$

L'equazione (102.15) dà la distribuzione dei fermioni nello spazio degli impulsi. In essa non figura la temperatura, il che è ovvio, poiché questa equazione descrive la distribuzione delle particelle nello spazio degli impulsi alla temperatura dello zero assoluto e della sua vicinanza. Lo stato corrispondente del gas di Fermi si dice *degenere*. In tal modo, nello stato degenere del gas di Fermi esiste un solo parametro macroscopico indipendente, ad esempio la densità, con la quale si determinano tutti gli altri parametri.

L'energia di frontiera $\mathscr{E}_F$, detta *livello di Fermi* cioè l'energia corrispondente all'impulso $p = p_F$, è legata alla concentrazione del gas mediante la relazione

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_F &= p_F^2/2m = (\sqrt[3]{3/8\pi})^2(h^2/2m)n^{2/3} \text{ per } \mathscr{E}_F \ll mc^2, \\ \mathscr{E}_F &= cp_F = \sqrt[3]{3/8\pi}\cdot hcn^{1/3} \text{ per } \mathscr{E}_F \gg mc^2. \end{aligned} \qquad (102.18)$$

Per il gas elettronico abbiamo

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_F &= 0{,}584\cdot 10^{-26}\, n^{2/3} \text{ erg} = 3{,}65\cdot 10^{-21}n^{2/3} \text{ MeV per } \mathscr{E}_F \ll mc^2, \\ \mathscr{E}_F &= 9{,}78\cdot 10^{-17}n^{1/3} \text{ erg} = 0{,}610\cdot 10^{-10}n^{1/3} \text{ MeV per } \mathscr{E}_F \gg mc^2. \end{aligned} \qquad (102.19)$$

Nel caso ultrarelativistico in cui $mc^2 \ll \mathscr{E}_F$ e perciò $\mathscr{E} = pc$, l'energia di Fermi $\mathscr{E}_F$ si esprime con le formule (102.18) e (102.19) ugualmente per tutte le particelle, indipendentemente dalle loro masse. Lo stesso si può dire di altre relazioni nel caso ultrarelativistico, mentre nell'approssimazione non relativistica le cose stanno altrimenti. In questo caso, ad esempio, $\mathscr{E}_F$ è inversamente proporzionale alla massa m della particella.

Un gas può essere considerato degenere quando la sua temperatura è più bassa della cosiddetta temperatura di degenerazione T_{deg}. Quest'ultima è data dalla relazione

$$kT_{\text{deg}} = \mathscr{E}_F. \qquad (102.20)$$

Nel caso non relativistico per gli elettroni ricaviamo dalla formula (102.19)

$$T_{\text{deg}} = 0{,}423n^{2/3}\cdot 10^{-10} \text{ K (elettroni, } \mathscr{E}_F \ll mc^2). \qquad (102.21)$$

Nel caso ultrarelativistico la formula (102.19) dà per tutte le particelle di Fermi

$$T_{\text{deg}} = 0{,}708n^{1/3}\text{K } (\mathscr{E}_F \gg mc^2). \qquad (102.22)$$

Per gli elettroni liberi nei metalli, per densità normali $n \sim 10^{22}$, la temperatura di degenerazione è $T_{\text{deg}} \approx 20\,000$ K. Per una densità $\varrho \sim 10^6$ g/cm^3, $T_{\text{deg}} \approx 2\cdot 10^8$ K. Nel caso di particelle ultrarelativistiche della stessa densità $T_{\text{deg}} \approx 10^9$ K. Dalle stime date risulta che alle temperature delle nane bianche il gas elettronico è effettivamente degenere.

Calcoliamo ora la pressione $\mathscr{P}_{\text{gas}}$ del gas di Fermi. Nel caso non relativistico

$$\mathscr{P}_{\text{gas}} = \frac{1}{3}\, n m\overline{v^2} = n\overline{p^2}/3m = (1/3m)\int_0^{p_F} p^2 dm = (h^2/15m)(3/8\pi)^{5/3}n^{5/3}, \; (\mathscr{E}_F \ll mc^2). \qquad (102.23)$$

Qui la pressione del gas, per una data concentrazione n di particelle, è inversamente proporzionale alla massa m della particella. Perciò si può trascurare la pressione del gas di nucleoni rispetto alla pressione del gas di elettroni. Nel caso relativistico il calcolo preciso della pressione del gas richiede che la funzione di distribuzione sia nota non soltanto per $p \ll p_F$ ma in tutto l'intervallo di variazione degli impulsi. Tale calcolo essendo molto sofisticato, non lo riportiamo qui. Ci limitiamo al caso ultrarelativistico nel quale le cose sono più semplici. Se l'energia di riposo può essere trascurata, il legame fra l'energia e l'impulso della particella

assume la forma $\mathscr{E} = pc$, cioè la stessa forma che per il fotone. Perciò si può utilizzare il risultato del calcolo della pressione per il gas di fotoni (cfr. vol. II, § 61). Quando $\mathscr{E} \gg mc^2$, si può supporre approssimativamente che tutte le particelle siano ultrarelativistiche. Allora

$$\mathscr{P}_{gas} \approx \frac{1}{3} n \mathscr{E}_F = \frac{1}{3} ncp_F = \sqrt[3]{1/72\pi} hcn^{4/3} \quad (\mathscr{E}_F \gg mc^2). \qquad (102.24)$$

Poiché si può trascurare la massa elettronica, la densità del gas è $\varrho = n_N m_N$, dove n_N e m_N sono la concentrazione e la massa dei nucleoni. Se μ è il numero di nucleoni per elettrone, allora $n_N = \mu n_e$, dove n_e è la concentrazione di elettroni. In tal modo,

$$n_e \approx \varrho/\mu m_N. \qquad (102.25)$$

Per il plasma d'idrogeno $\mu = 1$. Se la materia è composta di nuclei relativamente leggeri, allora $N = Z$ e, quindi, $\mu = 2$. Per il gas elettronico degenere, è facile ottenere che

$$\mathscr{P}_{gas} = 10^7 (\varrho/\mu)^{5/3} \text{ din/cm}^2 \quad (\mathscr{E}_F \ll mc^2),$$
$$\mathscr{P}_{gas} = 1{,}2 \cdot 10^9 (\varrho/\mu)^{4/3} \text{ din/cm}^2 \quad (\mathscr{E}_F \gg mc^2). \qquad (102.26)$$

Per $\mathscr{E}_F = mc^2$ la densità del gas elettronico degenere è $\varrho = 2 \cdot 10^6$ g/cm^3. A titolo d'informazione notiamo che per $\varrho \approx 10^7$ g/cm^3 la pressione del gas elettronico degenere vale $\mathscr{P}_{gas} \approx$ $\approx 10^{12}$ atm ($\mu \approx 2$).

§ 103. *Raggi cosmici*

1. L'inizio delle osservazioni dei raggi cosmici risala all'agosto del 1912 quando il fisico austriaco V.F. Hess (1883-1964) sali nell'atmosfera, a bordo di un pallone aerostatico, munito di elettroscopi per studiare la ionizzazione dell'aria. Egli valutava il grado di ionizzazione dalla velocità di scarica degli elettroscopi. Questi vennero posti in recipienti resi ermetici per evitare variazioni della loro sensibilità con l'altezza facendo in modo che la densità d'aria in essi contenuta restasse costante. Prima di Hess un'esperienza analoga fu eseguita da Ghockel, che saliva ad una altezza di 4000 m sul livello del mare. Ma i suoi risultati erano ritenuti dubbi e soggetti a critiche in quanto egli usava un apparecchio in cui la pressione dell'aria interna variava con la pressione esterna, senza che ne venisse tenuto conto. Per capire l'obiezione fatta, Hess portò con sè, oltre agli elettroscopi ermetizzati, anche quello ad aria libera.

Già nel 1902 fu stabilito che l'aria secca in un recipiente ermeticamente chiuso è sempre debolmente ionizzata, anche dopo la disintegrazione completa delle sostanze gassose radioattive, presenti in quantità trascurabili. Se il recipiente è circondato da uno strato di piombo dello spessore di circa 2-3 cm come protezione dalla radiazione ionizzante esterna, la ionizzazione diminuisce notevolmente ma non scompare del tutto. Ciò induce a supporre che le sorgenti di radiazione ionizzante si trovino fuori del recipiente contenente l'aria.

Accanto ad altre supposizioni, è stata avanzata l'ipotesi che la ionizzazione sia causata da radiazioni emesse da sostanze radioattive sempre conte-

nute in piccole quantità nel suolo, nella roccia, nell'acqua e via di seguito. Se così fosse la ionizzazione dell'aria dovrebbe diminuire con l'altezza.

Per provare questa conclusione Hess compì il suo volo con un pallone aerostatico. Egli scoprì che, salendo fino a 600 m sul livello del mare, la ionizzazione dell'aria decresce come previsto anche se più lentamente di quanto si aspettava. Ma a partire dall'altezza di 600 m essa comincia a crescere, dapprima lentamente e in seguito più rapidamente. All'altezza di 4800 m la ionizzazione diviene circa quattro volte più grande che a livello del mare. Hess concluse che i risultati delle sue osservazioni avrebbero trovato la spiegazione migliore introducendo l'ipotesi che sulla frontiera esterna dell'atmosfera terrestre incida una radiazione con potere di penetrazione molto grande, proveniente dallo spazio cosmico.

Kohlhörster (1887-1946), che salì più volte con palloni aerostatici, e altri scienziati nelle loro esperienze con elettroscopi e camere a ionizzazione, confermarono i risultati dell'osservazione di Hess e rivelarono che l'aumento della ionizzazione dell'aria con l'altezza continua. All'altezza di 8400 m la ionizzazione è circa 10 volte più grande che a livello del mare. Con ciò è stata confermata l'ipotesi di Hess sull'origine extraterrestre della radiazione ionizzante. Infine la correttezza di questa affermazione è stata dimostrata da Millikan (1868-1953) che nel 1923-1926 realizzò una serie di esperienze di assorbimento di questa radiazione ionizzante. La radiazione penetrante che incide sulla Terra proviene dallo spazio cosmico e prende il nome di *raggi cosmici*.

Ulteriori esperimenti con sonde aerostatiche hanno mostrato che l'intensità del flusso di raggi cosmici aumenta soltanto fino all'altezza di circa 20 km sul livello del mare. A questa altezza essa ha un massimo e per ulteriore salita diminuisce. Ciò è dovuto al fatto che la radiazione cosmica incidente sulla Terra interagisce con l'atmosfera formando un'infinità di particelle secondarie, di cui si parlerà più avanti.

Nel seguito, tranne qualche eccezione, ometteremo dettagli storici e sperimentali e ci limiteremo ad esporre i risultati più importanti del larghissimo settore della fisica dei raggi cosmici.

2. Nello studio sulla natura dei raggi cosmici un ruolo di grande importanza hanno avuto i metodi di registrazione di particelle cariche mediante la camera Wilson, i contatori Geiger-Müller e le emulsioni fotografiche di grande spessore. L'ultimo metodo elaborato a metà degli anni '40 è analogo alla camera Wilson. Le particelle cariche ionizzanti nell'attraversare lo strato di fotoemulsione si urtano contro granelli di bromuro d'argento e come risultato nell'emulsione compare «immagine nascosta». Dopo lo sviluppo nelle zone attraversate dalle particelle ionizzanti nei granelli si ristabilisce l'argento metallico. All'osservare con microscopio nel campo di vista si vedono le traiettorie di singole particelle tracciate da granelli scuri d'argento.

È da notare che a partire dal 1924 D.V. Skobeltsin (n. 1892) eseguì una serie di ricerche importanti con la camera Wilson collocata in un campo

magnetico forte H. La traiettoria della particella si incurva nel campo magnetico, ma se il campo è costante la sua energia cinetica e, quindi, la massa relativistica restano invariate. Se la particella si muove perpendicolarmente al campo magnetico, allora eguagliando la forza centrifuga pv/R alla forza di Lorentz $(Ze/c)vH$ otteniamo

$$cp = ZeHR, \qquad (103.1)$$

dove Ze è la carica della particella, p il suo impulso e R il raggio di curvatura della sua traiettoria. Il prodotto HR si chiama *rigidità magnetica* della particella. Per la particella ultrarelativistica l'energia cinetica vale $\mathcal{E} = pc$. Perciò la formula (103.1) permette di determinare l'energia e il segno della carica delle particelle ultrarelativistiche. Grazie a questo metodo Skobeltsin nel 1929 scoprì nei raggi cosmici particelle negative di energie notevolmente superiori alle energie delle particelle β ordinarie.

Notiamo anche l'idea di *circuito di coincidenze* su valvole elettroniche proposta da Rossi (n. 1905) e largamente usata da lui e da altri esploratori dei raggi cosmici. Questo circuito consente di determinare la direzione di moto di una particella ionizzante purchè carica. Il circuito di coincidenza consta di due o più contatori Geiger-Müller G_1, G_2, G_3, ... disposti lungo una retta e collegati con le valvole elettroniche L_1, L_2, L_3, ... (fig. 175). Finché nei contatori non si verificherà una scarica, la corrente passa dal polo positivo della batteria B, attraverso la resistenza R, le valvole elettroniche, e si scarica a terra. Se la resistenza R è molto grande, la caduta di tensione è così grande che il potenziale nel punto A sarà vicino a quello della terra. Quando in uno dei contatori arriva una particella ionizzante,

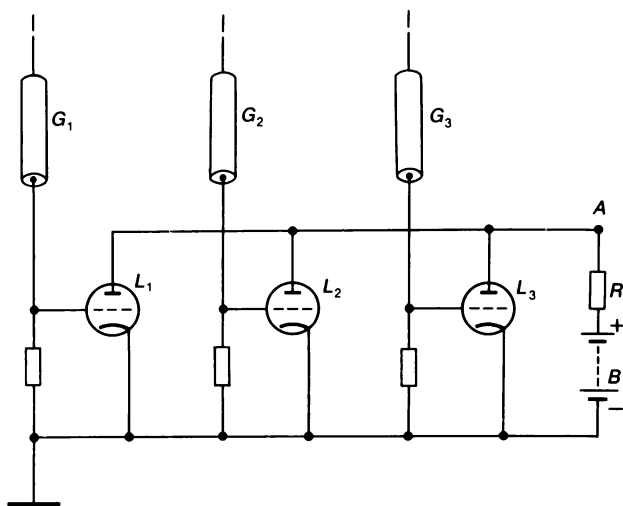



Fig. 175.

essa provoca una scarica elettrica ed il contatore applica alla griglia di una valvola un impulso negativo di tensione e questa valvola cessa di condurre la corrente. Tuttavia le valvole legate con gli altri contatori, nei quali non si è verificata la scarica, continuano a condurre la corrente. Per una resistenza R sufficientemente grande la corrente verso terra cambia pochissimo. Lo stesso si verificherà se la particella ionizzante passerà per alcuni ma non per tutti i contatori. Ma la situazione cambia se una particella passa per tutti i contatori. Allora tutte le valvole vengono chiuse e la corrente verso terra cessa. Come risultato il potenziale nel punto A aumenta bruscamente fino al potenziale del polo positivo della batteria. Questo brusco cambiamento del potenziale nel punto A può essere misurato con un voltmetro o registrato con qualche altro apparecchio. La deviazione dell'ago dello strumento testimonia che la particella ionizzante ha attraversato tutti i contatori del sistema. Dopo che il sistema è stato attivato, le scariche nei contatori Geiger-Müller si smorzano, le cariche positive dalle griglie delle valvole vanno a finire a terra e il circuito è di nuovo pronto alla registrazione di un altra particella. Le valvole nel circuito Rossi si possono sostituire con transistor.

Il circuito Rossi e circuiti analoghi possono registrare, ovviamente, non solo eventi causati da una particella passante attraverso tutti i contatori, ma anche quelli prodotti da particelle che si susseguono una dietro altra ad intervalli di tempo non troppo brevi. Affinché ciò avvenga, questi intervalli devono superare *il tempo risolutivo del circuito*, che è determinato soprattutto dal tempo di accensione della scarica nei contatori Geiger-Müller. Il tempo risolutivo del circuito Rossi è dell'ordine di un microsecondo. Oggigiorno sono disponibili circuiti di coincidenza, analoghi a quello Rossi caratterizzati da tempi risolutivi molto più brevi.

3. I raggi cosmici si distinguono in *primari* e *secondari.* I raggi cosmici primari arrivano sulla Terra dal cosmo. Attraversando il grande strato dell'atmosfera terrestre (circa 1000 g/cm^2) essi sono soggetti a tutta una serie di trasformazioni complicate per cui compare una nuova radiazione, detta radiazione cosmica secondaria. La sua composizione non ha niente a che vedere con i raggi primari.

Nello spazio circumterrestre la radiazione cosmica primaria consta di una *radiazione cosmica galattica* e di quella *solare.* La prima proviene da oggetti lontani ed anche sconosciuti del nostro sistema stellare —Galassia— e da altre galassie, la seconda dal Sole. Consideriamo dapprima la radiazione galattica primaria.

La natura della radiazione cosmica primaria per lungo tempo restò incognita. Soltanto a cominciare dagli anni '40 è stato stabilito che i raggi cosmici primari sono composti di nuclei degli stessi elementi chimici che si trovano sulla Terra, soprattutto di nuclei d'idrogeno. Le particelle dei raggi cosmici possiedono energie cinetiche enormi rispetto alle particelle della materia ordinaria, anche se riscaldata a miliardi di kelvin. Le energie

delle particelle cosmiche più veloci sono così grandi che non sono neppure paragonabili con le più veloci particelle uscenti dagli acceleratori moderni. La maggior parte dei raggi cosmici primari possiede energie di 10^9 eV (1 GeV) e più, il che supera di migliaia di volte l'energia termica delle particelle nelle più calde zone dell'Universo. Ne segue che l'energia delle particelle della radiazione cosmica ha un'origine non termica.

4. A confermare il fatto che la radiazione cosmica primaria, almeno in parte, è composta di particelle cariche sono i *fenomeni geomagnetici.* Tra quest'ultimi citiamo, prima di tutto, *l'effetto di latitudine*, ossia la dipendenza dell'intensità I dei raggi cosmici dalla latitudine geomagnetica del posto. Per semplicità, trascuriamo l'azione del campo magnetico solare (del quale si terrà conto nel n. 9) e consideriamo il solo campo magnetico H della Terra. La forza di Lorentz $\frac{e}{c}$ $[vH]$ è perpendicolare al campo magnetico e alla velocità della particella. Se la particella cosmica si avvicina al polo geomagnetico muovendosi lungo H, la forza di Lorentz è nulla. In questo caso particelle di qualsiasi energia possono raggiungere la Terra. Se la particella si avvicina alla Terra nel piano dell'equatore geomagnetico la forza di Lorentz è massima. Essa incurva la traiettoria della particella, e solo particelle di energia superiore ad un determinato valore possono raggiungere la Terra. Se la loro energia è più piccola di questo valore, le particelle non raggiungono la Terra ma verranno riflesse dal campo magnetico. Particelle sufficientemente lente vengono riflesse anche su altre latitudini geomagnetiche. Quantitativamente l'effetto latitudinale è caratterizzato dalla quantità $(I_{90°} - I_{0°})/I_{90°}$. Dalle misure risulta che questa quantità a livello del mare è circa del 10% e all'altezza di 10 km circa del 36%.

Un altro fenomeno geomagnetico è il cosiddetto *effetto di longitudine.* Così si chiama la variazione dell'intensità dei raggi cosmici quando ci si sposta lungo un medesimo parallelo. Il campo magnetico della Terra si può assimilare, in prima approssimazione, ad un dipolo magnetico con un momento magnetico di $8{,}1 \cdot 10^{25}$ Gs·cm^3, inclinato di un angolo di 11,5° rispetto all'asse terrestre. Tuttavia questo dipolo non deve essere collocato al centro della Terra ma spostato perpendicolarmente all'asse terrestre di circa 342 km. A causa di ciò e di una piccola differenza tra il campo di un dipolo ed il campo magnetico della Terra, quest'ultimo cambia un po' lungo un parallelo. A ciò è dovuto l'effetto di longitudine. Al livello del mare l'intensità dei raggi cosmici lungo un medesimo parallelo varia di qualche per cento dal suo valore medio.

Infine, si osserva *un'asimmetria nella direzione dei raggi cosmici* che arrivano sulla Terra (*effetto est-ovest*). Essa si manifesta in una dipendenza dell'intensità dei raggi cosmici dall'orientamento dell'apparecchio registratore rispetto ai punti cardinali. Dall'ovest arrivano più particelle cosmiche che dall'est. Quantitativamente l'asimmetria est-ovest è caratterizzata dalla quantità $2(I_o - I_e)/(I_o + I_e)$, cioè dal rapporto fra la differenza delle inten-

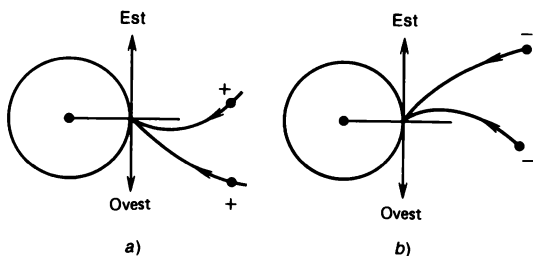



Fig. 176.

sità dei raggi cosmici provenienti dall'ovest e dall'est, rispettivamente, e la loro semisomma. A grandi altezze questa grandezza è di circa 0,5.

Eviteremo uno studio rigoroso e assai complicato della questione, ma per precisare l'origine dell'asimmetria est-ovest ci limitiamo al caso particolare in cui la particella cosmica carica si muove verso la Terra restando nel piano del suo equatore geomagnetico. In fig. 176,a e 176,b è rappresentato questo caso per particelle di carica sia positiva che negativa. Si suppone che il campo magnetico sia perpendicolare al piano della figura e diretto verso il lettore. La traiettoria della particella positiva viene deviata dal campo magnetico verso est, cioè alla velocità di questa particella si aggiunge una componente diretta verso est. Se, come è stato stabilito, lontano dal Sistema solare l'intensità dei raggi cosmici è isotropa nello spazio, la maggioranza delle particelle positive primarie che raggiungono la Terra si muoverà nella direzione da ovest ad est. Per le particelle negative avviene il contrario. Dall'asimmetria est-ovest osservata è stata tratta la conclusione che nei *raggi cosmici primari la maggioranza delle particelle sono positive.*

Esistono altri fenomeni geomagnetici dei quali parleremo più avanti.

5. La ricerca dei raggi cosmici è stata eseguita con diversi rivelatori muniti di filtri (di piombo, ferro, carbonio, paraffina, ecc.). Le osservazioni sono state fatte sia sulla superficie terrestre che nel sottosuolo in miniere abbandonate (a profondità di circa 3 km dal livello del mare), negli strati atmosferici superiori, nello spazio cosmico circumterrestre ed a grandi distanze dalla Terra.

Dati più dettagliati sulla composizione dei raggi cosmici primari sono stati raccolti per particelle di energia $>$ 2,5 GeV per nucleone. Questi dati, ricavati soprattutto dalle misure in emulsioni nucleari, portate con palloni aerostatici negli strati atmosferici superiori, sono riportati nella tavola 22. In essa sono date le intensità dei raggi cosmici primari per diverse particelle di energia $>$ 2,5 GeV per nucleone, cioè il numero di queste particelle che hanno attraversato un'area unitaria normalmente ad essa riferito all'unità di angolo solido. Se le direzioni dei raggi cosmici sono distribuite in modo isotropo nello spazio, per ottenere il flusso totale di particelle cosmiche

Tavola 22

Composizione dei raggi cosmici con energie superiori a 2,5 GeV/nucleone

Gruppo	Particelle di un gruppo	Carica del nucleo	Massa atomica media	Numero di particelle per $m^2 \cdot s \cdot sr$	Numero di nuclei per 10 mila protoni	
					Nei raggi cosmici	in media nell'Universo
p	Protoni	1	1	1300	10 000	10 000
α	Nuclei d'elio	2	4	94	720	1600
L	Nuclei «leggeri»	3-5	10	2,0	15	10^{-4}
M	Nuclei «medi»	6-9	14	6,7	52	14
H	Nuclei «pesanti»	$\geqslant 10$	31	2,0	15	6
VH	Nuclei «molto pesanti»	$\geqslant 20$	51	0,5	4	0,06
SH	Nuclei «i più pesanti»	>30	100	$\sim 10^{-4}$	10^{-3}	$7 \cdot 10^{-5}$
e	Elettroni e positroni	1	1/1836	13	100	10 000
				1418	10 900	21 620

primarie con energia superiore a 2,5 GeV attraverso un'area unitaria i dati indicati devono essere moltiplicati per π. In tal modo troviamo che questo flusso in prossimità della Terra vale 0,45 particella/$cm^2 \cdot s$. Se teniamo conto anche di tutte le particelle di energia minore il flusso totale di particelle cosmiche primarie attorno alla Terra sarà di 1 particella/$cm^2 \cdot s$.

Dalla tavola 22 si vede che nei raggi cosmici primari prevalgono i protoni (92%) e poi seguono le particelle α (6,6%). I nuclei più pesanti (soprattutto di C, N, O) sono all'incirca lo 0,8%. Uno degli argomenti per sostenere che i nuclei pesanti appartengono ai raggi cosmici primari può essere la circostanza che le cariche dei nuclei pesanti superano quelle dei nuclei dei gas atmosferici. Perciò i nuclei pesanti non possono essere prodotti per azione dei raggi cosmici primari. L'energia media per nucleone è pressappoco uguale per tutti i nuclei. Perciò i nuclei a più cariche (cioè quelli con $Z > 1$) portano una quota notevole (circa metà) dell'energia totale dei raggi cosmici primari.

Accanto ai protoni e ai nuclei i raggi cosmici contengono una piccola quantità di elettroni e positroni (circa 1%) e di quanti γ (circa 0,01% con energia > 100 MeV). Esistono, indubbiamente, anche neutrini ma non è possibile rivelarli nei raggi cosmici neppure con gli apparecchi tecnici moderni. L'esistenza di mesoni e di neutroni nei raggi cosmici primari è esclusa poiché queste particelle sono instabili e devono disintegrarsi nel loro cammino verso la Terra.

6. Nelle due ultime colonne della tavola 22 si confronta il contenuto relativo medio di diverse particelle nei raggi cosmici con quello nell'Univer-

so ottenuto dai dati sulla composizione della crosta terrestre, dei meteoriti, dell'atmosfera del Sole e delle stelle. Nei raggi cosmici la quota relativa di nuclei «molto pesanti» e «i più pesanti» è notevolmente più grande del loro contenuto medio nell'universo. In particolare, questa prevalenza si osserva per nuclei del gruppo L, cui appartengono il litio, il berillio e il boro. Il contenuto relativo medio di nuclei di questo gruppo nei raggi cosmici è pressappoco di 100 mila volte più grande che in media nell'universo.

Il contenuto anomalmente grande nei raggi cosmici di nuclei del gruppo L rispetto al loro contenuto medio nell'universo rende improbabile l'ipotesi che questi nuclei si trovino in quantità sufficienti già nelle sorgenti stesse di raggi cosmici. Più probabile è l'ipotesi che essi siano il risultato degli urti fra particelle cosmiche pesanti e i nuclei del gas interstellare. In seguito a questi urti i nuclei pesanti possono disintegrarsi (processo di *frantumazione*) per cui si formano nuclei del gruppo L. Si può supporre che questo sia il modo fondamentale e praticamente unico di formazione di questi nuclei nei raggi cosmici. Se questa ipotesi è corretta si può stimare il cammino medio percorso dalla particella cosmica emessa da una sorgente, ossia dal punto in cui si forma sino alla Terra, una questione di grande importanza per la soluzione del problema dell'origine dei raggi cosmici primari.

Per risolvere questo problema consideriamo nel gas cosmico un fascio parallelo omogeneo di particelle cosmiche pesanti, cioè di particelle la cui massa è superiore alla massa dei nuclei del gruppo L. La direzione di propagazione di questo fascio viene scelta come asse X. All'uscita dalla sorgente il fascio inizialmente è composto di sole particelle pesanti. In seguito al loro urto con nuclei di gas interstellare si formano nuclei leggeri del gruppo L, per cui l'intensità I del fascio di particelle pesanti decrescerà. Supponiamo che questo sia l'unico meccanismo che fa diminuire l'intensità del fascio. Indichiamo con σ la sezione d'urto media fra particella pesante e nucleo atomico del gas galattico per il processo in cui si formano nuclei leggeri del gruppo L. Allora il processo di indebolimento dell'intensità I_{pes} del flusso di nuclei pesanti è descritto dall'equazione

$$\frac{dI_{pes}}{dx} = -\sigma N I_{pes},$$

dove N è il numero di nuclei atomici del gas interstellare contenuti nell'unità di volume. Supponendo per semplicità costante questo numero, otteniamo

$$I_{pes} = I_{pes0}e^{-\sigma N x}. \tag{103.2}$$

Per simplificare ancora, introduciamo l'ipotesi che per ogni scomparsa di una particella pesante nasca una sola particella leggera del gruppo L. Se le particelle leggere si muovessero anch'esse nella direzione del fascio si formerebbe un flusso di particelle leggere con intensità

$$I_{leg} = I_{pes0} - I_{pes} = I_{pes}(e^{\sigma N x} - 1).$$

Allora il rapporto fra le concentrazioni di particelle leggere e pesanti nei raggi cosmici sarebbe

$$n_{leg}/n_{pes} = I_{leg}/I_{pes} = e^{\sigma N x} - 1. \quad (103.3)$$

L'espressione ottenuta è indipendente dall'ipotesi introdotta circa la direzione del moto delle particelle iniziali e quelle prodotte per urto poiché le direzioni delle une e delle altre sono isotrope nello spazio. Qui con x si deve intendere la lunghezza del cammino percorso realmente dalla particella cosmica dal punto in cui si è formata al punto di osservazione. E questo cammino può differire notevolmente da un percorso rettilineo.

Come si vede dalla tavola 22, $n_{leg}/n_{pes} = 15 : (52 + 15 + 4) = 0{,}21 \approx 1/5$. In virtù della piccolezza di questo rapporto possiamo limitarci all'approssimazione lineare

$$n_{leg}/n_{pes} = \sigma N x, \quad (103.4)$$

$$x = (1/\sigma N) n_{leg}/n_{pes}) = (1/5)(1/\sigma N). \quad (103.5)$$

Supponiamo che la sorgente di raggi cosmici si trovi nella nostra Galassia, dove si può accettare che la concentrazione media del gas $N \approx 1$ cm^{-3} e la sezione d'urto media $\sigma \approx 10^{-26}$ cm^2. Con questi valori si ottiene

$$x \approx 2 \cdot 10^{25} \text{ cm}.$$

La velocità della particella cosmica differisce molto poco dalla velocità della luce c. Perciò il tempo impiegato dalla particella in moto per giungere dalla sorgente alla Terra $\tau \approx (2 \cdot 10^{25}) : (3 \cdot 10^{10}) \approx 0{,}7 \cdot 10^{15}$ s $\approx 2 \cdot 10^7$ anni.

7. I valori trovati di x e τ sono, probabilmente, troppo piccoli. Una delle ragioni è legata al fatto che la Galassia ha forma di disco, di diametro $D_{Gal} \approx 25$ kps $= 7{,}7 \cdot 10^{22}$ cm e spessore di 2 kps, circondato da un alone, cioè da una sfera, riempita di gas interstellare, di diametro circa 30 kps. La densità del gas interstellare dentro l'alone è pressappoco 10 volte più bassa di quella nel disco galattico. L'esistenza dell'alone diminuisce un po' la grandezza N e aumenta i valori x e τ. I più probabili sono i valori: $x \approx 10^{26}$ cm e $\tau \approx 10^8$ anni. Il valore x supera di circa 1000 volte il diametro del disco galattico. Ciò non contraddice l'ipotesi adoperata (ma non dimostrata) che la sorgente di raggi cosmici si trovi entro la nostra Galassia. Infatti, la particella cosmica nel suo moto è soggetta all'azione dei campi magnetici galattici variabili caoticamente che ne incurvano la traiettoria. Quest'ultima non è rettilinea e ha una forma assai complicata: il vagare della particella cosmica nella Galassia ricorda un moto browniano su scala gigantesca.

Nel processo di lungo vagabondaggio delle particelle cosmiche in campi magnetici galattici variabili caoticamente, si perde ogni possibilità di individuare spazialmente e temporalmente le sorgenti di raggi cosmici galattici rispetto alla Terra. Questa è probabilmente la ragione che spiega l'alta isotropia osservata dei raggi cosmici galattici, cioè la distribuzione omogenea

delle direzioni dei loro moti nello spazio, stabilita a meno dello 0,1%. A ciò è legata anche l'alta costanza della loro intensità nel tempo. E' ovvio che tutto quanto è valido se si esclude l'influsso deformante dei campi magnetici della Terra e dello spazio interplanetario.

Il metodo più semplice e sicuro di misurare il campo magnetico H in una regione data della Galassia è basato sullo studio della suddivisione per effetto Zeemann della riga spettrale dell'idrogeno $\lambda = 21$ cm (cfr. § 66, n. 4). Con questo e altri metodi è stato stabilito che l'intensità media del campo magnetico nello spazio interstellare della Galassia vale circa $7 \cdot 10^{-6}$ Gs, cui corrisponde una densità media di energia magnetica nello stesso spazio $H^2/8\pi \approx 1{,}5 \cdot 10^{-12}$ erg/cm^3 $\approx 1{,}2$ eV/cm^3.

8. La distribuzione dei raggi cosmici in funzione dell'energia è caratterizzata dallo *spettro energetico integrale* e *differenziale*. Si chiama spettro energetico integrale $I(\mathscr{E})$ il flusso di particelle cosmiche la cui energia cinetica è maggiore di $\mathscr{E}$. La sua derivata $dI/d\mathscr{E}$ rispetto a $\mathscr{E}$ in valore assoluto determina lo spettro energetico differenziale. Evidentemente, si tratta di un flusso di particelle cosmiche riferito all'intervallo unitario di energia.

Nell'intervallo di energie 10-10^6 GeV lo spettro energetico integrale è ben approssimato dall'espressione

$$I(\mathscr{E}) \backsim \mathscr{E}^{-\gamma}, \qquad (103.6)$$

dove γ in media vale pressappoco 1,6, e più precisamente varia debolmente da 1,4 a 1,8, come risulta dalla tavola seguente:

Intervallo di variazione di $\mathscr{E}$, GeV	10-10^4	10^4-10^6	10^6-10^9
γ	1,4-1,6	1,6-1,8	1,8-2,2

Per energie dell'ordine di $3 \cdot 10^6$ GeV lo spettro $I(\mathscr{E})$ scende in basso più ripidamente essendo soggetto a una discontinuità relativamente piccola e piana. Ciò è dovuto, probabilmente, al fatto che le particelle di energia così grande non sono più trattenute efficacemente dal campo magnetico della Galassia e cominciano ad uscire nello spazio metagalattico. Per $\mathscr{E} \approx 3 \cdot 10^{10}$ GeV lo spettro $I(\mathscr{E})$ diventa, probabilmente, di nuovo più piano.

Le particelle con energia $\mathscr{E} \gtrsim 10^6$ GeV sono molto poche e perciò non si possono più registrare con contatori o fotoemulsioni. Per esempio, su un'area di 1 m^2, una particella con energia $\mathscr{E} > 10^7$ GeV capita in media una sola volta all'anno. Le particelle di questo tipo si rivelano soltanto in base agli sciami atmosferici di grande estensione (cfr. n. 12). Sono state registrate particelle con energia dell'ordine di 10^{20} eV $= 10^{11}$ GeV $= 12$ J. L'energia di questa particella è sufficiente per sollevare una massa di 1 kg all'altezza di 1 m. Tuttavia queste particelle sono molto rare: su una superficie di 10 km^2 in media capita non più di una particella di energia di 10^{20} eV all'anno.

Al diminuire dell'energia $\mathscr{E}$ a partire pressappoco da 10 GeV l'aumento dell'intensità $I(\mathscr{E})$ rallenta e praticamente cessa per $\mathscr{E} \leqslant 2$ GeV. Il campo magnetico della Terra fa sì che, per tali energie relativamente piccole, i protoni possono arrivare sulla superficie terrestre soltanto ad alte latitudini (nell'intorno dei poli). Ma anche ad alte latitudini le particelle di energia così piccola spesso non raggiungono la superficie terrestre a causa della perdita di energia nell'atmosfera. L'intensità dei raggi cosmici per $\mathscr{E} \leqslant 2$ GeV non è costante e cambia irregolarmente con il tempo in quanto queste particelle sono soggette a un forte influsso dovuto al campo magnetico legato ad ammassi di plasma solare (dal cosiddetto *vento solare*). Questi raggi cosmici aumentano notevolmente il livello di ionizzazione normale dell'aria negli alti strati atmosferici, ciò che li rende impenetrabili ai rumori radio provenienti dalla Galassia. Essi conducono anche all'interruzione dei collegamenti radio ad onde corte nella zona polare (cfr. vol. IV, § 87).

9. Sulla base dello spettro energetico si può calcolare la densità media dell'energia dei raggi cosmici nello spazio interstellare della nostra Galassia e confrontarla con la densità d'energia fornita da altre sorgenti. Alla densità di energia contribuiscono

raggi cosmici	$1{,}6\cdot 10^{-12}$ erg/cm^3 = 1,3 eV/cm^3,
moto turbolento del gas	$0{,}5\cdot 10^{-12}$ erg/cm^3 = 0,4 eV/cm^3,
campo magnetico	$1{,}5\cdot 10^{-12}$ erg/cm^3 = 1,25 eV/cm^3,
radiazione totale delle stelle	$0{,}7\cdot 10^{-12}$ erg/cm^3 = 0,6 eV/cm^3.

Quindi, nei limiti del nostro sistema stellare la Galassia, l'energia totale di tutti i raggi cosmici è comparabile con la somma di tutte le altre energie (l'energia della radiazione stellare, del moto termico e turbolento del gas interstellare, e del campo magnetico galattico). Secondo il teorema del viriale (cfr. § 100) l'energia cinetica media del moto di cui è animato il gas interstellare vale la metà della sua energia potenziale cambiata di segno. Perciò nella dinamica dell'universo, accanto alle forze di gravità e alla pressione gassosa e luminosa, bisogna tener conto anche di forze con esse comparabili, determinate dal moto delle particelle cosmiche e dai campi magnetici che queste producono.

10. La grande maggioranza dei raggi cosmici primari arriva sulla Terra dallo spazio galattico circostante. Ma una piccola parte di raggi cosmici, prevalentemente di basse energie ($\mathscr{E} < 1$ GeV), arriva sulla Terra anche dal Sole. Lo spettro energetico dei raggi cosmici solari cala bruscamente nella regione delle alte energie, cosicché essi portano un contributo notevole soltanto nei raggi cosmici primari di bassa energia. Il flusso di energia dei raggi cosmici solari in prossimità della superficie terrestre, mediato sul tempo, vale circa $3{,}5\cdot 10^{-4}$ erg/cm$^2\cdot$s, 20 volte inferiore al flusso d'energia di tutti i raggi cosmici ($7\cdot 10^{-3}$ erg/cm$^2\cdot$s). Tuttavia durante brevi esplosioni sul Sole, il flusso di raggi cosmici solari può superare di migliaia di volte il suo valore medio.

Il 23 febbraio 1956, ad esempio, sulla superficie del Sole ebbe luogo una eruzione forte cromosferica registrata sulla Terra. Qualche minuto dopo la velocità di conto dei rivelatori di raggi cosmici nelle stazioni speciali site in varie zone della Terra cominciò ad aumentare rapidamente. In 15-20 minuti la velocità di conto raggiunse un massimo e in seguito cominciò a diminuire fino a raggiungere il livello normale dopo qualche ora. L'aumento di velocità di conto è stato registrato sia ad alte latitudini che in prossimità dell'equatore. Di qui si può concludere che nei raggi cosmici solari devono esistere, almeno in piccole quantità, particelle con energie superiori a 10-20 GeV sufficienti per superare, in prossimità dell'equatore, l'azione repulsiva del campo magnetico terrestre. Negli anni successivi (pressappoco una volta all'anno) sono stati osservati fenomeni simili anche se su scala meno grande.

È relativamente facile separare i raggi cosmici galattici da quelli solari in quanto questi compaiono saltuariamente durante forti esplosioni cromosferiche sul Sole. Essi differiscono dai raggi galattici anche nella composizione: in essi praticamente non esistono nuclei degli atomi leggeri di Li, Be, B e nuclei di elementi pesanti. In generale la composizione chimica dei raggi cosmici solari è vicina alla composizione dell'atmosfera del Sole.

L'attività solare si manifesta anche nella *variazione dell'intensità* dei raggi cosmici galattici che arrivano sulla Terra. In seguito alle «tempeste magnetiche» dovute all'attività solare, cambia il campo magnetico terrestre e con esso l'intensità dei raggi cosmici osservati sulla Terra. Questo fenomeno si osserva sia nelle regioni polari che in quelle equatoriali della Terra. Nel periodo dell'attività solare massima del 1857-1958, ad esempio, l'intensità dei raggi cosmici con energie $\geqslant$ 1 GeV era quasi tre volte inferiore a quella osservata nel periodo di attività minima nel 1964-1965.

11. Trattiamo ora la questione dell'origine dei raggi cosmici, anche se essa è ben lungi da una soluzione. Il Sole emette particelle con energia di molte centinaia di MeV. Durante le eruzioni, il Sole lancia nello spazio interplanetario grandi masse di gas ionizzati ed emette anche se in piccole quantità, particelle con energie di 10-20 GeV. Si potrebbe supporre che, a causa di altri processi ancora incogniti, nascano in quantità necessarie anche particelle di energie più alte, che si osservano nei raggi cosmici. Ma si deve rinunciare a tale ipotesi. L'obiezione fondamentale è fornita dalla costanza dell'intensità e dall'isotropia delle direzioni dei raggi cosmici in qualsiasi ora del giorno e della notte. La parte più importante dei raggi cosmici osservati è costituita da particelle con energia di 10 GeV. Se queste particelle fossero prodotte sul Sole esse dovrebbero arrivare sulla Terra dalla direzione del Sole e si osserverebbero soltanto di giorno e non di notte. Tanto più questa conclusione è valida quando si riferisce a particelle di energia elevata. A titolo d'esempio consideriamo un protone con energia di 10^{15} eV. La rigidità magnetica HR di questo protone, calcolata secondo la formula (103.1), vale $3 \cdot 10^{12}$ Gs·cm. Il campo magnetico nello spazio interplaneta-

rio è dell'ordine di qualche unità per 10^{-5} Gs; poniamo che sia approssimativamente $3 \cdot 10^{-5}$ Gs. Allora il raggio di curvatura della traiettoria del protone sarà dell'ordine di 10^{17} cm, valore che è di circa 6500 volte più grande del raggio dell'orbita terrestre. L'intensità del campo magnetico terrestre $H \approx 0{,}5$ Gs. Il raggio di curvatura corrispondente a questo campo è minore di $6 \cdot 10^{12}$ cm, ma anche questa grandezza è superiore di 10 000 volte al raggio della Terra.

Si può supporre che le sorgenti dei raggi cosmici siano le stelle. Tuttavia le stelle normali non possono sviluppare le alte energie possedute dai raggi cosmici nella Galassia. Infatti, il volume della Galassia è di circa 10^{67} cm^3, la densità media dell'energia dei raggi cosmici che percorrono la Galassia è di $1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg/cm^3, l'energia totale dei raggi cosmici vale 10^{55} erg. L'intensità di radiazione dei raggi cosmici solari è di circa 10^{24} erg/s. Se supponiamo che dall'epoca della sua formazione ($5 \cdot 10^9$ anni) il Sole emetta uniformemente raggi cosmici e che tutta questa radiazione venga confinata da campi magnetici nella Galassia, l'energia corrispondente sarebbe di 10^{40} erg. Se tutte le stelle della Galassia emettessero in media energia sotto forma di raggi cosmici come il Sole, l'energia totale dei raggi cosmici nella Galassia sarebbe di 10^{51} erg, circa 10 000 volte inferiore a quella osservata.

Sarebbe quindi naturale supporre che, sostanzialmente i raggi cosmici compaiano per esplosione delle supernove. L'esplosione di una supernova sprigiona un'energia comparabile con l'energia propria del Sole, ossia

$$M_{\odot}c^2 = 2 \cdot 10^{33} \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 = 18 \cdot 10^{53} \text{ erg.}$$

Parte notevole di questa energia verrebbe emessa sotto forma di raggi cosmici. Le esplosioni delle supernove sono in grado di garantire, probabilmente, la densità necessaria di energia di raggi cosmici nella Galassia.

È ritenuto poco probabile che la maggior parte dei raggi cosmici che esistono nel sistema solare sia di origine metagalattica, cioè che essa arrivi da galassie lontane che si trovano oltre i limiti della nostra Galassia. I raggi cosmici «vagano» nella Galassia deviati dai campi magnetici galattici. Il loro moto nella Galassia assomiglia ad una diffusione di particelle. Da quando esiste l'universo (10^{10} anni) al difuori della Galassia può diffondere o giungere in essa dall'esterno una parte relativamente piccola di particelle cosmiche. Solo particelle di energia estremamente elevata che non vengono quasi deviate dai campi magnetici galattici sono in grado di farlo. Ma nella Galassia e all'esterno sono molto poche le particelle di questo tipo. Per le particelle cosmiche, le cui energie occupano praticamente tutto lo spettro energetico, gli effetti suindicati sono inessenziali. La maggior parte della luce (tranne quella del Sole, dei pianeti e dei loro satelliti) arriva sulla Terra provenendo dalle stelle della nostra Galassia. La luce che proviene della Metagalassia non ne costituisce che una parte molto piccola. Ciò è valido, probabilmente, anche per i raggi cosmici. Se questa conclusione è

corretta, i raggi cosmici che arrivano sulla Terra devono essere prodotti, in generale, entro i limiti della nostra Galassia.

Anche se è corretta l'ipotesi che le sorgenti dei raggi cosmici siano le supernove della nostra Galassia, rimane sempre aperta la questione sul meccanismo di accelerazione delle particelle cariche fino alle energie colossali che sono proprie dei raggi cosmici. Questa questione non può essere considerata risolta. Una delle ipotesi è stata proposta da Fermi, il quale suppose che per esplosione delle supernove si formino estese nubi di plasma magnetizzato. Il plasma nelle nubi compie un moto turbolento complicato mentre le nubi stesse si muovono a velocità enormi. Le particelle cariche possono entrare in collisione con queste nubi ed esserne riflesse. Se la particella si muove verso la nube la sua energia per riflessione aumenta; se essa si muove nella stessa direzione della nube la sua energia diminuisce. Nel caso di un moto caotico delle nubi, prevalgono urti frontali in modo che si verifica un aumento, in media, dell'energia cinetica delle particelle.

12. Finora abbiamo trattato i raggi cosmici primari, soprattutto, galattici. Ora consideriamo in breve *i raggi cosmici secondari.* Essi compaiono nell'atmosfera terrestre a seguito di una lunga e ramificata successione di trasformazioni generate dai raggi cosmici primari. Tratto di partenza di questa successione è l'interazione della particella cosmica con nuclei d'aria. In questo caso il nucleo bersaglio, di regola, si disintegra in protoni e neutroni. Si disintegra anche la particella iniziale, qualora sia composta. I protoni che si formano si comportano successivamente allo stesso modo dei protoni primari.

Quantitativamente è comodo caratterizzare il passaggio della particella attraverso la materia con il suo percorso medio λ prima dell'interazione con un nucleo del mezzo. Si suole esprimere il percorso medio λ con la quantità di materia in grammi contenuta in una colonna avente una base di 1 cm^2 e un'altezza uguale alla lunghezza del cammino percorso dalla particella prima dell'interazione. Con le stesse unità è comodo esprimere, in generale, il cammino della particella nella materia. L'indebolimento dell'intensità I del fascio di particelle, nel percorrere il cammino x nella materia, si esprime mediante la formula

$$I = I_0 e^{-x/\lambda}. \qquad (103.7)$$

Lo spessore dell'atmosfera terrestre in queste unità è circa 1000 g/cm^2. Per i protoni $\lambda = 70$ g/cm^2, per le particelle α $\lambda = 25$ g/cm^2, ma per nuclei più pesanti il valore di λ è ancora più piccolo. Si vede che la probabilità per la particella di raggiungere la superficie terrestre è molto piccola. Per il protone, ad esempio, essa vale $e^{-1000/70} \sim 10^{-7}$. Su 10 milioni di protoni primari, in media, un solo raggiunge la terra. Una quantità più grande di protoni primari si può osservare soltanto in alta montagna. Per l'osservazione di nuclei primari più pesanti è necessario sollevare apparecchi negli alti strati dell'atmosfera o nello spazio cosmico.

Per urto con un nucleo, il protone perde in media il 30-50% dell'energia iniziale. La maggior parte dei raggi cosmici primari, di energia media di 10 GeV, perde una parte di energia nelle collisioni con dei nuclei, con formazione di nuove particelle e, in seguito, perde energia per ionizzazione degli atomi d'aria. I soli protoni con energia iniziale iniziale di qualche centinaio di GeV e più possono raggiungere la superficie terrestre. Quando l'energia della particella iniziale diminuisce all'incirca fino a 100 MeV la generazione ulteriore di nuove particelle diviene poco probabile.

Il processo d'urto del protone con un nucleo atomico è rappresentato schematicamente in fig. 177. Per urto nucleare si formano pioni carichi $\pi^{\pm}$ e un pione neutro π^0. Si formano anche coppie protone-antiprotone e particelle instabili: mesoni K ed iperoni, ma nei processi ulteriori sono i pioni che predominano.

I pioni carichi si disintegrano in modo relativamente lento (in media in un tempo di $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ s), e quindi alcuni fanno in tempo ad interagire con altri nuclei d'aria ed a provocare processi nucleari analoghi a quelli indotti dalle particelle primarie. L'altra parte dei pioni carichi, che non ha fatto in tempo ad interagire, si disintegra in muoni ($\mu^{\pm}$) e neutrini. Il neutrino, particella debolmente interagente, sfugge attraversando non solo tutta l'atmosfera, ma anche tutto il globo terrestre. Il muone positivo μ^+ si disintegra secondo lo schema: $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_{\mu}$ ed il muone negativo

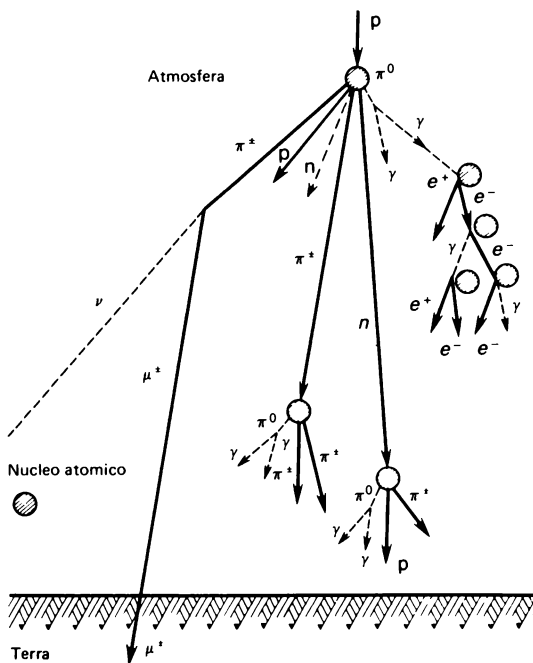



Fig. 177.

$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. La vita media del muone è dell'ordine di $2{,}2\cdot10^{-6}$ s. Durante questo tempo soltanto una piccola parte di muoni si disintegra. Perciò i muoni attraversano facilmente l'atmosfera e vengono assorbiti nelle profondità della terra. A questo fine svolge un ruolo importante l'effetto relativistico di rallentamento di un orologio in moto (cfr. vol. IV, § 106, n. 4). Al livello del mare i muoni costituiscono una parte importante della «componente penetrante» dei raggi cosmici.

Vediamo ora quale è la sorte del pione neutro π^0. La sua vita media è molto breve ($1{,}8\cdot10^{-16}$ s). Perciò esso non riesce ad allontanarsi se non a distanze trascurabilmente piccole dal luogo dove è stato prodotto, e, senza interagire con i nuclei atomici dell'aria, si disintegra in due fotoni di grande energia: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Nel campo del nucleo questi fotoni generano coppie elettrone-positrone. Il percorso medio del fotone γ nell'aria prima della generazione di una coppia elettrone-positrone è $\lambda \approx 35$ g/cm^2. Elettrone e positrone così generati emettono altri fotoni nel processo di rallentamento nella materia (radiazione di frenamento). L'energia di questi nuovi fotoni è ancora sufficientemente grande per generare nuove coppie elettrone-positrone. Come risultato la disintegrazione di un pione neutro di alta energia conduce alla formazione nell'atmosfera di uno *sciame di elettroni e fotoni in cascata.* Quando l'energia diviene inferiore a 72 MeV per particella, la radiazione di frenamento e la produzione di coppie cessano di essere il processo più importante; a partire da questo momento il ruolo principale viene giocato dalle perdite di energia degli elettroni e positroni per ionizzazione e dei fotoni per diffusione Compton. Con ciò cessa lo sviluppo dello sciame di elettroni e fotoni in cascata.

Alla formazione dello sciame portano un contributo anche i pioni neutri che si formano per disintegrazione di altre particelle instabili: mesoni K e iperoni, così come gli elettroni che si formano per disintegrazione di muoni.

Per energie della particella primaria di 10^{14}-10^{15} GeV e più, la cascata, accompagnata dallo sviluppo di sciami di elettroni e fotoni, ha avuto il nome di *grande sciame atmosferico.* Lo sviluppo di questo sciame inizia ad una altezza di 20-25 km sul livello del mare. Il numero totale di particelle in un grande sciame atmosferico raggiunge il livello dei molti milioni. Al livello del mare le particelle dello sciame coprono un'area di alcuni km^2. L'enorme numero di particelle di uno sciame permette, con un numero di contatori relativamente limitato, disseminati su una grande area, di rivelarlo e studiarne le caratteristiche. Lo scatto simultaneo dei contatori testimonia il passaggio di un grande sciame atmosferico di particelle secondarie, di cui solo una piccola quota viene rivelata dai contatori. In prima approssimazione si può supporre che ogni particella carica (si tratta in generale di elettroni e positroni) consumi 2-3 GeV di energia della particella primaria. Una stima del numero totale di particelle cariche nello sciame consente di valutare con sufficiente precisione l'energia della particella primaria che ha provocato lo sciame. Non esistono altri metodi che permettano di stabilirlo.

XVI. LE PARTICELLE ELEMENTARI

§ 104. *Che cosa sono le particelle elementari?*

1. In un corso di Fisica Generale, si può trattare la vasta problematica riguardante le particelle elementari soltanto in maniera molto generale, sia per quanto riguarda le concezioni teoriche che i metodi sperimentali. Attualmente esistono corsi speciali dedicati esclusivamente a questo settore della Fisica; qui di seguito daremo solo informazioni qualitative, senza affrontare le basi teoriche del soggetto trattato, che richiede conoscenze matematiche e fisiche troppo complicate.

Vogliamo segnalare fin d'ora che nella fisica delle particelle elementari vengono introdotte nozioni a cui sono stati assegnati nomi abbastanza stravaganti: *stranezza*, *charm*, *bellezza*, *colore*, ecc. Tutti questi termini non hanno nulla in comune con il senso con cui sono utilizzati nella vita di tutti i giorni. Nel nostro caso vogliamo indicare con questi termini dei *numeri quantici*, che siamo stati costretti ad introdurre per caratterizzare le particelle elementari.

2. Quando venne introdotto il concetto di *particella elementare*, queste venivano concepite come *particelle primarie* ed *indivisibili*, costituenti universali della materia. Fino all'inizio del XX secolo, si pensava che gli atomi fossero i costituenti ultimi della materia (atomi: dalla parola greca a-tomos, che non si può dividere), fossero quindi oggetti elementari. Allorché si trovò una struttura complessa per gli atomi, quest'idea dovette essere abbandonata. La stessa cosa avvenne quando venne dimostrato che il nucleo e, dopo, il protone ed il neutrone hanno una struttura. Sono stati trovati continuamente nuovi costituenti che si pensava potessero essere i costituenti ultimi della materia (*muoni*, *pioni*, *neutrini*, ecc.). Oggi non sappiamo più a quali particelle possa essere assegnato l'aggettivo elementare, oppure esistano realmente oggetti elementari nel senso con cui venne introdotto questo termine. *Attualmente in modo del tutto convenzionale, si definisce con la locuzione particelle elementari un insieme di microparticelle estremamente piccole che non sono né atomi né nuclei atomici* (escludendo il protone, che è anche il nucleo dell'atomo di idrogeno). La caratteristica comune a questo insieme consiste nel fatto che tutte le particelle sono forme molto

particolari della materia e non sono associate sotto forma di atomi o di nuclei.

Attualmente come le particelle elementari «vere» sono accettate le seguenti (con corrispondenti antiparticelle): 1) *leptoni* (e, μ, τ ed i corrispondenti *neutrini*), 2) *quark*, 3) *fotoni* e *bosoni intermedi* $W^{\pm}$, Z^0. Tuttavia è da notare che esistono ipotesi basate sulla simmetria osservata sperimentalmente fra quark e leptoni nelle interazioni elettromagnetiche ed anche sull'idea della Grande unificazione di forze, rispetto a che i quark ed i leptoni stessi consistono di particelle più fondamentali dette preoni. Lo stesso vale anche per bosoni $W^{\pm}$, Z^0 per i quali si suppone l'esistenza di stati eccitati discreti. Se le differenze fra i livelli energetici sono grandi in confronte alle energie agenti su un sistema, l'ultimo si comporta come una unità, cioè come una particella elementare.

3. L'unica sorgente naturale di varie particelle di alta energia sono i raggi cosmici. Pertanto non si può sorprendere che, fino all'inizio degli anni '50, la fisica delle particelle elementari fosse intimamente legata alle ricerche sui raggi cosmici. Attualmente la principale sorgente di particelle di alta energia cariche è costituita dagli acceleratori. Associati a vari rivelatori, gli acceleratori consentono di condurre le ricerche sui processi di formazione e interazione di varie particelle elementari nelle migliori condizioni controllabili. A questo punto la fisica delle particelle elementari si sviluppa come *fisica delle alte energie*.

Per assicurare le interazioni mutue di particelle a distanze molto piccole, occorre impartir loro energie molto alte. Nella regione delle velocità ultrarelativistiche, l'energia totale di una particella è legata al suo impulso dalla relazione $\mathscr{E} = pc$, per cui la relazione di indeterminazione $\Delta x \cdot \Delta p \approx \approx \hbar$ assume la forma

$$\Delta\mathscr{E} \cdot \Delta x \geqslant \frac{\hbar c}{2}, \tag{104.1}$$

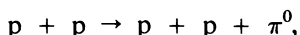
ossia

$$\Delta\mathscr{E} \geqslant \frac{10^{-14}}{\Delta x} \tag{104.2}$$

in cui l'energia viene espressa in GeV e la distanza in cm. Da questa formula si vede che, affinché due particelle si avvicinino ad una distanza di 10^{-16} cm, occorre che possiedano un'energia $\geqslant$ 100 GeV. Un'energia di questo ordine di grandezza deve essere messa in gioco per poter osservare i bosoni vettoriali intermedi $W^{\pm}$ e Z^0.

4. La proprietà più caratteristica delle particelle elementari legata, secondo le concezioni moderne, alla dualità corpuscolare-ondulatoria, è la loro *aptitudine a nascere e a trasformarsi le une nelle altre* per collisioni, con conservazione dell'energia relativistica totale, cioè quando l'energia to-

tale delle particelle prima della collisione è uguale all'energia totale dell'insieme delle particelle che escono dalla collisione. Per esempio, la collisione di un protone incidente con un protone fermo (targhetta) può dar luogo alla reazione

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^0,$$

nella quale viene prodotto un pione neutro. In quali condizioni questa reazione può avvenire? Poiché la massa del pione è di 135 MeV, l'energia cinetica del protone incidente deve essere almeno uguale a 135 MeV. In pratica, l'energia deve essere almeno uguale a 290 MeV, in quanto una parte dell'energia rimane legata al sistema in moto di traslazione, senza essere implicata nella reazione, e questo al fine di assicurare la conservazione dell'impulso (cfr. problema 3 del §108).

Un'altra particolarità sta nel fatto che la maggioranza delle particelle è *instabile*, nel senso che si disintegrano spontaneamente. Il tempo di vita media τ di queste particelle allo stato libero varia da 10^{-24} s fino all'infinito (ad esempio è stato sperimentalmente stabilito che la vita media del protone $\tau > 10^{32}$ anni).

La disintegrazione delle particelle elementari e le loro trasformazioni mutue rendono ambigua la domanda: «di che cosa sono fatte le particelle?» Per esempio, la disintegrazione del neutrone ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) porta alla formazione di tre particelle: l'elettrone, il protone e l'antineutrino. Tuttavia ciò non implica che il neutrone sia composto da queste tre particelle. L'esperienza permite di constatare la *creazione* di queste particelle durante la disintegrazione del neutrone. Il neutrone è tanto elementare quanto lo è il protone. Le particelle possono nascere come risultato sia di disintegrazioni che di interazioni delle altre particelle. Una particella può essere considerata composta da altre particelle se l'energia di legame di ciascuna delle particelle componenti è molto minore dell'energia a riposo della particella composta. Proprio in questo senso occorre interpretare l'affermazione secondo cui i nuclei atomici sono costituiti di protoni e neutroni.

5. Abbiamo già detto (§ 63, n. 9) che tutti i processi ed i fenomeni naturali sono il prodotto di quattro tipi di interazione: *forte*, *elettromagnetica*, *debole* e *gravitazionale*. Un confronto delle intensità di queste interazioni ha senso soltanto se si specificano le condizioni nelle quali è avvenuto tale paragone. Nel § 63 abbiamo paragonato le intensità delle interazioni imponendo che le energie cinetiche medie delle particelle collidenti fossero dell'ordine di 1 GeV.

L'interazione forte determina processi la cui velocità è molto grande rispetto a quella di tutti gli altri. L'interazione forte assicura il legame più intenso tra le particelle elementari, per esempio il legame tra i nuclei dei nuclei atomici. Proprio l'esistenza di questa interazione determina l'eccezionale solidità dei nuclei atomici e assicura la stabilità della materia nelle condizioni terrestri.

L'interazione elettromagnetica è determinata dall'interazione delle cariche elettriche (e dei momenti magnetici) delle particelle con i campi elettromagnetici. I processi che vengono determinati dall'interazione elettromagnetica sono caratterizzati da una velocità notevolmente più bassa di quella determinata da interazioni forti. L'interazione elettromagnetica assicura il legame degli elettroni negli atomi, degli ioni nei cristalli e degli atomi nelle molecole. L'interazione elettromagnetica, così come quella gravitazionale, svolge un ruolo preponderante nel mondo macroscopico che ci circonda. Infatti, il raggio dell'interazione forte è dell'ordine di 10^{-13} cm, e questa interazione svanisce a grandi distanze. L'interazione elettromagnetica (così come quella gravitazionale) possiede un raggio praticamente infinito.

L'interazione debole determina processi tra particelle elementari che evolvono molto lentamente. Come esempio citiamo l'interazione, estremamente debole, dei neutrini di energia bassa con la materia (cfr. § 74). (Ricordiamo che i neutrini sono soggetti soltanto ad interazioni deboli). L'interazione debole si manifesta nel fatto che il decadimento di particelle quasi-stabili è relativamente lento. La vita media della maggior parte di queste particelle è compresa tra 10^{-8} e 10^{-13} s, mentre la vita media di particelle che hanno interazioni forti è dell'ordine di 10^{-23}-10^{-24} s. L'intensità dell'interazione debole aumenta con l'energia (nel sistema del baricentro). Per $\mathscr{E} \sim M_W$ l'interazione debole è paragonabile con quella elettromagnetica.

L'interazione gravitazionale predomina quando si ha a che fare con grandi masse macroscopiche (pianeti, stelle). Nel microcosmo, a causa della piccolezza delle masse di particelle elementari, questa interazione diventa trascurabile persino alla distanza caratteristica di 10^{-13} cm; quindi nella fisica delle particelle elementari non si tiene conto dell'interazione gravitazionale. Soltanto a distanze dell'ordine di 10^{-33} cm questa interazione può assumere un ruolo rilevante.

§ 105. *Classificazione delle particelle elementari.*

1. Tutte le particelle (comprese quelle non elementari e le quasi-particelle) appartengono a due grandi gruppi di *bosoni* e *fermioni*. Si chiamano bosoni le particelle o quasi-particelle che possiedono spin zero oppure spin intero. I bosoni sono governati dalla statistica di Bose-Einstein e da ciò deriva il loro nome. Fanno parte del gruppo dei bosoni: il *gravitone*, particella per ora ipotetica (con spin 2), il *fotone* (spin 1), *i bosoni vettoriali intermedi* (spin 1), i *gluoni* (spin 1), i *mesoni* e le *risonanze mesoniche*, così come le *antiparticelle* di tutte le particelle citate. Le particelle e le quasi-particelle con spin 1/2 sono chiamate *fermioni*, soddisfanno alla statistica di Fermi-Dirac ed al principio di esclusione di Pauli. Sono fermioni le particelle: i *leptoni*, tutti i *barioni* e le *risonanze barioniche*, i *quark* (spin 1/2) e tutte le *antiparticelle* corrispondenti.

2. A seconda della loro vita media τ, le particelle vengono suddivise in *stabili, quasi-stabili* e *particelle di rizonanza* o più semplicemente *risonanze.* Vengono chiamate risonanze particelle che decadono per via dell'interazione forte ed hanno un tempo di vita media dell'ordine di 10^{-23} s. Le particelle instabili, la cui vita media è superiore a 10^{-20} s, decadono per via dell'interazione elettromagnetica o debole (e non forte) e vengono classificate in un sottogruppo di particelle quasi-stabili. L'intervallo di 10^{-20} s, assolutamente insignificante in una scala usuale, deve essere considerato come un tempo lungo nel confronto al tempo nucleare che è il tempo impiegato da un fotone (luce) per percorrere il diametro di un nucleo (10^{-13} cm). In un intervallo di 10^{-20} s, il fotone attraversa uno spazio pari a 10^3-10^4 diametri nucleari, e quindi in questo stesso tempo numerosi processi possono avvenire dentro nucleoni. Per questa ragione le particelle che finora abbiamo definito come quasi-stabili vengono citate nei repertori tra le particelle stabili. Osserviamo che possiamo considerare come particelle assolutamente stabili soltanto le seguenti: il fotone γ, l'elettrone e^-, il protone p, il neutrino elettronico ν_e, muonico ν_μ e quello del tau ν_τ, e tutte le corrispondenti antiparticelle. A tutt'oggi non è mai stato osservato un decadimento di nessuna di queste particelle.

Le disintegrazioni delle particelle possono avvenire attraverso interazioni forti, elettromagnetiche e deboli; quelle provocate dalle interazioni forti sono le più rapide, per esempio si ricordino le risonanze. Il decadimento delle particelle quasi-stabili avviene invece attraverso le interazioni elettromagnetiche e deboli. Se si potessero eliminare queste interazioni, tutte le particelle quasi-stabili diventerebbero assolutamente stabili. Le risonanze più stabili sono le particelle J/ψ e Υ per le quali $\tau \approx 10^{-20}$ s. Queste particelle sono classificate tra le risonanze poiché possono decadere per interazione forte, ma questa possibilità è vietata dalle leggi di conservazione del *charm* e della *bellezza*, che valgono per le interazioni forti (cfr. § 110, nn. 4, 5).

A causa della brevità della loro vita media τ, le risonanze non hanno masse ben determinate, come si può ricavare dalla relazione di indeterminazione $\Delta\mathscr{E} \cdot \tau \approx \hbar$; esse vengono identificate in base ad uno spettro continuo di massa il cui massimo viene definito come la massa della risonanza. La larghezza Γ dello spettro è data dalla relazione $\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau}$. Quando la vita media è molto corta, la larghezza Γ diventa confrontabile con la massa della risonanza. In genere per caratterizzare l'instabilità delle risonanze nelle tavole viene indicata la larghezza Γ (e non il tempo τ). Quando $\tau \approx \approx 10^{-23}$ s, si trova $\Gamma \approx 100$ MeV. Si chiama risonanza la particella che ha una larghezza $\Gamma \approx 100$ MeV nello spettro di massa.

3. Un raggruppamento speciale di particelle rappresentano i fotoni γ, che sono gli agenti o *portatori* dell'*interazione elettromagnetica, ed i bosoni* $W^\pm$ e Z^0, che sono i *portatori* dell'*interazione debole.* Queste quattro parti-

celle costituiscono il gruppo dei *portatori* di *interazione.* Anche i *gluoni* ed i *gravitoni* ipotetici sono i portatori di interazione. Tutte le altre particelle sono divise in *leptoni* ed *adroni.*

Si chiamano leptoni le particelle di spin 1/2 che non sono soggette alle interazioni forti; si conoscono finora sei leptoni carichi: l'*elettrone* e^-, il *positrone* e^+, i muoni $\mu^\pm$, i *leptoni pesanti tau* $\tau^\pm$ e sei particelle neutre corrispondenti: il *neutrino* e l'*antineutrino elettronico,* ν_e e $\bar{\nu}_e$, il *neutrino* e l'*antineutrino muonico,* ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$, il *neutrino* e l'*antineutrino* tau ν_τ e $\bar{\nu}_\tau$. I leptoni neutri (cioè i vari tipi di neutrino) non partecipano alle interazioni elettromagnetiche.

Allo stato attuale delle nostre conoscenze, i leptoni vengono considerati come delle *particelle realmente elementari* poiché, a differenza degli adroni, non è ancora stata trovata la loro struttura interna. Da questo punto di vista, i leptoni possono essere considerati come delle *particelle puntiformi.*

I muoni sono stati scoperti nel 1937 da Anderson e Neddermeyer nei raggi cosmici. Soltanto all'inizio degli anni sessanta è stato scoperto che i muoni possiedono i propri neutrini, quelli detti muonici. Il leptone τ è stato scoperto nel 1975 all'Università di Stanford (USA) da Perl (n. 1927) con i collaboratori nel corso di esperienze con fasci di elettroni e positroni inviati uno contro l'altro. Questo leptone viene prodotto nell'annichilazione dell'elettrone e del positrone ($e^+ + e^- \to \tau^+ + \tau^-$). La massa del muone $m_\mu = 105{,}7$ MeV, la sua vita media $\tau_\mu = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s; la massa del tau $m_\tau \approx 1{,}8$ GeV e la sua vita media $\tau_\tau \approx 5 \cdot 10^{-13}$ s.

Noi disponiamo solo di dati fortemente incompleti sui neutrini (cfr. § 74 n. 11), in particolare su i neutrini del μ e del τ; a tutt'oggi non è ancora stato chiarito se la massa del neutrino elettronico è nulla oppure molto piccola.

4. Si chiamano adroni le particelle elementari che partecipano alle interazioni forti. Generalmente, gli adroni partecipano anche alle interazioni elettromagnetiche e deboli.

Queste particelle, che sono in maggioranza risonanze, costituiscono il gruppo più numeroso di particelle elementari, poiché il loro numero raggiunge circa 400. Si distinguono in *adroni stabili* e *quasi-stabili* e *risonanze*; a loro volta gli adroni stabili si suddividono in *mesoni* e *barioni.* Le ragioni profonde di questa suddivisione verranno chiarite nel § 110, in cui parleremo del modello a quark. Il raggruppamento delle risonanze contiene sia le risonanze mesoniche, che barioniche.

Si chiamano mesoni gli adroni instabili, carichi o neutri, con uno spin nullo o intero; si tratta quindi di bosoni; un esempio è dato dai mesoni $\pi^\pm$ e π° e dai mesoni $K^\pm$. Questi mesoni sono stati scoperti per primi; hanno una massa intermedia tra quella dell'elettrone e del protone (da qui il loro nome che deriva dal greco *mesos* che significa mediano). In seguito vennero scoperti i mesoni $D^\pm$, D^0, $F^\pm$ che hanno masse più grandi di quella del protone. Sono state scoperte anche numerose risonanze mesoniche, cioè

dei mesoni con una vita media dell'ordine di 10^{-23} s, che in alcuni casi hanno massa superiore a quella del protone. I muoni $\mu^{\pm}$ sono stati chiamati inizialmente mesoni μ, ma questi non sono mesoni, poiché hanno spin 1/2 e non partecipano alle interazioni forti.

I barioni e le risonanze barioniche sono adroni con spin semintero e con massa almeno uguale a quella del protone. In questo gruppo vengono collocati i *nucleoni* (*protone* e *neutrone*), gli *iperoni*, ecc. Il protone ed il neutrone sono i barioni più leggeri. Il protone è il solo barione stabile (cfr. § 108. n. 4), tutti gli altri barioni e tutte le risonanze barioniche sono instabili, ed in seguito a trasformazioni, danno origine a nucleoni e particelle leggere: *mesoni* π, *elettroni*, *neutrini*, *quanti* γ. (Il neutrone, nello stato libero, è una particella instabile, con una vita media di circa 16 minuti, ma esso diviene stabile negli stati legati dentro il nucleo se ${}^{A}_{Z}M < {}_{Z+1}^{A}M + m_e$, vale a dire quando non c'è decadimento β^-. Ma se ${}^{A}_{Z}M > {}_{Z-1}^{A}M + m_e$, il protone è instabile e ha luogo decadimento positronico β^+: $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$).

Gli *iperoni* sono dei barioni instabili con massa superiore a quella dei nucleoni (il protone e il neutrone) e con vite medie lunghe, rispetto a quella nucleare (circa 10^{-23} s). I primi iperoni (Λ) sono stati scoperti nei raggi cosmici, tuttavia è stato possibile studiarli soltanto dopo essere riusciti a produrli negli acceleratori di particelle cariche di alta energia attraverso le collisioni di nucleoni rapidi o di mesoni π e K con nucleoni dei nuclei atomici. Si conoscono vari tipi di iperoni: *lambda* (Λ^0), *sigma* (Σ^-, Σ^0, Σ^+), *ksi* (Ξ^-, Ξ^0), *omega* (Ω^-), Λ_c. Ad eccezione dell'iperone Ω^-, che possiede spin 3/2, tutti gli iperoni hanno spin 1/2, e quindi sono fermioni, come tutti gli altri barioni. La vita media degli iperoni $\tau \approx 10^{-10}$ s (per gli iperoni Σ^0 e Λ_c, $\tau \approx 10^{-19}$ s e 10^{-13} s, rispettivamente), dopo di che decadono in nucleoni e particelle leggere (mesoni π, elettroni, neutrini e quanti γ).

Nel corso degli anni '70, nei grandi acceleratori, sono stati prodotti fasci di iperoni neutri e carichi di grande energia (da 20 a 100 GeV). Con questi fasci si è potuto verificare la formula relativistica sulla dilatazione dei tempi (rallentamento degli orologi) in condizioni nettamente migliori che in precedenza (cfr. vol. IV, § 106, nn. 4, 5). Se la dilatazione relativistica del tempo non esistesse, gli iperoni dovrebbero percorrere, a partire dalla loro creazione fino alla distintegrazione, un percorso dell'ordine di $c\tau$, cioè dell'ordine di qualche decina di centimetri. Il percorso misurato in laboratorio, invece, ha raggiunto svariati metri.

Nel prossimo paragrafo preciseremo la classificazione delle particelle elementari per quanto è necessario alla comprensione, rinviando tuttavia al § 110 in cui il modello a quark permetterà di capire meglio le differenze tra leptoni, mesoni e barioni.

§ 106. *Le antiparticelle.*

1. Nel microcosmo, ad ogni *particella* corrisponde un'*antiparticella*. In alcuni casi la particella si confonde con l'antiparticella, in altri termini le loro proprietà sono identiche. In questo caso si dice che queste particelle sono *essenzialmente neutre*, come ad esempio il *fotone* γ, il *mesone* π^0, il *mesone* η^0, il *mesone* J/ψ e la particella *ipsilon* Υ. Quando una particella e la sua antiparticella sono distinte, la loro massa, spin, isospin e vita media sono identiche, mentre le altre caratteristiche (carica elettrica, momento magnetico, carica leptonica e barionica, stranezza, charm, bellezza) sono uguali in valore assoluto, ma di segno contrario. (I termini che abbiamo or ora usato verranno definiti nei prossimi paragrafi.) Così l'elettrone ed il protone si differenziano dal positrone (antielettrone) e dall'antiprotone soprattutto per il segno della carica elettrica. Il neutrone e l'antineutrone sono distinti nel segno del loro momento magnetico. Le cariche leptoniche dei leptoni e degli antileptoni, così come le cariche barioniche dei barioni e degli antibarioni, sono di segno opposto.

I concetti di particella e di antiparticella sono relativi; è solo una questione di convenzione quale chiamare particella e quale antiparticella. Si dice che l'elettrone è una particella ed il positrone è un'antiparticella per la sola ragione che nel nostro Universo predominano gli elettroni ed i positroni sono rari. Ma nulla impedirebbe di chiamare particella il positrone ed antiparticella l'elettrone.

2. L'esistenza della prima antiparticella, il *positrone*, è stata teoricamente prevista da Dirac nel 1931 e nel 1932 Anderson (n. 1905) la trovò nei raggi cosmici. Dirac aveva basato la sua previsione sull'analisi di una equazione d'onda relativistica, che egli stesso aveva ricavato, e sul principio di Pauli. Poiché la teoria di Dirac esce dal quadro di questo corso, basterà segnalare che questa teoria non riesce a chiarire la questione delle particelle ed antiparticelle. Infatti, questa teoria è stata stabilita per l'elettrone, che ha spin 1/2, e quindi la teoria riguarda solo i fermioni; ma anche i bosoni hanno le loro antiparticelle. La prova dell'esistenza delle antiparticelle costituisce un risultato molto più importante di quanto si potesse credere. La moderna teoria quantistica risolve il problema, ma noi non possiamo esporlo qui.

Anderson scoprì il positrone studiando le fotografie delle tracce lasciate dai raggi cosmici in una camera Wilson. La traccia lasciata dal positrone era perfettamente simile a quella lasciata da un elettrone, ma in presenza di campo magnetico le traiettorie di queste due particelle si incurvano in direzioni opposte. Questo dimostrava che la particella sconosciuta era carica positivamente. Per precisare la direzione del percorso occorreva aumentare la curvatura della traiettoria. Perciò Anderson interpose uno schermo di piombo che il positrone doveva attraversare subendo così un rallentamento. Dopo il rallentamento, la diminuzione del raggio di curvatura diviene

molto più evidente e questo permette di calcolare l'energia della particella in modo più preciso. Se la particella fosse stata un protone, il percorso corrispondente all'energia calcolata avrebbe dovuto essere 10 volte più piccolo di quello osservato. Questo implica che la massa della particella positiva, appena scoperta, doveva essere nettamente minore della massa del protone.

Nel 1933, poco tempo dopo la scoperta di Anderson, Blackett (1897-1974) e Occhialini (n. 1907) scoprirono nei raggi cosmici gli *sciami di elettroni e positroni*, per mezzo di una camera Wilson comandata da contatori. La camera, che era disposta tra due contatori, entrava in funzione soltanto quando i due contatori venivano attraversati entrambi da una particella ionizzante carica. In quell'istante veniva scattata la fotografia; misurando il raggio di curvatura delle tracce, i ricercatori confermarono l'esistenza del positrone.

3. Nel vuoto, in assenza di materia, *il positrone è stabile esattamente come l'elettrone.* Ma quando un positrone incontra un elettrone, si osserva il processo di annichilazione, cioè al posto delle due particelle vengono creati due, tre o più quanti di radiazione (fotoni). Non vi può essere creazione di un solo quanto γ poiché altrimenti verrebbe violata la legge di conservazione dell'impulso. Questa conclusione diviene evidente se si esamina il processo in sistema baricentrico, e se si osserva che il numero di quanti γ prodotti non dipende dal sistema di riferimento. Si deve quindi concludere che, quale che sia il sistema di riferimento, non vi può mai essere emissione di un solo quanto γ.

Al contrario, un solo quanto γ può provocare la creazione di una *coppia* e^+, e^-, a condizione che l'energia del quanto γ sia almeno uguale all'energia propria della coppia $2m_ec^2$. Il processo detto di *materializzazione del fotone* può avvenire soltanto in presenza di un *terzo corpo*, un nucleo atomico ad esempio, al fine di assicurare la conservazione dell'impulso. Infatti, nel sistema del baricentro della coppia, l'impulso di e^+, e^- sarebbe nullo, benché l'impulso del quanto γ sia diverso da zero. In presenza di un nucleo atomico, l'impulso del quanto γ viene trasferito a questo nucleo; in un sistema di riferimento arbitrario, l'impulso del quanto scomparso (materializzato) viene suddiviso tra tre particelle: il nucleo, l'elettrone ed il positrone. In queste condizioni la conservazione dell'impulso è assicurata.

I positroni possono essere prodotti anche per radioattività positronica e per altri processi di trasformazione mutua di particelle nucleari ed elementari. I principali processi di produzione di positroni sono la creazione di coppie e^+, e^- generate da quanti γ di alta energia e la radioattività positronica.

Nella collisione di positroni lenti con atomi, i positroni possono catturare elettroni dall'atomo. In questo caso si possono formare sistemi legati formati da un positrone ed un elettrone; questo sistema legato viene chiamato *positronio.* Il positronio può assumere due configurazioni: l'*ortoposi-*

tronio, quando gli spin di e^+, e^- sono paralleli, ed il *parapositronio*, quando gli spin sono antiparalleli. Il positronio è una particella instabile poiché si disintegra in quanti γ per annichilazione. Il parapositronio si annichila in due quanti γ con un periodo di $1{,}25 \cdot 10^{-10}$ s e l'ortopositronio in tre quanti γ con un periodo di $1{,}4 \cdot 10^{-7}$ s. Il positronio è il più semplice sistema di particelle legato da forze puramente elettromagnetiche (senza intervento di interazioni forti); per questa ragione lo studio del positronio contribuisce alla verifica delle proposizioni dell'elettrodinamica quantistica.

4. Nel 1955 un gruppo di fisici americani, lavorando con l'acceleratore di Berkeley (energia massima 6,3 GeV) scopersero l'*antiprotone.* Per la legge di conservazione della carica barionica (cfr. § 108), l'antiprotone può essere prodotto soltanto in coppia con un protone (o con un neutrone, se la conservazione della carica elettrica è assicurata). Gli antiprotoni vengono prodotti nelle collisioni di protoni accelerati con protoni (la targhetta era costituita da nuclei di rame). L'energia di soglia (nel sistema del laboratorio in cui la targhetta è a riposo) è uguale a 5,6 GeV (cfr. § 107, n. 4). Un sistema di deviazione magnetica permetteva di avere il trigger cioè di separare le particelle cariche negativamente, di cui la maggioranza consiste di mesoni π^-. La principale difficoltà consiste nel trovare gli antiprotoni nella massa dei mesoni π^- (ad un'energia di 6,2 GeV, vi è un solo antiprotone su 62 000 mesoni π^-). Le masse delle particelle venivano determinate misurando il loro impulso (determinato attraverso la deviazione subita in un campo magnetico) e la loro velocità. La velocità veniva determinata con due metodi indipendenti: misurando il tempo di volo tra due contatori a luminescenza e usando dei contatori Čerenkov. Questi ultimi venivano regolati per registrare soltanto particelle con velocità uguale a quella degli antiprotoni, senza reagire alla presenza dei mesoni π^-, i quali hanno velocità più elevate. I moderni acceleratori permettono di ottenere fasci di antiprotoni con un numero di particelle di 10^6.

L'anno successivo alla scoperta dell'antiprotone venne scoperto l'*antineutrone.* Gli antineutroni vengono prodotti nella reazione

$$\bar{p} + p \rightarrow n + \bar{n} \tag{106.1}$$

La creazione dell'antineutrone viene rivelata dalla sua annichilazione con i nucleoni. Essendo neutro, l'antineutrone non ionizza la materia che attraversa e non si lascia rivelare; ma a seguito dell'annichilazione dell'antineutrone vengono prodotte alcune particelle cariche le cui tracce partono tutte dallo stesso punto.

5. Poiché il positrone e l'antiprotone sono stabili come le corrispondenti particelle, la fisica deve ammettere l'esistenza dell'*antimateria.* I nuclei degli atomi di antimateria sono costituiti da antiprotoni e antineutroni circondati da una nuvola di positroni. Il primo antinucleo, l'antideutone $\bar{d}$, è stato ottenuto in USA da Lederman (n. 1922) e dalla sua équipe in un accelerato-

re nel 1965. Nel 1969, nell'acceleratore di Serpukhov (76 GeV), Ju.D. Prokoškin (n. 1929) e collaboratori hanno scoperto la presenza di un nucleo di antielio $^3\overline{He}$, formato da due antiprotoni ed un antineutrone. Nel 1974, sempre a Serpukhov, è stato ottenuto il nucleo di *antitritio* $^3\overline{H}$, formato da un antiprotone e da due antineutroni. Gli astronomi non hanno mai trovato antimateria nella parte espolorata dell'Universo. (Nei raggi cosmici primari si registra il numero di antiprotoni circa 10^3-10^4 di volte inferiore a quello di protoni.) Se la dissimmetria materia-antimateria esiste di fatto, la causa deve essere ricercata nell'origine e nell'evoluzione dell'Universo.

Non solo l'elettrone ed il positrone, ma tutte le coppie di particella ed antiparticella hanno la proprietà di annichilarsi quando vengono a contatto. L'annichilazione di particelle ed antiparticelle pesanti, assieme ai pochi quanti γ, genera altre particelle leggere più numerose. La ragione di ciò viene riferita al fatto che l'annichilazione e^+ con e^- risulta da un *interazione elettromagnetica*, mentre l'annichilazione di particelle ed antiparticelle pesanti (adroni) richiede l'intervento dell'*interazione forte*. Perciò nell'annichilazione protone-antiprotone vengono prodotti soprattutto mesoni π, mentre la parte di quanti γ emessi diventa molto piccola. La probabilità di annichilazione con produzione di molti mesoni π è maggiore di quella del processo con produzione di due mesoni π. Il numero medio di mesoni π (carichi e neutri) prodotti nell'annichilazione protone-antiprotone è uguale a circa 4,8, mentre il numero medio di mesoni carichi è circa 3,1.

§ 107. *Leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso e loro applicazioni*

1. Nella fisica delle particelle elementari, le leggi di conservazione divengono notevolmente più importanti di quanto non siano nella fisica macroscopica. Si conoscono meglio le leggi esatte della dinamica, che regolano il comportamento dei corpi macroscopici, di quanto non si conoscano le leggi di conservazione, anche se queste ultime spesso consentono di trovare delle soluzioni nella fisica macroscopica senza che sia necessario spiegare il meccanismo del fenomeno. Poiché le leggi di conservazione nella fisica macroscopica vengono dedotte dalle leggi della dinamica, si può in linea di principio, evitarne l'uso nella fisica dei corpi macroscopici.

La situazione è molto diversa nella fisica delle particelle elementari. Non abbiamo ancora delle teorie veramente utilizzabili, ma sappiamo che le leggi di conservazione sono sempre verificate. Alcune di queste leggi sono le stesse usate nella fisica macroscopica, tuttavia la maggioranza è costituita da nuove leggi. D'altra parte, nel microcosmo le leggi di conservazione sono rispettate molto più rigorosamente che nella fisica del macrocosmo, dove un fenomeno che soddisfi a tutte le leggi di conservazione può benissimo

non prodursi. Infatti, ad esempio, questo capita quando si pone una barriera sufficientemente alta sulla traiettoria di una pallina che rotola su di un piano orizzontale non avendo l'energia sufficiente per superare la barriera. Secondo le leggi classiche la pallina non può superare la barriera, anche se questo non mette in crisi la legge di conservazione dell'energia ed altre leggi di conservazione. Nel microcosmo, le interdizioni di passaggio dovute a barriere non esistono, poiché vigono leggi quantistiche (cfr. § 28). *Nel microcosmo, ogni fenomeno che rispetta tutte le leggi di conservazione deve necessariamente avvenire.* La probabilità del fenomeno può essere molto piccola, ma prima o poi il fenomeno deve avvenire, a condizione che le leggi di conservazione siano rispettate.

2. Oggi possiamo affermare che ogni legge di conservazione è legata ad un certo tipo di *simmetria delle leggi naturali*, anche se non conosciamo ancora la simmetria di tutte le leggi. Alla base delle leggi di conservazione dell'energia $\mathscr{E}$, dell'impulso $\boldsymbol{P}$ e del momento della quantità di moto $\boldsymbol{M}$, si trovano rispettivamente l'*omogeneità del tempo*, l'*omogeneità* e l'*isotropia dello spazio.* Abbiamo già fatto un'allusione, nel vol. I, al fatto che lo spazio ed il tempo non implicano l'idea di esistenza delle grandezze fisiche. Supponendo che il lettore del presente volume abbia già iniziato lo studio della meccanica razionale, si può aggiungere che le suddette proprietà del tempo e dello spazio nella meccanica classica vengono espresse dall'*invarianza della funzione di Lagrange* (lagrangiana, o da quella di Hamilton, *hamiltoniana*) rispetto ai cambiamenti dell'origine dei tempi, dell'origine delle coordinate e rispetto alle rotazioni degli assi. In meccanica quantistica la situazione è la stessa, ma non soffermiamoci su questo punto.

Le leggi di conservazione esatte, che devono essere verificate in ogni interazione, sono le seguenti: *conservazione dell'energia, dell'impulso, del momento della quantità di moto, della carica elettrica, della carica barionica* e *delle tre cariche leptoniche.* Le leggi di conservazione della *stranezza*, del *charm*, della *bellezza* e dello *spin isotopico*, così come alcune altre, sono leggi approssimate e non necessariamente verificate in ogni interazione. Tuttavia occorre osservare che la conservazione delle cariche barionica e leptonica è una legge empirica e non possiede fondamenti tanto profonde come la conservazione di $\mathscr{E}$, $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{M}$. La ricerca dei fenomeni caratterizzati dalla violazione di cariche barionica e leptonica B e L, rispettivamente, è una delle direzioni più importanti delle ricerche sperimentali di oggi (cfr. § 108, nn. 3, 4).

3. Esamineremo ora le principali leggi di conservazione, quella dell'energia e dell'impulso ed alcune loro applicazioni.

In fisica delle particelle elementari, oltre all'energia di riposo, l'energia si presenta soltanto sotto forma di energia *cinetica* ed energia *potenziale.* L'energia totale $\mathscr{E}$ è uguale alla somma di queste due ed è legata alla massa relativistica del sistema dalla relazione $\mathscr{E} = m_{\text{rel}}c^2$. Il sistema di unità di misura, usato più frequentemente in questa sezione della fisica, è definito

prendendo la velocità c della luce come unità (così come la costante $\hbar$). L'energia totale di una particella $\mathscr{E} = m_{rel}c^2 = m_{rel}$ ed il quadrato del quadrivettore energia-impulso diventa

$$\mathscr{E}^2 - P^2 = m^2, \qquad (107.1)$$

dove m è la *massa a riposo* della particella, detta anche *massa invariante* (non si utilizza più la notazione m_0, la massa totale viene indicata con m_{rel}). Ne segue che, in questo sistema di unità, l'energia, l'impulso e la massa hanno la *stessa dimensione* e vengono generalmente espresse in GeV.

4. Per mezzo delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso, si può determinare la *soglia energetica* di qualsiasi reazione tra particelle. Calcoliamo, ad esempio, la soglia per la creazione di antiprotone nella reazione di collisione di due protoni:

$$\mathrm{p} + \mathrm{p} \to \mathrm{p} + \mathrm{p} + \mathrm{p} + \bar{\mathrm{p}}. \qquad (107.2)$$

Uno dei protoni (targhetta) è fisso, l'altro è il protone incidente. Occorre calcolare l'energia minima del protone incidente perché questa reazione sia possibile. Questo modo di porre il problema implica che la reazione sia riferita al sistema del laboratorio.

Passiamo per un momento al sistema del baricentro. In questo sistema, prima della colisione, i due protoni si muovono uno verso l'altro, ed il loro impulso totale è zero. È evidente che l'energia minima richiesta corrisponde alla situazione in cui, dopo la reazione, le quattro particelle prodotte sono a riposo. Ritorniamo al sistema del laboratorio. In questo sistema le quattro particelle sono dotate tutte della stessa velocità e quindi possiedono tutte lo stesso impulso (la massa del protone e dell'antiprotone è la stessa). Sia $\mathscr{E}$ l'energia cinetica del protone incidente; prima della collisione l'energia totale del sistema è uguale a $\mathscr{E} + 2m_p$. L'impulso $\boldsymbol{P}$ del protone incidente è uguale all'impulso dell'intero sistema prima della collisione e quindi anche all'impulso dopo la collisione. Dopo la collisione, il sistema è costituito da quattro particelle, la cui massa invariante totale è data da $4m_p$. Dalla formula (107.1) si ricava

$$(\mathscr{E} + 2m_p)^2 - P^2 = \mathrm{Inv} = (4m_p)^2.$$

In virtù di questa stessa formula, si può scrivere per il protone incidente

$$(\mathscr{E} + m_p)^2 - P^2 = \mathrm{Inv} = m_p^2$$

da cui $P^2 = \mathscr{E}^2 + 2\mathscr{E}m_p$. Eliminando P e dividendo per m_p si trova

$$\mathscr{E} = 6m_p = 5{,}63\ \mathrm{GeV}. \qquad (107.3)$$

5. Supponiamo che le particelle che entrano in collisione abbiano la stessa velocità (in valore assoluto ed in direzione). Le leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso impongono che la somma delle masse delle particelle formate nella reazione (prodotti di reazione) non possa essere superio-

re alla somma delle masse delle particelle iniziali. Si noti che si tratta di *masse invarianti* (masse a riposo). Supponiamo, ad esempio, che le particelle a_1, a_2 partecipino alla reazione $a_1 + a_2 \to b_1 + b_2 + \ldots$ Poiché le velocità delle particelle a_1 e a_2 sono eguali, si può riferire la reazione al sistema del baricentro, nel quale l'impulso totale del sistema è uguale a zero e l'energia totale è uguale alla somma delle masse $m_{a_1} + m_{a_2}$. Nello stato finale, l'impulso totale del sistema è ancora uguale a zero, ma le velocità delle particelle individuali potranno avere direzioni diverse. L'energia totale del sistema resta costante, ma potrà essere espressa per mezzo delle masse delle nuove particelle prodotte. Tuttavia non saranno più le masse a riposo (masse invarianti) ma le *masse relativistiche* (che sono maggiori). Si può quindi scrivere per le masse a riposo di tutte le particelle

$$m_{a_1} + m_{a_2} \geqslant m_{b_1} + m_{b_2} + \ldots \tag{107.4}$$

Questo risultato è valido anche nel caso di una particella che decade in altre.

6. Le leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso permettono di determinare la massa m e la vita media τ di particelle neutre come ad esempio, Λ^0 e K^0.

Quando una particella neutra passa attraverso gli atomi di un mezzo, essa non li spoglia dei loro gusci elettronici e non lascia quindi alcuna traccia del suo passaggio nei rivelatori (emulsioni fotosensibili, camera a bolle, camera Wilson, ecc.). Molto raramente, la particella neutra entra in collisione con un nucleo atomico e ne provoca la disintegrazione. Se in questa disintegrazione compaiono particelle cariche, queste si muovono in tutte le direzioni dal punto di collisione e lasciano tracce che formano la cosiddetta stella.

Dalla traccia lasciata da una particella si può ricavare una misura della sua energia e del suo impulso. Quanto maggiore è la lunghezza di una traccia (lasciata per esempio in una emulsione), tanto maggiore è l'energia della particella. Quanto più, in un punto della traccia, lo spessore è grande, ciò che corrisponde ad una maggior densità di granuli impressionati, tanto più la velocità della particella è piccola. (Questo vale per particelle non relativistiche, mentre nella regione relativistica l'ionizzazione è approssimativamente costante.) Si può determinare l'impulso della particella misurando la curvatura della sua traccia in un campo magnetico: $P = eRH$. La direzione dell'impulso $\boldsymbol{P}$ è quella della traccia.

Consideriamo ora il problema della determinazione dei parametri del mesone K^0 e dell'iperone Λ^0. Verso la fine degli anni quaranta, nei fotogrammi delle tracce lasciate da raggi cosmici nella camera Wilson, sono state notate tracce di coppie di particelle cariche provenienti da un punto detto di *biforcazione*. Molto spesso l'origine della biforcazione si trova vicino ad una stella. Si suggerì allora che, nella formazione della stella, potesse venir prodotte accanto alle particelle cariche anche particelle neutre che non lasciano traccia. Studi successivi hanno dimostrato che i rami delle

biforcazioni in certi casi erano tracce di mesoni π^+ e π^- ed in altri, tracce di protoni p e di mesoni π^-. L'ipotetica particella neutra il cui decadimento dà origine ai protoni ed ai mesoni viene indicata con V^0. Viene quindi avanzata l'ipotesi che la particella neutra debba decadere in uno dei seguenti canali:

$$V^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \quad V^0 \rightarrow p + \pi^-. \tag{107.5}$$

Per verificare questa ipotesi sono stati analizzati un gran numero di eventi, determinando ogni volta l'energia e l'impulso delle singole particelle cariche che costituiscono la biforcazione. Sommando le energie e gli impulsi (regola del parallelogrammo) delle due particelle si trova l'energia totale $\mathscr{E}$ e l'impulso $\boldsymbol{P}$ delle particelle, che deve essere uguale all'energia ed all'impulso della particella neutra ipotetica. Da questi dati si ricava la massa invariante della particella neutra

$$m = \sqrt{\mathscr{E}^2 - P^2}. \tag{107.6}$$

Si trova che le biforcazioni formate da mesoni $\pi^\pm$ vengono prodotte da una particella neutra ipotetica per la massa della quale si ottiene il valore di circa 0,500 GeV, mentre per le biforcazioni formate da protoni e mesoni π^- si ottiene il valore di circa 1,11 GeV. Questo risultato costituisce la prova che la formazione della stella è accompagnata da emissione di due particelle neutre diverse. La più leggera delle due è stata denominata mesone K^0 e la più pesante iperone Λ^0. Queste particelle decadono necessariamente secondo lo schema

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \quad \Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-. \tag{107.7}$$

Conoscendo l'impulso e la massa delle particelle K^0 e Λ^0, si può calcolare la loro velocità. Avendo misurato la distanza tra la stella e l'origine della biforcazione, e dividendo questa distanza per la velocità si ottiene il tempo di vita nel sistema del laboratorio. Poiché si conosce la velocità della particella, si può trovare la sua durata di vita nel sistema di riferimento in cui è a riposo. In questo calcolo si può porre costante la velocità della particella sul breve tragitto che separa la stella dall'origine della biforcazione, poiché la particella è neutra e quindi interagisce solo debolmente con il mezzo.

7. La vita media dell'iperone Λ^0 è stata determinata uguale a $12{,}6 \cdot 10^{-10}$ s, e dello stesso ordine di grandezza risulta la vita media del mesone K^0. Supponendo che la velocità della particella sia paragonabile a quella della luce, in questo intervallo di tempo essa percorre una distanza di 3 cm, che si può misurare senza difficoltà. La situazione è molto diversa quando si devono osservare particelle neutre la cui vita media è dell'ordine di 10^{-16} s ed anche meno. Ci si trova in questa situazione quando si studia il mesone π^0. Per mezzo delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso, è possibile determinare la massa e la vita media del π^0. La determinazione più precisa di queste grandezze è stata fatta studiando la reazione di decadimen-

to del mesone K^+:

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (107.8)$$

immediatamente seguita dalla reazione di decadimento del mesone π^0 secondo lo schema[1]:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + e^+ + e^-. \quad (107.9)$$

Poiché le particelle K^+ e π^+ sono cariche, l'analisi delle loro tracce consente di determinare il loro impulso e la loro energia. Conoscendo i valori di queste grandezze si può calcolare, dalla reazione (107.8), l'energia (totale) e quindi la velocità del mesone π^0. Successivamente occorre misurare la distanza che separa l'estremità della traccia del mesone K^+ ed il punto da cui partono le tracce della coppia e^+, e^-. Questa distanza è il percorso effettuato dal mesone π^0 durante la sua vita. La misura di questa distanza, che vale una frazione di micron, è al limite del possibile. Poiché la velocità del mesone π^0 è già nota, dalla misura della distanza percorsa si deduce il tempo di vita del mesone π^0 nel sistema del laboratorio. Quindi si calcola il tempo di vita nel sistema in cui il mesone π^0 è a riposo. Dagli ultimi dati risulta che

$$m_{\pi 0} = (264{,}113 \pm 0{,}008)m_e, \qquad \tau_{\pi 0} = (0{,}828 \pm 0{,}057) \cdot 10^{-16} \text{ s}.$$

8. Quando la vita media delle particelle neutre è ancora più corta, non si riesce più a misurare direttamente il percorso di queste particelle invisibili. La produzione ed il decadimento di una particella neutra avviene in una regione così piccola che non si riesce a distinguerla da un punto utilizzando metodi diretti. Ci si trova in questa situazione quando si studia la produzione ed il decadimento delle risonanze, la cui vita media è di circa 10^{-23} s e il percorso di 10^{-13} cm, ossia dell'ordine del diametro di un nucleo. Non si possono scoprire queste particelle e determinarne le masse e le vite medie se non ricorrendo a metodi indiretti, basati sull'applicazione delle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso e sul trattamento statistico dei dati mediante elaboratore. Illustriamo questo lavoro con un esempio.

Nel 1961, un gruppo di fisici di Berkeley (USA) trovò una particella neutra chiamata risonanza ω^0. Una grande camera a bolle contenente idrogeno venne sistemata sul percorso di un fascio di antiprotoni $\bar{p}$ che uscivano dall'acceleratore con un'energia cinetica $\mathcal{E}_{cin} \approx 1{,}61$ GeV. Nella collisione degli antiprotoni con i protoni (nuclei d'idrogeno) vengono prodotti mesoni $\pi^\pm$ e π^0. È chiaro che la carica elettrica totale di tutte le particelle formate deve essere uguale a zero; risulta anche facile determinare il limite superiore del numero N di mesoni π prodotti.

---

[1] La probabilità del suo decadimento è 80 volte minore di quella del decadimento $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, ma per nostri scopi importa il decadimento (107.9).

Poiché il fascio incidente contiene solo antiprotoni e in ogni collisione partecipano due particelle $\bar{p}$ e p, l'energia totale di queste particelle è uguale a $\mathscr{E}_{cin} + 2m_p$. L'impulso del sistema prima e dopo la collisione è evidentemente uguale all'impulso $\boldsymbol{P}$ dell'antiprotone. La quantità $(\mathscr{E}_{cin} + 2m_p)^2 - P^2$ è un invariante uguale al quadrato della massa invariante del sistema. Questa quantità non cambia a causa dell'urto, ma dopo la collisione possiamo scriverla nella forma Nm_π, a patto di trascurare la differenza di massa tra mesoni carichi e neutri. Nel sistema del baricentro il numero massimo N di mesoni π corrisponde al caso in cui vengano prodotti a riposo. In questo sistema, la massa invariante totale di tutti i mesoni è Nm_π e, poiché è la stessa in tutti i sistemi di riferimento, si può scrivere

$$(\mathscr{E}_{cin} + 2m_p)^2 - P^2 = (nm_\pi)^2. \qquad (107.10)$$

Per l'antiprotone incidente, la quantità $(\mathscr{E}_{cin} + m_p)^2 - P^2$ è un invariante uguale a m_p^2. Se ne ricava che $P^2 = \mathscr{E}_{cin}^2 + 2m_p\mathscr{E}_{cin}$. Eliminando P tra le due ultime equazioni si ottiene

$$N^2 = 2m_p(\mathscr{E}_{cin} + 2m_p)/m_\pi^2. \qquad (107.11)$$

Sostituendovi $m_p = 0{,}938$ GeV, $m_\pi = 0{,}140$ GeV, $\mathscr{E}_{cin} = 1{,}61$ GeV, si trova $N \approx 18$. In realtà questo limite superiore non si raggiunge per le energie considerate, ma vale in media 5-6. Sono state registrate su fotogrammi le stelle (gli eventi) prodotte dai mesoni π carichi. I ricercatori hanno selezionato dapprima 2500 stelle a quattro rami (stelle con quattro tracce uscenti dal vertice della interazione). Misurando le tracce di ogni evento, si può calcolare la massa invariante totale del sistema dei quattro mesoni π. Se queste fossero le sole particelle prodotte nella collisione $\bar{p}p$ iniziali, la massa invariante di ogni evento dovesse essere uguale alla massa iniziale $2m_p$. Questa situazione si presenta raramente. Si sarebbe ottenuto lo stesso risultato se l'evento fosse stato prodotto dal decadimento in quattro mesoni π di una particella neutra, prodotta a sua volta nella collisione antiprotone-protone. Anche questo evento è raro.

Venne quindi avanzata l'ipotesi che ogni evento debba essere completato da una o più particelle neutre non identificate. Vi erano ragioni per supporre che in determinati eventi venisse prodotta una sola particella neutra, che indicheremo con ω^0. L'energia totale $\mathscr{E}$ e l'impulso totale P del sistema non variano nella collisione. I valori di queste grandezze sono noti poiché gli antiprotoni vengono estratti dall'acceleratore con un'energia predeterminata. Si può quindi calcolare l'energia e l'impulso della particella ω^0 per mezzo delle formule seguenti:

$$\mathscr{E}_{\omega 0} = \mathscr{E} - \mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_3 - \mathscr{E}_4, \quad P_{\omega 0} = P - P_1 - P_2 - P_3 - P_4$$

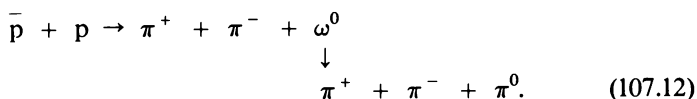
e la sua massa invariante mediante la formula $m_{\omega 0}^2 = \mathscr{E}_{\omega 0}^2 - P_{\omega 0}^2$. Gli indici sono riferiti alle energie ed agli impulsi di ciascun mesone π carico. Si trova che $m_{\omega 0} \approx 0{,}135$ GeV è il valore che caratterizza il mesone π^0. Tra i 2500

eventi a quattro rami, ne vennero selezionati 800, ciascuno dei quali contiene un mesone π^0.

Dalla misura delle tracce si determina l'energia e l'impulso di ciascun mesone π carico, e dalle formule date si può calcolare l'energia e l'impulso del mesone neutro π^0.

L'analisi dei gruppi di quattro e di tre mesoni π carichi permette di ottenere la massa invariante corrispondente a questi gruppi. Se si riporta sull'asse di ascisse la massa invariante di tre mesoni π carichi e su quello di ordinate il numero di casi, per piccoli intervalli prefissati di energia in cui compaioni questi tre mesoni, si ottiene una curva dall'andamento monotono. Proprio l'andamento monotono della curva, che non presenta massimi o minimi degni di nota, testimonia che la presenza delle masse corrispondenti in ciascun gruppo di tre o quattro mesoni π carichi non è assolutamente correlata ma anzi si tratta di eventi casuali regolati dalle leggi della statistica.

Se si procede invece ad un'analisi per gruppi di tre mesoni π, ciascuno con un mesone neutro, la curva che si ottiene presenta un andamento molto diverso. Ad un certo punto della curva compare un massimo alto e stretto, che dimostra che le tre particelle considerate non sono indipendenti ma correlate. Ciò dipende dal fatto che i tre mesoni sono il risultato del decadimento di *una stessa* particella neutra che viene prodotta nella collisione $\bar{p}p$. Questa è la particella che abbiamo indicato con ω^0. La reazione considerata possiede quindi un canale nel quale interviene la particella neutra ω^0 intermedia:

$$\begin{array}{l} \bar{p} + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \omega^0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \downarrow \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \pi^+ + \pi^- + \pi^0. \end{array} \tag{107.12}$$

Al picco della curva corrisponde una certa massa che si ammette essere la massa della particella ω^0. Questo spiega perché la particella ω^0 sia stata definita *particella di risonanza* o semplicemente *risonanza.* La risonanza è caratterizzata dalla sua larghezza (semilarghezza) Γ, conoscendo la quale si determina la vita media della particella, $\tau \sim \frac{\hbar}{\Gamma}$. Per la risonanza ω^0 si trova $m_{\omega^0} = (782,6 \pm 0,3)$ GeV, $\Gamma = 10,1$ MeV ($\tau \approx 6,52 \cdot 10^{-23}$ s).

9. Facciamo alcune osservazioni a proposito della conservazione del momento di quantità di moto. Sia in meccanica classica che in meccanica relativistica quest'ultimo è definito dalla stessa formula $\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{rP}]$. In meccanica quantistica il momento orbitale $\boldsymbol{M}$ è definito dalla stessa formula ma espressa tramite operatori. Il momento proprio, ossia quello di spin si determina in un'altro modo (cfr. § 36, n. 5). La considerazione dettagliata di questo problema supera i limiti di un corso di Fisica Generale. Nella meccanica quantistica il momento di quantità di moto si quantizza ed inoltre una particella può possedere un momento intrinseco ossia uno spin.

Tuttavia vi deve essere conservazione del momento totale (orbitale + spin). Per esempio, nel sistema del baricentro, nel decadimento $\varrho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, il momento di spin vale 1 e i pioni vengono prodotti nello stato *p*, mentre nel decadimento $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$, lo spin della Λ° è $\frac{1}{2}$ ed il protone ed il π^- possono trovarsi in uno stato *s* oppure *p*.

§ 108. *Leggi di conservazione delle cariche elettrica, leptoniche e barionica*

1. Queste tre leggi di conservazione sono leggi esatte e vengono rispettate in ogni tipo di interazione (forte, elettromagnetica, debole; per l'interazione gravitazionale la loro validità non è ancora stata confermata). Non si conosce nè la loro origine nè il tipo di simmetria al quale queste leggi sono legate. Per qualche ragione ponderabile si crede che la legge di conservazione di carica elettrica è esatta (la massa del fotone è nulla, mentre da esperimenti è stato stabilito che $m_f < 10^{-21}\, m_e$). Le leggi di conservazione di cariche leptoniche e barionica sono invece, empiriche e quindi non si può escludere loro violazioni (cfr. nn. 3, 4).

La carica elettrica Q di una particella assume due funzioni diverse. Da un lato, la carica è *sorgente di un campo di forza*, e dall'altro è un *numero quantico*, che caratterizza la particella. Dalle nostre conoscenze attuali risulta che le cariche leptoniche e barionicha non sono sorgenti di alcun campo di forza a lungo raggio d'azione. Queste sono solo numeri quantici che caratterizzano le proprietà intrinseche delle particelle elementari.

2. Si distinguono tre tipi di cariche leptoniche: quella *elettronica* L_e (sia per e che per ν_e), quella *muonica* L_μ (per μ e ν_μ) e quella del tau L_τ (per τ e ν_τ); vi è invece una sola carica barionica, indicata con B.

Per mezzo delle cariche leptoniche, si riesce ad interpretare facilmente la legge sperimentale secondo cui, in ogni sistema isolato, quali che siano i processi che avvengono, la differenza tra il numero di leptoni e di antileptoni di ogni tipo resta costante. Lo stesso si applica anche ai barioni. Per convenzione è stato fissato che la carica L_e è uguale a + 1 (per e^- e per ν_e), la carica L_μ = + 1 (per μ^- e per ν_μ), la carica L_τ = + 1 (per τ^+ e per $\bar{\nu}_\tau$). Per gli antileptoni, i tre tipi di carica leptonica sono uguali a -1 (per e^+, $\bar{\nu}_e$, μ^+, $\bar{\nu}_\mu$, τ^-, $\bar{\nu}_\tau$). La carica leptonica di tutte le altre particelle elementari è stata posta uguale a zero. La carica barionica è stata posta uguale a $+1$ per tutti i barioni e per tutte le risonanze barioniche ed a -1 per le corrispondenti antiparticelle. Tutte le cariche sono additive. Questo implica che in un sistema composto la carica totale di un certo tipo è uguale alla somma delle cariche di questo tipo, portate da tutte le particelle elementari che fanno parte del sistema. Ad esempio, la carica barionica di un nucleo atomico è uguale alla somma delle cariche barioni-

che dei nucleoni che lo compongono, in altri termini la carica barionica di un nucleo è uguale al numero atomico A.

3. Non si conoscono casi in cui la legge di conservazione della carica leptonica sia stata violata, tuttavia la precisione con cui si riesce a verificare questa legge non è molto elevata. Non è dunque affatto escluso che si tratti di una legge approssimata e che in certe condizioni potrebbe essere violata. Se così fosse, il vuoto potrebbe essere la sede delle trasformazioni di neutrini in antineutrini, e viceversa, ma anche di un tipo di neutrino in altri tipi. Mettere in evidenza questo fenomeno presenterebbe un interesse indiscutibile.

La legge di conservazione della carica leptonica impone, per esempio, che nel caso del decadimento elettronico β^- ($n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$) la produzione dell'elettrone debba essere accompagnata dalla produzione di un antineutrino elettronico, poiché la carica leptonica totale di queste due particelle è uguale a zero. Nel caso di decadimento positronico β^+ ($p \to$ $\to n + e^+ + \nu_e$), invece, il positrone deve essere accompagnato da un neutrino elettronico.

La legge di conservazione della carica leptonica permette di spiegare la mancanza di processi del tipo

$$\nu_e + p \nrightarrow e^+ + n, \qquad \nu_\mu + p \nrightarrow \mu^+ + n, \tag{108.1}$$

benché tutte le altre leggi di conservazione siano soddisfatte. D'altra parte, i processi

$$\bar{\nu}_e + p \to e^+ + n, \qquad \nu_\mu + p \to \mu^+ + n \tag{108.2}$$

che soddisfano la legge di conservazione della carica leptonica sono stati sperimentalmente osservati. Il primo di questi processi avviene nei reattori nucleari, nei quali gli antineutrini elettronici interagiscono con i protoni presenti, il secondo è stato osservato negli acceleratori di alta energia, nei quali gli antineutrini muonici vengono prodotti nelle reazioni di decadimento dei mesoni π^- e K^-:

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \qquad K^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

Questi antineutrini interagiscono successivamente con i protoni presenti.

Gli esempi (108.1) e (108.2) dimostrano che i neutrini (elettronici e muonici) non sono identici agli antineutrini. Nel 1962 è stato dimostrato (in particolare tenendo conto dell'irrealizzabilità della reazione $\nu_\mu + n \to$ $\to e^- + p$) che ν_e e ν_μ sono particelle diverse. A queste particelle sono state assegnate cariche leptoniche L_e ed L_μ diverse ed analoghe considerazioni si applicano ai leptoni $\tau^\pm$ e ai neutrini del tau ν_τ, $\bar{\nu}_\tau$ ed alla carica leptonica L_τ corrispondente.

4. Dalla legge di conservazione della carica barionica deriva la conseguenza che il protone non può trasformarsi, per esempio, in un positrone ed in un fotone, anche se ciò non viola nè la legge di conservazione dell'e-

nergia nè alcuna altra legge di conservazione. Se questa trasformazione fosse possibile, avrebbe portato come conseguenza ad inevitabile annichilazione degli atomi, poiché i positroni prodotti si annichilirebbero con gli elettroni atomici. Questa stessa legge impone che un antibarione può essere prodotto soltanto assieme ad un barione. Per esempio, l'antiprotone viene prodotto nella reazione $p + p \to p + p + p + \bar{p}$. La collisione di due protoni può portare alla produzione di due antiprotoni, a condizione che simultaneamente vengano prodotti anche due nuovi protoni, ciò porta a sei il numero di particelle finali ed innalza notevolmente la soglia della reazione (cfr. § 107, n. 4). Analogamente tra i prodotti di decadimento di un barione deve necessariamente essere presente anche un barione. Possono comparire anche altri barioni, ma devono essere accompagnati da un numero di antibarioni inferiore di un'unità. Queste considerazioni si applicano anche ai leptoni.

Non è affatto escluso che la legge di conservazione della carica barionica non sia una legge esatta, rigorosa. Nelle teorie unitarie (dette di Grande unificazione) si ammette la possibilità di un decadimento del protone in particelle più leggere, per esempio $p \to \pi^0 + e^+$. Questo decadimento implica una variazione della carica barionica. Fino ad ora nessuna esperienza ha permesso di mettere in evidenza il decadimento del protone, a cui si attribuisce una vita media $\tau > 10^{32}$ anni.

Problemi

1. Determinare la soglia di produzione di un antiprotone:
a) nella collisione tra un elettrone incidente ed un protone a riposo;
b) nella collisione tra un elettrone incidente ed un elettrone a riposo;
c) nella collisione tra un fotone incidente ed un protone a riposo;
d) nella collisione tra un fotone incidente ed un elettrone a riposo.

Nota. Si prenda come esempio il problema dato nel § 107, n. 4. Le reazioni verranno scritte tenendo conto della legge di conservazione della carica barionica ed in particolare del fatto che l'antiprotone viene sempre prodotto assieme ad un protone. Si sceglieranno quindi le reazioni seguenti:

$$\text{a) } e^- + p \to e^- + p + p + p, \qquad (108.3)$$
$$\text{b) } e^- + e^- \to e^- + e^- + p + p, \qquad (108.4)$$
$$\text{c) } \gamma + p \to \gamma + p + p + p, \qquad (108.5)$$
$$\text{d) } \gamma + e^- \to \gamma + e^- + p + p. \qquad (108.6)$$

Nel caso di reazioni nelle quali partecipano quanti γ, si utilizza la relazione $P_\gamma = \mathcal{E}_\gamma$. La soglia della reazione corrisponde al caso in cui, dopo la reazione, l'energia del quanto γ tende a zero. Le soglie delle reazioni scritte sono:

$$\text{a) } 4m_p + 2m_e = 3{,}754 \text{ GeV} \qquad (108.3a)$$
$$\text{b) } 2m_p (m_p/m_e + 2) = 3446 \text{ GeV} \qquad (108.4a)$$
$$\text{c) } 4m_p = 3{,}753 \text{ GeV} \qquad (108.5a)$$
$$\text{d) } 2(m_p/m_e + 1)m_p = 1724 \text{ GeV} \qquad (108.6a)$$

2. Determinare la soglia della reazione

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^0. \qquad (108.7)$$

Risposta.

$$2m_{\pi^0} + m_{\pi^0}^2/2m_p = 284 \text{ MeV}. \qquad (108.7a)$$

3. Il mesone K^+ decade secondo lo schema $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Al diminuire della velocità del mesone nel mezzo, la sua traiettoria diviene via via più sinuosa (ciò significa che la parti cella « sente » la presenza degli atomi) e termina nel punto d'arresto della particella. In questo punto compaiono le due particelle μ^+ e ν_μ, di cui la prima, il muone carico μ^+, lascia una traccia, mentre la seconda, il neutrino, non ne lascia alcuna. Secondo la traccia della particella carica si può giudicare il carattere del processo. Calcolare l'energia del muone e quella della particella neutra nel punto da cui partono.

Eseguire lo stesso calcolo sostituendo il mesone K^+ con il mesone π^+:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu.$$

Soluzione. L'energia totale del mesone a fine corsa è uguale alla sua massa m_{K^+}. Indicando con $\mathscr{E}_\mu$ ed $\mathscr{E}_\nu$ le energie totali del muone e del neutrino nel momento in cui vengono prodotti, si deve avere

$$\mathscr{E}_\mu + \mathscr{E}_\nu = m_K.$$

Per il muone μ

$$\mathscr{E}_\mu^2 - P_\mu^2 = m_\mu^2.$$

Per il neutrino $P_\nu = \mathscr{E}_\nu$. Da queste tre equazioni si ricava in modo univoco (poiché $\mathscr{E}_\mu \neq \mathscr{E}_\nu$)

$$\mathscr{E}_\mu = m_K/2 + m_\mu^2/2m_K, \quad \mathscr{E}_\nu = m_K/2 - m_\mu^2/2m_K.$$

La particella più leggera, cioè il neutrino, possiede l'energia più piccola. Ci si può domandare se ciò non sia in contrasto con l'affermazione che, nel decadimento di una particella a riposo, la maggior parte dell'energia viene presa dalla particella più leggera. Non vi è alcuna contraddizione, poiché l'affermazione si riferisce all'energia cinetica e non a quella totale. Le energie cinetiche delle particelle sono uguali a

$$\mathscr{E}_\mu^{\text{cin}} = m_{K^+}/2 + m_\mu(1 - m_\mu/2m_{K^+}) = 152 \text{ MeV},$$
$$\mathscr{E}_\nu^{\text{cin}} \equiv \mathscr{E}_\nu = m_{K^+}/2 - m_\mu^2/2m_{K^+} = 236 \text{ MeV}.$$

Nel caso del decadimento del mesone π^+, si utilizzano le stesse formule sostituendo m_{K^+} con m_π. Si trova $\mathscr{E}_\mu^{\text{cin}} = 4{,}36$ MeV, $\mathscr{E}_\nu^{\text{cin}} = = 29{,}8$ MeV. Poiché, per la regola generale (107.4), si ha $m_{K^+} > m_\mu$, $m_{\pi^+} > m_\mu$, si ha sempre $\mathscr{E}_\nu^{\text{cin}} > \mathscr{E}_\mu^{\text{cin}}$.

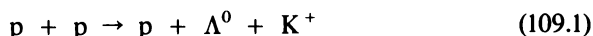
Nel decadimento del mesone K^+, l'energia cinetica del muone è uguale a 152 MeV, mentre nel decadimento π^+ l'energia cinetica del μ è di soli 4,36 MeV. Ne segue che la traccia lasciata dal muone nel decadimento del K^+ deve essere notevolmente più lunga della traccia del muone prodotto dal π^+. Questo permette di distinguere questi due decadimenti.

§ 109. *Altre leggi di conservazione e numeri quantici*

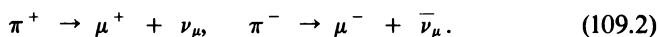
1. Osserviamo che gli iperoni vengono prodotti nelle collisioni degli adroni di alta energia. Questo testimonia che la loro produzione è legata all'interazione *forte*. Si potrebbe ricavarne la conclusione che la loro vita

media debba essere dell'ordine di 10^{-23} s, tempo caratteristico dei processi legati alle interazioni forti, tuttavia questo tempo è di circa 10^{13} volte più breve di quello trovato sperimentalmente.

Il problema del comportamento strano delle particelle è stato risolto sulla base dell'ipotesi di produzione delle particelle in coppie, che è stata confermata mediante gli acceleratori. D'altra parte, è stato stabilito che, nelle collisioni di mesoni π o di nucleoni con nucleoni, gli iperoni sono sempre prodotti a *coppie* o a *gruppi più numerosi* assieme a mesoni K o ad altri tipi di iperoni. Precedentemente, venivano osservate soltanto produzioni simultanee di particelle ed antiparticelle, ma nei processi citati si vedevano apparire coppie di particelle di tutt'altro tipo. Nel caso di collisione di due protoni, è stata osservata la reazione

$$p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + K^+ \tag{109.1}$$

nella quale l'iperone Λ^0 appare sempre associato al mesone K^+ oppure all'iperone Σ^+ e mai associato al mesone K^- o all'iperone Σ^-.

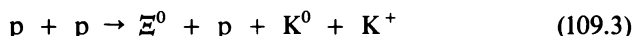
Poiché questo comportamento sembrava strano, gli iperoni ed i mesoni K sono stati battezzati con il nome di *particelle strane*. Anche i mesoni K sono caratterizzati da una vita media relativamente lunga (1 o 2 ordini di grandezza più lunga di quella degli iperoni), cioè una vita media paragonabile a quella dei pioni carichi. Questi ultimi decadono secondo il meccanismo dell'interazione debole, soprattutto secondo lo schema

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \tag{109.2}$$

Questo suggerisce che anche il decadimento degli iperoni e dei mesoni K proceda secondo il meccanismo dell'*interazione debole*. Tutti i dati di cui si dispone giustificano questa conclusione. Per esempio, nella gamma di energie di cui si tratta, la probabilità relativa dell'interazione debole è di 12-14 ordini di grandezza inferiore alla probabilità dell'interazione forte, per cui la vita media aumenta di altrettanto.

2. Per descrivere in maniera quantitativa la produzione di coppie e interpretare la vita media relativamente lunga delle particelle strane, Gell-Mann (n. 1929) e Nishijima (n. 1926), indipendentemente da lui, hanno introdotto un nuovo numero quantico S detto *stranezza*. Si riesce a spiegare il comportamento delle particelle strane ammettendo che le particelle Λ^0, Σ^+, Σ^-, Σ^0, K^-, $\bar{K}^0$ possiedano una stranezza uguale a -1, le particelle $\bar{\Lambda}^0$, $\bar{\Sigma}^+$, $\bar{\Sigma}^-$, $\bar{\Sigma}^0$, $\bar{K}^+$, K^0 possiedano stranezza uguale a $+1$, le particelle Ξ^-, Ξ^0 stranezza uguale a -2, le particelle $\bar{\Xi}^-$, $\bar{\Xi}^0$ stranezza uguale a $+2$, la particella Ω^- stranezza uguale a -3, mentre i nucleoni, i pioni e i mesoni η^0 sono privi di stranezza. Si deve ancora supporre che la stranezza sia una grandezza additiva, che si conservi nelle interazioni elettromagnetiche e forti, ma nelle interazioni deboli possa variare di ± 1.

Le particelle strane vengono prodotte nelle interazioni forti e, poiché la stranezza non varia, esse possono essere generate solo a coppie di parti-

celle con stranezza opposta. Per questa ragione nella reazione (109.1) compaiono le due particelle Λ^0 e K^+, di stranezza opposta, e non le particelle Λ^0 e K^- che hanno stranezze uguali. Nella reazione

$$p + p \rightarrow \Xi^0 + p + K^0 + K^+ \qquad (109.3)$$

vengono prodotti, accanto alla particella Ξ^0 con stranezza uguale a -2, due mesoni strani K^0 e K^+ la cui stranezza totale è $(+1) + (+1) = 2$.

Poiché nel decadimento di particelle strane si verifica una variazione di stranezza dei prodotti del decadimento, si arriva alla conclusione che in questo processo non interviene nè l'interazione forte nè l'interazione elettromagnetica, altrimenti non si avrebbe variazione della stranezza. Ne segue che il decadimento delle particelle strane è legato all'*interazione debole*. Per questo il tasso dei decadimenti è 10^{12}-10^{14} volte inferiore al tasso dei decadimenti legati alle interazioni forti.

L'interazione forte non è in grado di provocare il decadimento delle particelle strane. La massa delle particelle strane (dei kaoni, degli iperoni Λ^0, $\Sigma^\pm$, Ξ^0, Ξ^-, Ω^-) è tale che il loro decadimento, con conservazione della stranezza, in particelle più piccole è impossibile; questi decadimenti non possono essere quindi legati alle interazioni forti, nelle quali la stranezza si conserva. Se, per esempio, si avesse $M_{\Sigma^+} > M_n + M_{\pi^+}$, il decadimento $\Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+$ potrebbe avvenire, mentre nella realtà si ha $M_{\Sigma^+} < < M_n + M_{\pi^+}$.

Vi sono casi nei quali il decadimento delle particelle strane è provocato dal l'intervento dell'interazione forte. Per esempio

$$K^*_{892} \rightarrow K_{494} + \pi, \qquad \Sigma^*_{1382} \rightarrow \Lambda_{1232} + \pi.$$

La stranezza viene conservata poiché il decadimento utilizza il meccanismo dell'interazione forte. (La stranezza di risonanze K^*, Σ^*, Λ e K vale $+1$, quella dei mesoni π vale 0. L'indice numerico inferiore indica la massa della particella corrispondente in MeV. Le larghezze delle risonanze K^* e Σ^* sono uguali, rispettivamente, a 51 e 35 MeV, di modo che la vita media di K^* e Σ^* è di circa 10^{-23} s.)

Le interazioni elettromagnetiche non danno luogo ad una variazione di stranezza, ma in alcuni casi eccezionali possono provocare il decadimento di una particella strana. Questo è il caso del decadimento $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + + \gamma$, che avviene per azione delle forze elettromagnetiche. L'energia della Σ^0 è sufficiente a produrre un iperone Λ^0 ed un quanto γ, senza produrre variazione di stranezza. (Questa reazione non può far intervenire l'interazione forte, poichè $M_{\Sigma^0} < M_{\Lambda^0} + M_{\pi^0}$.) Con l'eccezione di questi rari casi, il decadimento delle particelle strane è determinato dalle forze deboli.

Spesso, anziché la stranezza S, viene utilizzato il concetto di ipercarica Y, definita dalla relazione

$$Y = B + S. \qquad (109.4)$$

Poiché la carica barionica è sempre intera, additiva, e si conserva, l'ipercarica possiede le stesse proprietà che ha la stranezza e coincide con questa nel caso di particelle per le quali $B = 0$.

3. Sono stati introdotti altri due numeri quantici, che hanno valori interi e godono della proprietà dell'additività: il *charm* C e la *bellezza* b, i quali sono per alcuni aspetti analoghi alla stranezza. Questi numeri si conservano solamente nelle interazioni elettromagnetiche e forti. I valori di C sono indicati in una tavola alla fine di questo volume. Nel prossimo paragrafo daremo alcune informazioni significative relative al charm C ed alla bellezza b.

Ricordiamo ancora la *legge di conservazione della parità*, di cui abbiamo già parlato nel § 69. La parità si conserva in tutte le interazioni tranne che nell'interazione debole. Ricordiamo anche che uno stato di spin J e di parità P viene indicato con il simbolo J^P (per esempio 1^+ o $1/2^-$).

4. Esistono adroni con proprietà fisiche molto vicine, i quali vengono riuniti in gruppi denominati *multipletti isotopici* (*doppietti*, *tripletti*, ecc.). Questi adroni partecipano in maniera molto simile alle interazioni forti, possiedono masse approssimativamente uguali, la stessa carica barionica, lo stesso spin, la stessa parità intrinseca, la stessa stranezza e si distinguono gli uni dagli altri per le caratteristiche elettromagnetiche (carica elettrica, momento magnetico). Se non vi fossero interazioni deboli ed elettromagnetiche, tutte le proprietà di queste particelle sarebbero identiche. In questo contesto, il protone ed il neutrone costituiscono un doppietto isotopico. Si considera che le due particelle siano diversi stati quantici *di una medesima particella*: il *nucleone*. Esistono tripletti isotopici di particelle, come (π^-, π^0, π^+), $(\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+)$, ed anche multipletti (in particolare tra le risonanze) costituiti da un gran numero di particelle. Si conoscono tuttavia anche particelle singole che non fanno parte di alcun multipletto isotopico e che vengono indicate con il nome di *singoletto*.

L'esperienza mostra che il numero di particelle di un multipletto può essere rappresentato dalla formula

$$N = 2T + 1, \tag{109.5}$$

dove T prende uno dei seguenti valori: 0, 1/2, 1, 3/2. Questa formula è analoga alla formula che dà il numero possibile di proiezioni del momento angolare (dello spin) su una data direzione. Per poter estendere in modo del tutto formale questa analogia, occorre introdurre uno spazio isotropo astratto (nulla in comune con lo spazio ordinario) detto *spazio isotopico* (più correttamente si dovrebbe dire *spazio isobarico*). In questo spazio ad ogni adrone si fa corrispondere una direzione lungo la quale si riporta un vettore di lunghezza T. La lunghezza di questo vettore è detta *spin isotopico* (o *isospin*) dello adrone considerato. Si può definire arbitrariamente nello spazio isotopico un certo asse chiamandolo *asse isotopico*; proiettando il vettore $\boldsymbol{T}$ su questo asse, si ottiene una successione di punti separati da una distanza unitaria. Ad ognuna di queste proiezioni corrisponde una par-

ticella del multipletto. La proiezione del vettore T sull'asse isotopico viene indicata con T_3. Dato T, la proiezione T_3 può assumere uno dei valori seguenti:

$$T_3 = -T, -(T - 1), ..., + (T - 1), +T.$$

Per esempio, il nucleone (protone e neutrone) possiede isospin $T = \frac{1}{2}$; per convenzione si associa la proiezione $T_3 = +\frac{1}{2}$ al protone e $T_3 = -\frac{1}{2}$ al neutrone. Ai tre mesoni π corrisponde un isospin $T = 1(3 = 2 \cdot 1 + + 1)$, ecc.

Tutto questo è puramente formale. In tutto questo la sola grandezza fisica reale è il numero N di particelle che formano il multipletto isotopico e non è affatto necessario rappresentare questo numero per mezzo della formula (109.5). Tuttavia si può enunciare una proposizione di *carattere fisico* fondata sul concetto di spin isotopico. Dapprima occorre stabilire per convenzione la regola per determinare lo spin isotopico di un sistema di adroni, conoscendo gli spin isotopici delle singole particelle che costituiscono il sistema. Si è convenuto di sommare i vettori di spin isotopico delle particelle con la regola di *somma dei vettori*, che si utilizza per sommare i momenti angolari (gli spin) delle particelle. Vale la pena di osservare che lo spin isotopico di un sistema dipende non solo dall'isospin delle particelle costituenti, ma anche dagli *angoli* tra i vettori di isospin di queste particelle. Ne segue che, a parità di composizione, sistemi identici possono possedere spin isotopici diversi. Ad esempio, l'isospin del sistema composto da un nucleone e da un pione può essere uguale sia a 1/2 (isospin antiparalleli), sia a 3/2 (isospin paralleli).

La proposizione fisica, a cui abbiamo accennato, è la legge di *conservazione dello spin isotopico*, secondo la quale l'isospin si conserva per *interazione forte*, ma non si conserva per interazione elettromagnetica e per le altre interazioni.

Per tutte le particelle di uno stesso multipletto isotopico, l'interazione forte è la stessa, cioè non dipende dalle cariche elettriche delle particelle. In questo modo si manifesta l'*invarianza isotopica* delle particelle elementari, propria delle interazioni forti. Un caso particolare di questa invarianza è l'indipendenza dalla carica delle forze nucleari. Da un punto di vista formale, matematico, l'invarianza isotopica può essere interpretata come una indipendenza dell'interazione forte rispetto alla rotazione nello spazio isotopico.

Basandosi sull'invarianza isotopica, si può prevedere l'esistenza, la massa e la carica di nuove particelle, a condizione di conoscere i loro «partners» isotopici. In questo modo è stata predetta l'esistenza e le proprietà di π^0, Σ^0, Ξ^0 conoscendo $\pi^{\pm}$, $\Sigma^{\pm}$ e Ξ^-.

Consideriamo un altro esempio. L'invarianza isotopica implica che la probabilità della reazione $p + p \rightarrow d + \pi^+$ sia doppia di quella della reazione $n + p \rightarrow d + \pi^0$ (in entrambe le reazioni interviene l'interazione forte). Questo dipende dal fatto che nello stato finale delle due reazioni l'isospin totale vale $T = 1$ (per il π $T = 1$, per il d $T = 0$). Nello stato iniziale della prima reazione si ha sempre $T = 1$ (poiché $T_3 = 1/2 + 1/2 = 1$), mentre per la seconda reazione l'isospin totale può essere uguale a 1 oppure a 0 (poiché $T_3 = 1/2 - 1/2 = 0$). Quindi, per la legge di conservazione dell'isospin, la prima reazione può avvenire per qualsiasi stato iniziale, mentre la seconda ha luogo soltanto per metà dei possibili stati iniziali.

Dato che l'invarianza isotopica viene mantenuta soltanto nelle interazioni forti ma viene violata nelle interazioni elettromagnetiche, la precisione delle previsioni che si possono fare, basandosi su detta invarianza, è uguale come ordine di grandezza al rapporto tra le forze di interazione elettromagnetica e di interazione forte, cioè non è migliore dell'1%.

5. Vale la pena di segnalare la regola seguente. Sia data la reazione

$$a + b \rightarrow c + d, \tag{109.6}$$

dove a, b, c, d indicano delle particelle. Se la reazione avviene, tutte le leggi di conservazione corrispondenti devono essere soddisfatte; viceversa, se tutte le leggi di conservazione corrispondenti all'interazione che determina la reazione sono soddisfatte, la (109.6) deve avvenire (cfr. 107, n. 1). (Per interazione debole la somma della stranezza, del charm e della bellezza non si conservano.)

Consideriamo, ad esempio, la carica barionica B portata della particella b. Se si trasporta questa particella dal primo al secondo membro, a sinistra la carica barionica diminuisce di una quantità B, mentre a destra aumenta di un'uguale quantità. Ma se nel trasporto sostituiamo la particella b con la sua antiparticella $\bar{b}$, la carica barionica diminuisce della quantità B anche al secondo membro, ed in questo modo si ristabilisce l'equilibrio delle cariche barioniche. La stessa cosa avviene per tutte le altre cariche. Le leggi di conservazione autorizzano quindi la possibilità della reazione

$$a \rightarrow c + d + \bar{b}. \tag{109.6a}$$

In generale, *se si trasporta una particella, o un gruppo di particelle, da un membro di un'uguaglianza all'altro sostituendovi le antiparticelle corrispondenti, si ottiene l'espressione di una nuova reazione possibile.*

Per dimostrarlo non abbiamo utilizzato le leggi di conservazione della energia, dell'impulso e del momento di quantità di moto. Non si devono usare poiché queste grandezze non caratterizzano le particelle, ma il loro stato di moto, che può variare entro limiti molto ampi determinati dalle condizioni iniziali, non dalle leggi di conservazione. Analogamente, se il trasporto delle particelle è dovuto alla rotazione degli isospin nello spazio isotopico, si ottengono stati che possiedono gli spin isotopici totali richiesti.

Consideriamo due esempi. La reazione di disintegrazione del neutrone è data da

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \qquad (109.7)$$

Trasportiamo l'antineutrino $\bar{\nu}_e$ dal secondo al primo membro sostituendolo con il neutrino ν_e. Si ottiene

$$\nu_e + n \rightarrow p + e^-. \qquad (109.8)$$

Questa è la reazione che descrive la collisione di un neutrino con un neutrone, collisione che porta alla formazione di un protone p e di un elettrone e^-.

Consideriamo ora la reazione che descrive l'effetto Compton

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-. \qquad (109.9)$$

In questo caso la particella γ coincide con la sua antiparticella; trasportiamola da sinistra a destra e trasportiamo l'elettrone da destra a sinistra sostituendolo con il positrone. Si ottiene la reazione che descrive l'annichilazione della coppia e^+, e^- con emissione di due quanti γ:

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma. \qquad (109.10)$$

Il prossimo esempio è più interessante. La reazione

$$\Sigma^0 \rightarrow p + e^- + \nu_e$$

è possibile in linea di principio, ma non si osserva, poiché il decadimento $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ ha una probabilità maggiore di 12-13 ordini di grandezza. Tuttavia si può studiare l'interazione che produce questa reazione nelle esperienze con i neutrini:

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow \Sigma^0 + e^+, \qquad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \Sigma^0 + \mu^+.$$

§ 110. *Il modello a quark*

1. Il grande numero di adroni conosciuti, ai quali continuano ad aggiungersi sempre nuovi adroni (risonanze comprese), ha portato a supporre che essi siano tutti costituiti da particelle più fondamentali. Questa idea è stata sviluppata con notevole successo nel *modello a quark*, che spiega sia la sistematica che la dinamica degli adroni. Numerose previsioni basate su questo modello sono state confermate in pratica e perciò oggigiorno questo modello ha un riconoscimento generale.

Nel 1964, Gell-Mann ed, indipendentemente, Zweig (n. 1937), hanno avanzato l'ipotesi secondo la quale tutti gli adroni sono costituiti da unità più fondamentali, che Gell-Mann chiamò *quark*. Le successive ricerche hanno confermato questa ipotesi, che ha permesso non solo di spiegare la substruttura degli adroni conosciuti, ma anche di fare previsioni sull'esistenza di altri adroni. Nel seguito faremo un'esposizione a grandi linee del

modello a quark, senza tentare di giustificare i risultati che è stato possibile ottenere.

Attualmente, è stata stabilita l'esistenza di cinque tipi di quark, aventi ciascuno quello che viene definito *sapore* diverso u, d, s, c, b e massa $m_u \approx 5$ MeV, $m_d \approx 7$ MeV, $m_s = 150$ MeV, $m_c \approx 1{,}3$ GeV, $m_b \approx 5$ GeV. Questi valori sono molto approssimati poichè, non avendo mai osservato i quark allo stato libero, le loro masse non possono essere determinate da procedimenti di misura diretti (cfr. n. 7). Varie volte è stata annunciata la scoperta dello sesto quark t ($m_t \geqslant 22$ GeV), ma la sua esistenza non è ancora stata definitivamente stabilita. Naturalmente ad ogni quark corrisponde un antiquark.

Tutti i quark hanno spin 1/2 ed una carica barionica di 1/3. I quark u, c, t sono detti *up* in quanto possiedono una carica elettrica frazionaria positiva di +2/3, mentre d, s, b sono detti *down* in quanto hanno carica elettrica negativa di −1/3. Si possono quindi classificare i quark nel seguente modo:

$$u,\ c,\ t\ \text{(carica 2/3)};\ d,\ s,\ b\ \text{(carica } -1/3). \qquad (110.1)$$

Il quark s è un portatore della stranezza, il c del charm, il b della bellezza.

Il protone è costituito da due quark u e da un quark d (p → uud), il neutrone da un quark u e da due quark d (n → udd). Le antiparticelle corrispondenti sono costituite dai rispettivi antiquark: $\bar{p} \to \overline{uud}$, $\bar{n} = \overline{udd}$.

2. I mesoni sono formati da un quark e da un antiquark, e questo spiega il fatto che la loro carica barionica è nulla. Vediamo quali combinazioni di due particelle si possono fare per mezzo dei tre quark più leggeri u, d, s e dei tre antiquark $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$. È evidente che si possono prevedere nove combinazioni diverse:

$$\begin{matrix} u\bar{u}, & u\bar{d}, & u\bar{s}, \\ d\bar{u}, & d\bar{d}, & d\bar{s}, \\ s\bar{u}, & s\bar{d}, & s\bar{s}. \end{matrix} \qquad (110.2)$$

I quark e gli antiquark possono partecipare alle varie combinazioni con momenti angolari orbitali diversi; gli spin dei quark e degli antiquark possono avere orientazioni diverse gli uni rispetto agli altri. Il momento angolare totale di una particella (o di un'antiparticella) formata da quark e da antiquark può essere determinato applicando la regola della somma vettoriale dei momenti orbitale e di spin.

Supponiamo che i quark non possiedano alcun momento angolare orbitale e che il loro momento sia dovuto solo allo spin. Supponiamo ancora che gli spin dei quark e rispettivi antiquark siano antiparalleli. A queste condizioni, ciascuna delle combinazioni che abbiamo scritto sopra rappresenta un mesone con spin $J = 0$. I mesoni carichi più leggeri sono rappre-

sentati dalle combinazioni $u\bar{d}$ e $d\bar{u}$; questi sono i mesoni π:

$$\pi^+ = u\bar{d}, \quad \pi^- = d\bar{u}. \tag{110.3}$$

Il mesone neutro π^0 è composto da quark ed antiquark dello stesso tipo, ma è una combinazione lineare degli stati $u\bar{u}$ e $d\bar{d}$. Il mesone ha la stessa probabilità di trovarsi sia nello stato $u\bar{u}$ che nello stato $d\bar{d}$.

I mesoni di massa più elevata (mesoni K) contengono un quark s ed un antiquark $\bar{s}$:

$$K^+ = u\bar{s}, \quad K^0 = d\bar{s}, \quad \bar{K}^0 = s\bar{d}, \quad K^- = s\bar{u}. \tag{110.4}$$

I mesoni K^+ e K^- sono, uno rispetto all'altro, la particella e l'antiparticella, analogamente ai mesoni K^0 e $\bar{K}^0$, che pertanto non sono particelle realmente neutre. Il mesone K^0 differisce dalla sua antiparticella $\bar{K}^0$ per il valore della stranezza. La stranezza di $\bar{K}^0$ è uguale a $+1$ e quella del mesone K^0 a -1. Questo spiega come, a differenza del mesone $\bar{K}^0$, il K^0 è debolmente assorbito dalla materia. Poiché la stranezza di tutti i barioni è negativa o nulla, l'assorbimento dei mesoni K^0 dovrebbe violare la conservazione della stranezza e far intervenire l'interazione debole. La massa dei mesoni $K^\pm$ è di 493,7 MeV e quella del mesone neutro K^0 di 497,7 MeV. Le particelle che contengono un quark s sono strane ed il quark s è detto *quark strano*. I termini diagonali $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ corrispondono ai mesoni neutri. La sovrapposizione lineare dei primi due costituisce il mesone π^0. Alle altre due sovrapposizioni lineari $u\bar{u} + d\bar{d}$ e $s\bar{s}$ corrispondono particelle realmente neutre: i mesoni η ed η' aventi masse rispettivamente uguali a 548,8 MeV e 957,6 MeV.

Supponiamo ancora che nè i quark nè gli antiquark possiedano momento angolare orbitale, ma che i loro spin siano paralleli. In questo caso le nove combinazioni di quark e di antiquark indicate sopra sono ancora possibili, ma lo spin di ciascuna combinazione risulta ora uguale a 1. A queste combinazioni corrispondono nove mesoni di massa più elevata:

$\varrho^+ \ \varrho^- \ \varrho^0$,	$K^{*+} \ K^{*0} \ K^{*-} \ \bar{K}^{*0}$,	ω^0,	φ°
770 MeV	892 MeV	783 MeV	1020 MeV

3. Consideriamo ora i barioni. Poichè i barioni hanno spin semintero, nel caso in cui i quark avessero momento angolare orbitale nullo, ciascun barione dovrebbe essere formato da un numero dispari di subparticelle. Supponiamo che questi siano i quark u, d, s. Lo spin del barione può essere allora uguale sia a 1/2 (quando due quark hanno gli spin paralleli e lo spin del terzo è antiparallelo), sia a 3/2 (quando tutti gli spin sono paralleli). Nel primo caso si ottiene un ottetto di barioni: p(uud), n(udd), Λ^0(uds), Σ^-(dds), Σ^0(uds), Σ^+(uus), Ξ^-(dss), Ξ^0(uss). I barioni con spin 3/2 forma-

no un decupletto:

ddd udd uud uuu Δ^- Δ^0 Δ^+ Δ^{++} 1232 MeV
dss uds uus Σ^- Σ^0 Σ^+ 1385 MeV
dss uss Ξ^- Ξ^0 1530 MeV
sss Ω^- 1672 MeV.

L'iperone Ω^-, che si trova nel vertice di questo triangolo rovesciato, è stato previsto basandosi sul modello quark e successivamente scoperto nel 1964. Sono state predette anche le sue proprietà come massa, stranezza, durata di vita, che tutte sono state confermate sperimentalmente.

4. Il successo del modello a quark è stata la scoperta delle *particelle con charm* (charmate). La prima particella charmata fu scoperta nel 1974 in modo indipendente da due gruppi di ricercatori: un gruppo di Brookhaven (USA) che lavorava bombardando nuclei di Be con protoni accelerati, l'altro di Stanford (USA) che usava anelli di collisione con fasci opposti di elettroni e positroni. La particella scoperta venne battezzata mesone J dal primo gruppo e mesone ψ dal secondo; a causa di ciò oggi è conosciuta con il nome di mesone J/ψ. La sua massa è di 3,096 GeV ed ha vita media relativamente lunga. La sua larghezza è di 60 keV, benché per particelle di questa fascia di energia la larghezza sia generalmente compresa tra 10 e 70 MeV, ciò che è di ben tre ordini di grandezza più grande. Come nel caso delle particelle strane, questo fatto testimonia che esiste una interdizione che riguarda un nuovo numero quantico. Venne quindi introdotto il numero quantico C detto *charm* (che in inglese significa *fascino*), al quale corrisponde il nuovo quark c. Nel modello a quark il charm è definito come la differenza tra il numero di quark (c) ed il numero di antiquark ($\bar{c}$). Le particelle aventi charm diverso da zero sono dette *charmate.* Il charm, come la stranezza, si conserva nelle interazioni forti ed elettromagnetiche, ma non si conserva nelle interazioni deboli. Il decadimento degli adroni charmati avviene per *interazione debole* con una variazione dello charm di un'unità. Il mesone J/ψ è costituito da un quark c e da un antiquark $\bar{c}$ ($J/\psi = c\bar{c}$). Il suo charm è uguale a zero ma viene classificato tra i mesoni a *charm nascosto.* Il charm nascosto delle particelle si manifesta per il fatto che esse decadono senza difficoltà in particelle charmate, a condizione che il decadimento non sia vietato dalle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso e che i modi di decadimento in particelle non charmate abbiano probabilità piccole essendo soppressa l'annichilazione di $c\bar{c}$ in quark più piccoli.

La struttura del sistema quantico $c\bar{c}$, detto *charmonio*, ricorda quella dell'*atomo di idrogeno* (e più esattamente, quella di positronio). Quest'ultimo viene sempre chiamato atomo d'idrogeno, indipendentemente dal suo stato di eccitazione, mentre i vari stati eccitati del charmonio (così come per tutti gli altri sistemi di quark) vengono considerati, per convenzione, come *particelle diverse* indicate da *simboli diversi.* Il mesone J/ψ è uno

degli *stati eccitati del charmonio.* Successivamente sono stati scoperti alcuni altri stati eccitati del charmonio. Sono stati scoperti anche *mesoni ovviamente charmati*:

$$\begin{array}{lll} D^+ - c\bar{d}, & D^0 - c\bar{u}, & F^+ - s\bar{c}, \\ D^- - d\bar{c}, & \bar{D}^0 - u\bar{c}, & F^- - c\bar{s}, \\ 1869 \text{ MeV} & 1865 \text{ MeV} & 2021 \text{ MeV} \end{array}$$

così come *barioni charmati.*

5. La storia della scoperta del nuovo quark b è analoga a quella della scoperta del quark c. Nel 1977 a Batavia (USA) è stato scoperto un nuovo mesone, il mesone «ipsilon» Υ in collisioni di un bersaglio di rame e piombo con il fascio di protoni ad un'energia di 400 GeV. Questo mesone superpesante di massa $m_\Upsilon = 9460$ MeV presenta una larghezza relativamente piccola di circa 0,04 MeV. La proprietà di questa nuova particella non potevano essere interpretate nel quadro di un modello a quattro quark, cosa che spinse i ricercatori ad introdurre un quinto quark, b, detto *bello* . (Anche gli adroni contenenti il quark b vengono chiamati *belli*). Il mesone Υ è uno degli stati eccitati del sistema legato $b\bar{b}$ con spin 1. Successivamente, il mesone Υ e gli altri stati eccitati Υ', Υ'', Υ''' del sistema $b\bar{b}$ sono stati riscontrati nei fasci di collisione elettrone-positrone, mentre nei fasci di collisione opposti $p\bar{p}$ è stato trovato al CERN (Svizzera) il *barione bello* $\Lambda_b = udb$, il più leggero, con una massa di 5400 MeV. La differenza tra il numero di quark b ed il numero di antiquark $\bar{b}$ è il nuovo numero quantico detto *bellezza. La bellezza viene conservata nelle interazioni forti ed elettromagnetiche, ma può essere violata nelle interazioni deboli.*

Se si passano in rassegna tutti i numeri quantici degli adroni, si constata che la carica elettrica di ciascun adrone può essere calcolata per mezzo della formula

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}(B + S + C + b). \tag{110.5}$$

Applichiamo questa formula ai nucleoni. Si ha $S = C = b = 0$, $B = 1$ per i nucleoni, $T_3 = +\frac{1}{2}$ per il protone e $T_3 = -\frac{1}{2}$ per il neutrone.

6. Il successo della classificazione degli adroni, effettuata secondo il modello a quark, costituisce un argomento di peso notevole in favore di questo modello. I risultati dell'esame diretto dei nucleoni e degli altri adroni per mezzo di elettroni di alta energia, che ha messo in evidenza il processo di *diffusione* (scattering) detta *profonda anelastica* (*deep inelastic*), giocano anch'essi in favore del modello a quark. L'analisi teorica del processo ha consentito di concludere che, all'interno degli adroni, gli elettroni vengono diffusi da centri di scattering quasi puntiformi con carica $+2/3$ e $-1/3$ e con spin 1/2. Per diffusione su queste particelle, l'impulso e l'energia dell'elettrone variano fortemente a causa del loro trasferimento ai quark, esat-

tamente come avviene nella diffusione delle particelle α su nuclei nelle esperienze di Rutherford. Questi esperimenti non ci forniscono alcuna informazione sulle dimensioni finite dei quark, ma ci permettono di poter affermare che ad una distanza $> 10^{-15}$ cm dal centro di forza i quark continuano a comportarsi come entità puntiformi non strutturate. È possibile che, dopo il quinto quark b ed il sesto ancora ipotetico t, se ne scoprino altri. Tuttavia si può dare per scontato che l'aumento del numero dei quark sarà limitato da principi generali o da proprietà intrinseche di simmetria delle particelle elementari. Non si può escludere l'idea che l'assenza di una struttura dei quark sia solo il risultato di un'insufficienza nel procedimento di indagine.

7. La ricerca di quark allo stato libero in acceleratori di alta energia, nei raggi cosmici e nel mondo che ci circonda, non ha dato nessun risultato. Si è cercato di trovare i quark misurando la carica di goccioline di liquido o microsfere solide con il metodo di Millikan (1868-1953). Se si riuscissero a trovare goccioline con carica frazionaria, si potrebbe concludere di aver trovato un quark, poiché la sua carica frazionaria non può essere compensata dalla carica intera di ioni ed elettroni. Ai nostri giorni questo esperimento può essere portato a termine con una precisione ben superiore a quella di Millikan. Un'analisi mediante spettroscopia di massa molto precisa dell'acqua, che ha stabilito a circa 10^{-27} il limite superiore del rapporto tra il numero di quark liberi ed il numero di protoni, ha dato un risultato negativo. La maggioranza degli specialisti pensa che i quark non esistano allo stato libero.

Così, secondo il modello a quark, gli adroni sarebbero formati da quark, ma l'esperienza mostra che non si riesce a liberarli e ad ottenerli allo stato libero. Si dice che i quark siano «confinati». Un quark, che ha ricevuto energia a seguito di una collisione con un elettrone, non esce dall'adrone, ma consuma l'energia acquisita formando coppie quark-antiquark, cioè per formare nuovi adroni, soprattutto mesoni.

Una delle ragioni per cui non si riescono a trovare quark allo stato libero è determinata dal fatto che questi possiedono masse molto grandi, e questo impedisce la loro creazione alle energie attualmente raggiungibili negli acceleratori moderni. Tuttavia non è escluso che, in linea di principio, risulti impossibile produrre quark allo stato libero a causa di particolarità nelle loro interazioni. Sono stati avanzati argomenti di carattere teorico e sperimentale secondo i quali le forze di interazione mutua tra quark non decrescono con la distanza. Se è così, sarebbe necessario usare un'energia infinitamente grande per separare i quark. Queste sono in ogni caso soltanto ipotesi.

8. Le funzioni d'onda dei sistemi di quark che costituiscono i barioni devono essere *antisimmetriche*, poiché i quark hanno spin 1/2. Tuttavia esistono barioni a spin paralleli: $\Delta^{++}(u_\uparrow u_\uparrow u_\uparrow)$, $\Omega^-(s_\uparrow s_\uparrow s_\uparrow)$ che sono *simmetrici* rispetto alla permutazione dei quark, a condizione che questi ultimi

non possiedano caratteristiche supplementari. Ma è stato necessario introdurle, e queste caratteristiche sono state chiamate *colori.* Ogni tipo (sapore) di quark si presenta con tre colori diversi: rosso R (red), verde G (green), blu B (blue). Agli antiquark vengono attribuiti degli *anticolori*: $\bar{R}$, $\bar{G}$, $\bar{B}$. Ogni anticolore è ***complementare*** al suo colore, cosicché le combinazioni $R\bar{R}$, $G\bar{G}$, $B\bar{B}$ sono considerate *incolori* (*bianche*). La combinazione $R\bar{R}$ + + $G\bar{G}$ + $B\bar{B}$ sarà anch'essa incolore.

Secondo le concezioni moderne, le interazioni forti sono il risultato di uno scambio tra i quark di particelle prive di massa, con spin 1 e massa a riposo nulla, che vengono chiamate *gluoni.* Si postula l'esistenza di otto gluoni caratterizzati dal loro colore. Il colore dei quark varia per scambio di gluoni, ma non cambiano gli altri numeri quantici (carica elettrica, stranezza, charm, bellezza) e quindi il sapore del quark si conserva. Ogni gluone ha colore e anticolore. A partire dai tre colori e dai tre anticolori si possono realizzare nove combinazioni diverse:

$$\begin{matrix} R\bar{R} & R\bar{G} & R\bar{B} \\ G\bar{R} & G\bar{G} & G\bar{B} \\ B\bar{R} & B\bar{G} & B\bar{B}. \end{matrix}$$

A ciascuna di queste combinazioni corrisponde un gluone. Il colore si conserva come la carica elettrica. Ne segue che le sei combinazioni non diagonali che possiedono colori determinati non possono essere mescolate. Poichè le tre combinazioni diagonali sono incolori, la loro miscela non fa cambiare il colore. Ciascuna delle combinazioni diagonali può essere ottenuta mediante sovrapposizione lineare di altre due combinazioni: quindi esistono otto gluoni corrispondenti a queste combinazioni.

Per dare una rappresentazione schematica dell'interazione dei quark per scambio di gluoni, rappresentiamo i quark rosso, verde e blu di sapore qualunque con i simboli q_R, q_G, q_B ($q \equiv u, d, s, c, b, t$). L'interazione tra un quark rosso ed uno verde si scrive allora

$$q_R \to q_G + q_{RG}, \quad q_G + q_{RG} \to q_R.$$

La prima eguaglianza significa che il quark rosso ha emesso un gluone rosso-verde e si è trasformato in un quark verde q_G; la seconda significa che il quark verde si trasforma in quark rosso per assorbimento di un gluone rosso-verde.

Tutto ciò è perfettamente formale e non ha molta utilità in un corso di Fisica Generale. Queste questioni vengono sviluppate in una disciplina speciale: la *cromodinamica quantistica.*

9. Segnaliamo, per concludere, che recentemente S. Weinberg (n. 1915), A. Salam (n. 1926) e S. Glashow (n. 1932) hanno elaborato una teoria nella quale le interazioni elettromagnetica e debole sono unificate in una *interazione elettrodebole.* Ad una distanza dal centro di forza inferiore alla portata della interazione debole (10^{-16} cm), ogni differenza tra l'interazione

elettromagnetica e l'interazione debole scompare, ma a distanze maggiori esse sono diverse e la vecchia teoria resta valida. Non possiamo sviluppare queste questioni perchè oltrepasseremmo largamente i limiti del nostro corso.

Segnaliamo che nel corso degli ultimi 15-20 anni, sono state fatte nella fisica delle particelle elementari delle scoperte sensazionali:

1) Si è stabilito che la struttura degli adroni, particelle ad interazione forte (protone e neutrone compresi) è costituita da quark. Il modello a quark spiega non solo la sistematica degli adroni, ma anche la dinamica delle loro interazioni. Sulla base di questo modello, si sono potute fare previsioni sull'esistenza e sulle proprietà di un grande numero di particelle che sono state successivamente trovate.

2) Si è stabilito che le interazioni deboli ed elettromagnetiche hanno una comune origine e sono stati messi in evidenza gli agenti che trasportano l'interazione debole: i bosoni $W^{\pm}$ e Z^0.

3) È stata elaborata una teoria delle interazioni forti dei quark — la *cromodinamica quantistica.* È stata confermata dall'esperienza l'esistenza e le proprietà dei gluoni (in particolare lo spin 1) che assicurano le interazioni forti. Le previsioni della cromodinamica quantistica (nel dominio in cui la teoria delle perturbazioni può essere applicata) sono state brillantemente confermate.

4) È stata posta la questione della natura unica di tutte le forze della natura (Grande Unificazione).

5) È stata messa in evidenza una relazione molto stretta tra la fisica delle particelle elementari e la cosmologia.

Tavola 23

I. Leptoni ($J = 1/2$, $L = 1$, $B = 0$)

Particella	L_e	L_μ	L_τ	Massa, MeV	Vita media, s	Principali canali di decadimento	
e^-	+1	0	0	0,511003	∞ (> $2 \cdot 10^{22}$ anni)		
ν_e	+1	0	0	< 46 eV	∞		
μ^-	0	+1	0	105,6592	$2{,}19713 \cdot 10^{-6}$	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$	(98,6%)
ν_μ	0	+1	0	< 0,52	∞	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \gamma$	(1,4%)
τ^-	0	0	+1	1784	$(4{,}6 \pm 1{,}9) \cdot 10^{-13}$	$\varrho^- \nu_\tau$	(22%)
						$\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	(18%)
						$\pi^+ \pi^- \pi^- \nu_\tau$	(18%)
						$e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	(16%)
						$\pi^- \nu_\tau$	(11%)
						$\pi^- \varrho^0 \nu_\tau$	(7%)
ν_τ	0	0	+1	< 250	?	?	

Tavola 24

II. Quark

Quark	Massa, MeV	J^P	L	B	S	C	T	T_3	Q	Partecipano a tutte le interazioni
u	≈ 5	$1/2^+$	0	1/3	0	0	+1/2	+1/2	+2/3	—
d	≈ 7	$1/2^+$	0	1/3	0	0	1/2	−1/2	−1/3	—
c	≈ 1350	$1/2^+$	0	1/3	0	+1	0	0	+2/3	Partecipano a tutte le interazioni
s	≈ 150	$1/2^+$	0	1/3	−1	0	0	0	−1/3	
t?	> 22000	$1/2^+$	0	1/3	0	0	0	0	+2/3	
b	≈ 4700	$1/2^+$	0	1/3	$b = +1$		0	0	−1/3	

III. Mesoni quasi-stabili ($J^P = 0^{-1}$, $L = 0$, $B = 0$) [1)]

Particella	Composizione (quark)	S	C	T	T_3	Massa, MeV	Vita media, s	Principali canali di decadimento
$\pi^{\pm}$	$u\bar{d}$ $(d\bar{u})$	0	0	1	±1	139,567	$2{,}603 \cdot 10^{-8}$	$\mu^{\pm}\ \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ (100%)
π^0	$u\bar{u}$, $d\bar{d}$	0	0	1	0	134,963	$0{,}83, \cdot 10^{-16}$	$\gamma\ \gamma$ (98,8%)
η^0	$u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$	0	0	0	0	548,8	$0{,}7 \cdot 10^{-18}$	$\gamma\gamma$ (39%) $\pi^0\pi^0\pi^0$ (32%) $\pi^+\ \pi^-\ \pi^0$ (24%)
K^+	us	+1	0	1/2	+1/2	496,67	$1{,}237 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+\ \nu_\mu$ (63,5%) $\pi^+\ \pi^0$ (22,2%) $\pi^+\ \pi^+\ \pi^-$ (5,6%)
K^0_S							$0{,}89 \cdot 10^{-10}$	$\pi^+\ \pi^-$ (68,8%) $\pi^0\pi^0$ (31,4%)
K^0	ds	+1	0	1/2	−1/2	497,7		
K^0_L							$5{,}18 \cdot 10^{-8}$	$\pi^{\pm}\ e^{\mp}\ \nu_e(\nu_e)$ (38,7%) $\pi^{\pm}\ \mu^{\mp}\ \nu_\mu(\nu_\mu)$ (27,1%) $\pi^0\pi^0\pi^0$ (21,5%) $\pi^+\ \pi^-\ \pi^0$ (12,4%)
D^+	cd	0	+1	1/2	+1/2	1869	$\approx 9 \cdot 10^{-13}$	$\bar{K}^0X + K^0X$ (≈ 50%) $e^{\pm}\ X$ (20%) $K^-\ X$ (15%) $K^0\pi^+\ \pi^0$ (10%)
D^0	cu	0	+1	1/2	−1/2	1865	$\approx 5 \cdot 10^{-13}$	$K^-\ X$ (≈ 45%) $K^0X + K^0X$ (≈ 30%) $K^-\ \pi^+\ \pi^0$ (10%)
F^+	cs	+1	+1	0	0	2021	$\approx 2 \cdot 10^{-13}$	?

[1)] Il simbolo X denota le altre particelle.

IV. Barioni stabili e quasi-stabili ($J^P = 1/2^+$, $L = 0$, $B = +1$)

Particella	Composizione (quark)	S	C	T	T_3	Massa, MeV	Vita media, s	Principali canali di decadimento
p	*uud*	0	0	1/2	+1/2	938,279	$>10^{32}$ anni	
n	*udd*	0	0	1/2	−1/2	939,573	925 ± 11	$pe^- \bar{\nu}_e$ (100%)
Λ^0	*uds*	−1	0	0	0	1115,6	$2{,}63 \cdot 10^{-10}$	$p\pi^-$ (64%) $n\pi^0$ (36%)
Σ^+	*uus*	−1	0	1	+1	1189,4	$0{,}80 \cdot 10^{-10}$	$p\pi^0$ (52%) $n\pi^+$ (48%)
Σ^0	*uds*	−1	0	1	0	1192,5	$5 \cdot 10^{-20}$	$\Lambda\gamma$ (100%)
Σ^-	*dds*	−1	0	1	−1	1197,3	$1{,}48 \cdot 10^{-10}$	$n\pi^-$ (100%)
Ξ^0	*uss*	−2	0	1/2	+1/2	1315	$2{,}9 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda\pi^0$ (100%)
Ξ^-	*dss*	−2	0	1/2	−1/2	1321,3	$1{,}64 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda\pi^-$ (100%)
Ω^-	*sss*	−3	0	0	0	1672,5	$0{,}8 \cdot 10^{-10}$	ΛK^- (69%) $\Xi^0\pi^-$ (23%) $\Xi^-\pi^0$ (8%)
Λ_c^+	*udc*	0	+1	0	0	2282	$(1\text{-}2) \cdot 10^{-13}$	Sono stati osservati 12 tipi di decadimenti diversi
Λ_b^0	*udb*	0	0			~5400		

INDICE DEI NOMI

INDICE ANALITICO